MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

MISSION DU SERVICE GÉOGRAPHIQUE DE L'ARMÉE

POUR LA MESURE D'UN

ARC DE MÉRIDIEN ÉQUATORIAL

EN AMÉRIQUE DU SUD

SOUS LE CONTRÔLE SCIENTIFIQUE DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

1899-1906

TOME 3

FASCICULE 2. — COMPENSATION DES ANGLES — CALCUL DES TRIANGLES.



PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
Quai des Grands-Augustins, 55.

1912.

MESURE

D'UN

ARC DE MÉRIDIEN ÉQUATORIAL

EN AMÉRIQUE DU SUD

N. B.

Le calcul définitif des différences d'altitude, par rapport à l'ellipsoïde de référence, des points de la triangulation de premier ordre, (effectué encore, il est vrai, sans tenir compte de l'influence des déviations de la verticale sur les distances zénithales observées), n'a été terminé que fort peu de temps avant l'impression du présent fascicule. Ces différences d'altitude ont subi d'ailleurs une compensation.

Les altitudes absolues données dans le texte et sur les planches de ce fascicule résultent donc seulement : 1° d'un calcul provisoire du nivellement de précision exécuté de Salinas au terme est de la base de Riobamba; 2° d'un calcul provisoire des différences d'altitude précitées, sans compensation de ces différences, effectué par logarithmes à 7 décimales et basé sur le calcul provisoire des triangles plans correspondant aux triangles géodésiques, par logarithmes à 7 décimales, dont il est parlé page 135. Les altitudes absolues ainsi obtenues, très approchées, sont plus que suffisamment exactes pour les divers objets qu'on se propose en les citant ou les divers calculs dans lesquels elles ont été introduites.

Par contre, les altitudes moyennes H_m des portées de chaque base, par rapport à l'ellipsoïde de référence, qui interviennent dans le calcul des réductions ($B_1 - B$) de ces bases à l'ellipsoïde (§ 66), résultent du calcul définitif des différences d'altitude, avec compensation, récemment terminé. Pour toutes les déductions qui en dépendent, il était en effet nécessaire d'avoir ces altitudes avec la plus grande précision possible. (Voir page 84.)

Les nombres précédant les noms des stations correspondent à leur rang de classement, par ordre de latitudes décroissantes, adopté dans le fascicule 1 du Tome III : *Angles azimutaux*.

MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

MISSION DU SERVICE GÉOGRAPHIQUE DE L'ARMÉE

POUR LA MESURE D'UN

ARC DE MÉRIDIEN ÉQUATORIAL

EN AMÉRIQUE DU SUD

SOUS LE CONTRÔLE SCIENTIFIQUE DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

1899-1906

TOME 3

Fascicule 2. — COMPENSATION DES ANGLES — CALCUL DES TRIANGLES.



PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1912.



ERRATA.

Page A.37, ligne 8 en remontant, au lieu de $+ 2,5$ (8), lire $- 2,5$ (8).

Page B.27, première ligne de la première colonne, au lieu de (124), lire (123).

INTRODUCTION.

INTRODUCTION.

On rappellera d'abord les données théoriques essentielles sur lesquelles sont basés la compensation des angles (ou directions) et le calcul des longueurs des côtés d'un réseau géodésique tracé sur un ellipsoïde de révolution, puis on indiquera comment l'application en a été faite au réseau du nouvel arc équatorial. Le lecteur n'éprouvera dès lors aucune difficulté pour l'intelligence des Tableaux numériques contenus dans les deux Parties du présent fascicule.

PREMIÈRE SECTION.

COMPENSATION D'UN RÉSEAU GÉODÉSIQUE, CALCUL DES TRIANGLES GÉODÉSIQUES.

(RAPPEL DE THÉORIES ET NOTATIONS).

I. — CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES.

1. Problème de la compensation d'un réseau géodésique envisagé dans toute sa généralité.

1. Considérons le réseau [1] dit *géodésique* (c'est-à-dire constitué par des lignes géodésiques), qui correspond sur l'ellipsoïde de référence au réseau établi sur la surface géographique terrestre. Les valeurs des angles (ou directions) sur l'ellipsoïde, déduites des angles (ou directions) observés, sont affectées par les erreurs inévitables des observations azimutales. Les valeurs des bases du réseau, c'est-

[1] L'expression courante, qui fait image, de *chaîne méridienne*, a fréquemment servi dans le fascicule 1 du Tome III (*Angles azimutaux*) pour désigner la triangulation du nouvel arc équatorial. Dans le présent fascicule, il est particulièrement important de bien définir les termes employés pour exposer les questions relatives à la compensation et au calcul des triangles ; aussi réservera-t-on la dénomination de *chaîne* aux triangulations dans lesquelles une seule et unique suite de triangles s'impose pour calculer un côté quelconque en fonction de la base de départ, et celle de *réseau* aux triangulations présentant des côtés surabondants, dans lesquelles plusieurs suites de triangles sont utilisables pour ce calcul. La triangulation du nouvel arc équatorial est donc à proprement parler un *réseau*.

à-dire des lignes géodésiques de l'ellipsoïde qui correspondent aux bases du terrain, sont déduites des longueurs mesurées de ces dernières, et entachées des erreurs également inévitables de ces mesures. Il est, par suite, impossible de constituer géométriquement, sur l'ellipsoïde de référence, un réseau géodésique dont les angles (ou directions) et les bases aient les valeurs en question. On ne peut y parvenir que si l'on fait subir à ces valeurs certaines corrections.

La *compensation du réseau* a pour objet de déterminer ces corrections, qui permettent, pour employer l'expression couramment adoptée, de *rendre le réseau géométrique.*

Envisagé ainsi dans toute sa généralité, le problème de la compensation d'un réseau étendu et comprenant plusieurs bases offre des difficultés presque inextricables. Il oblige, en effet, à la recherche des corrections v à apporter aux quantités directement déterminées par l'observation, corrections dont les unes sont des angles, les autres des longueurs. Les poids p des angles (ou directions) observés et des bases mesurées interviennent alors dans la condition générale

$$\Sigma p v^2 = \text{minimum},$$

impliquée par le traitement des équations de condition au moyen de la méthode des moindres carrés. La détermination de ces poids, inversement proportionnels aux carrés des erreurs moyennes des quantités correspondantes, est des plus délicates et ouvre souvent un large champ à l'arbitraire, surtout en ce qui concerne les bases : d'une part, en effet, à l'inverse des mesures angulaires, le nombre des mesures de bases est toujours très restreint; d'autre part, il n'est pas rare qu'elles aient été faites avec des instruments et des procédés très variables.

2. Simplification du problème obtenue en le limitant à la compensation des angles (ou directions).

2. Mais on peut se demander s'il est logique de faire porter indifféremment, sur les deux espèces de quantités mesurées, les corrections indispensables pour rendre le réseau géométrique. Le rôle de ces quantités dans la détermination du réseau est tout différent, et les erreurs commises sur les bases sont loin d'avoir une influence comparable à celles dont sont affectés les angles (ou directions). En effet, l'erreur moyenne relative d'une base mesurée à notre époque ne dépasse pas normalement 1 : 500000 et, par suite, l'erreur qui en résulte sur les logarithmes des côtés déduits de la base ne peut atteindre 0,000 001 [1]; au contraire, si l'on étudie

---

[1] Voir les considérations développées §§ 44 et 45, p. 41 et 42. Si l'on suppose que les observations d'angles (ou directions) ne sont entachées d'aucune erreur, c'est-à-dire $\eta_l = 0$, on a, d'après la formule (130), $e_l = \beta_l$. Si $(\beta) = \frac{1}{500000}$, $\beta_l = \frac{\text{module}}{500000} = 10^{-6} \times 0,87 = 0,000001$ environ.

la loi suivant laquelle varient, à mesure qu'on s'éloigne de la base, les erreurs à craindre sur ces logarithmes par suite des erreurs commises dans les observations azimutales, on constate, même dans les meilleures triangulations, qu'elles augmentent rapidement, en atteignant bientôt 0,000 005 et même 0,000 01 [1]. Il serait donc irrationnel de faire supporter aux bases, non seulement les conséquences de leurs propres erreurs, mais encore celles beaucoup plus graves de l'imperfection des mesures angulaires, et il est loisible, pour éviter de laborieux calculs hors de proportion avec les avantages obtenus, de considérer les bases comme exactes et de prendre comme seules inconnues les angles (ou directions).

Le problème ainsi simplifié, il s'agit, en premier lieu, de former les équations de condition indépendantes auxquelles doivent satisfaire les inconnues. Le nombre de ces équations est évidemment égal à celui des observations surabondantes faites dans le but d'augmenter la précision des résultats. Si les observations pouvaient être rigoureusement affranchies de toute erreur, on se bornerait à exécuter celles qui sont strictement indispensables à la détermination du réseau; il n'y aurait ni équations de condition, ni compensation.

3. Deux manières d'envisager le rôle des bases, suivant qu'on réalise ou non leur accord par la compensation.

3. Quand le réseau géodésique comprend plusieurs bases, n par exemple, et qu'on veut les utiliser toutes pour sa détermination, ce qui paraît à première vue logique, il est nécessaire qu'après compensation on obtienne toujours les mêmes longueurs des côtés, quelle que soit la base de départ adoptée pour le calcul. En faisant alors arbitrairement choix d'une des bases comme base de départ, les $n - 1$ autres bases surabondantes fournissent $n - 1$ équations de condition, obtenues en égalant pour chacune sa longueur mesurée à sa longueur calculée en partant de la base ainsi choisie.

La question de savoir s'il faut ou non introduire, dans la compensation, les équations de condition qui expriment l'*accord des bases*, est des plus controversées; elle a donné lieu, au sein de l'Association géodésique internationale, à des enquêtes et à des discussions du plus haut intérêt [2]. Il y a lieu ici, non point de reprendre ce débat, mais d'en rappeler les grandes lignes.

---

[1] Consulter par exemple les Tableaux § 101, p. C.10 et C.11 du présent fascicule.

[2] Consulter notamment les *Comptes rendus des séances de la cinquième Conférence géodésique internationale pour la mesure des degrés en Europe*, réunie à Stuttgart du 25 septembre au 2 octobre 1877, rédigés par les secrétaires C. Bruhns, A. Hirsch, Berlin, Georg Reimer, 1878, p. 198 à 256; Annexe III$_a$: *Berichte der Special-Commission über die Punkte* 5a *und* 5b *des Programms der im Jahre* 1876 *in Brüssel vereinigten permanenten Commission der europäischen Gradmessung*, et Annexe III$_b$: *Voten über die unter* 5a *und* 5b *des Brüsseler Programms ausgeführten geodätischen Fragen.*

La compensation générale d'un réseau, avec accord des bases, est le plus souvent rendue impraticable par la complication des calculs résultant du nombre considérable des équations de condition. Comme, d'autre part, les angles (ou directions) d'un réseau déjà compensé sans avoir égard aux équations de condition exprimant l'accord des bases, ne souffrent, du fait d'une nouvelle compensation réalisant cet accord, que des corrections extrêmement faibles, bien inférieures aux erreurs d'observation, on est en droit de considérer ces corrections comme pratiquement superflues.

Dès lors, le plus souvent, on considère une des bases, de préférence située au centre du réseau et mesurée avec une haute précision, comme *base fondamentale.* Elle seule est utilisée dans le calcul du réseau. Les autres, dites *bases de vérification*, servent uniquement à donner une idée de la précision de la triangulation, par la grandeur des écarts qui existent entre leurs longueurs mesurées et leurs longueurs calculées en partant de la base fondamentale. Les équations de condition qui expriment l'accord des bases ne sont pas comprises parmi celles qui interviennent dans la compensation du réseau. Il est possible alors, pour diminuer la complexité des calculs, de diviser celui-ci en des réseaux partiels plus aisés à compenser indépendamment les uns des autres.

Après que l'ensemble du réseau a été ainsi rendu applicable sur l'ellipsoïde de référence dans l'hypothèse où une seule base aurait été mesurée, on peut, si on le juge utile, effectuer l'accord des bases, soit par des procédés seulement approchés, soit par une nouvelle compensation rigoureuse, et toujours, bien entendu, sans que les conditions géométriques déjà réalisées par la première compensation cessent d'être satisfaites. La compensation avec accord des bases est, pour ainsi dire, obtenue en deux temps.

C'est, en somme, un procédé analogue qu'employaient Bouguer (1) et La Condamine (2), lorsque chacun utilisait d'abord dans ses calculs uniquement la base de Yaruqui et affectait ensuite la longueur trouvée pour la méridienne d'une correction ayant pour objet de tenir compte de la base de Tarqui. Après eux, Cassini de Thury (3) et Delambre (4) devaient aussi tenter de faire *a posteriori* concourir au même titre toutes leurs bases au calcul de leurs triangles, mais en altérant tout à fait arbitrairement les angles mesurés. C'est en 1818 que, le premier,

(1) Bouguer, *La Figure de la Terre*, Paris, Jombert, 1749, p. 112, 113 et 150, 151.

(2) La Condamine, *Mesure des trois premiers degrés du méridien dans l'hémisphère austral*, Paris, Imprimerie royale, 1751, Ire Partie, art. XXV et XXVI, p. 93 à 101.

(3) Cassini de Thury, *La méridienne de l'Observatoire royal de Paris, vérifiée dans toute l'étendue du royaume par de nouvelles observations* (suite des Mémoires de l'Académie royale des Sciences, année 1740), Paris, H.-L. et J. Guérin, 1744, p. 46, 48, 49, 55, etc.

(4) Delambre, *Base du Système métrique décimal*, Paris, Baudouin; t. II, juillet 1807, p. 704 et suivantes : *Changemens imperceptibles faits aux angles pour accorder les deux bases.*

Laplace (¹) a soumis le problème de l'accord des bases dans une simple chaîne de triangles à une rigoureuse analyse, plus tard développée et simplifiée par Puissant (²). On sait quel bel exemple d'accord des bases, pour une chaîne d'étendue considérable, a été fourni par Struve dans la mesure de l'arc méridien qui s'étend du Danube à la Mer Glaciale (³).

II. — COMPENSATION DES ANGLES (OU DIRECTIONS) SANS ACCORD DES BASES ET CALCUL DES CÔTÉS DES TRIANGLES D'UN RÉSEAU GÉODÉSIQUE.

1. ÉQUATIONS DE CONDITION EN GÉNÉRAL. ÉQUATIONS AUX ANGLES ET ÉQUATIONS AUX CÔTÉS, LEUR NATURE ET LEUR NOMBRE.

4. Quand on ne veut point réaliser l'accord des bases, les équations de condition de la compensation des angles (ou directions) comprennent seulement les *équations aux angles* et les *équations aux côtés* (⁴).

Les équations aux angles sont de deux sortes :

Les premières expriment que la somme des angles adjacents, formés par les directions successives issues d'un sommet quelconque du réseau géodésique, est égale à 400 grades. En général, cette condition a été préalablement réalisée en chaque station, soit parce que l'observateur s'est servi de la méthode des directions (avec emploi de séries complètes ou de séries partielles, associées de manière à constituer des séries complètes), soit, s'il s'est servi de la méthode des angles, grâce à une compensation des observations effectuées à la station, dite *compensation*

(¹) LAPLACE, *Théorie analytique des probabilités*. Deuxième supplément : *Application du calcul des probabilités aux opérations géodésiques*. Troisième supplément : *Application des formules géodésiques de probabilité à la méridienne de France*. (Tome VII de l'édition des *Œuvres complètes de* LAPLACE, publiées sous les auspices de l'Académie des Sciences par MM. les Secrétaires perpétuels, Paris, Gauthier-Villars, 1886.) Le premier de ces Mémoires, lu à l'Académie des Sciences le 4 août 1817, a paru l'année suivante comme *Addition* à la *Connaissance des Tems pour l'an* 1820, Paris, Courcier, 1818, p. 422 à 440. Le second a été imprimé pour la première fois dans la 3ᵉ édition de la *Théorie analytique des probabilités, revue et augmentée par l'auteur*, Paris, Courcier, 1820.

(²) PUISSANT, *Mémorial du Dépôt général de la Guerre*, t. VI : *Nouvelle description géométrique de la France*, 1ʳᵉ Partie; Paris, Picquet, 1832, Chap. VI, p. 136 et suiv.

PUISSANT, *Traité de Géodésie*, 3ᵉ édition, Paris, Bachelier, t. I, 1842, p. 404 à 414 : *Moyens d'évaluer, aussi exactement que possible, la longueur d'une ligne géodésique et celle de ses différentes parties, à l'aide d'un réseau de triangles appuyé sur deux bases qui présentent entre elles une petite discordance.*

(³) F.-G.-W. STRUVE, *Arc du méridien de* 25°20′ *entre le Danube et la Mer Glaciale, mesuré depuis* 1816 *jusqu'en* 1855, *sous la direction de C. de Tenner, N.-H. Selander, Chr. Hansteen* et *F.-G.-W. Struve*, Saint-Pétersbourg (Eggers), Riga (Schmidt) et Leipzig (Voss), t. I, 1860, p. 157 et suiv.

(⁴) Il convient d'ailleurs de remarquer que les équations de condition exprimant l'accord des bases sont en somme des équations aux côtés. Voir § 61, p. 64 et suiv.

de station. Il n'y a pas alors à introduire ce groupe d'équations aux angles dans la compensation du réseau. On supposera toujours dans ce qui suit qu'il en est effectivement ainsi.

Les seules équations aux angles à considérer sont alors celles exprimant que, dans tout triangle du réseau géodésique, la somme des angles compensés est égale à 200 grades, plus l'excès du triangle et que, plus généralement, dans tout polygone du réseau ayant n côtés, la somme des angles compensés est égale à $(n-2) \times 200$ grades, plus l'excès du polygone. Mais il est facile de se rendre compte que le système des équations aux angles indépendantes que peut fournir un polygone, par la considération de sa figure totale aussi bien que de tous les polygones partiels en lesquels on peut le décomposer, est toujours équivalent à un système moins compliqué d'équations indépendantes relatives à de simples triangles. Il y a donc, dans tous les cas, avantage à ne considérer que les équations aux angles fournies par les triangles du réseau, et c'est ce qu'on fera par la suite.

Une équation aux côtés exprime, pour un côté du réseau susceptible d'être calculé par deux enchaînements différents en fonction d'un autre côté, l'égalité des valeurs obtenues par ces deux enchaînements.

Si l'on suppose formées toutes les équations aux angles et aux côtés possibles, il convient de ne conserver dans la compensation que des équations indépendantes. Le nombre de celles-ci est fourni par des formules qu'il est utile de rappeler ici [1] :

Notations.

l, nombre total des côtés du réseau géodésique;
l', nombre de côtés le long desquels les observations ont été faites dans une direction seulement;
s, nombre total des sommets du réseau géodésique;
s', nombre de sommets seulement intersectés par des visées directes, ou seulement relevés par des visées inverses;
α, nombre d'angles mesurés;
δ, nombre de directions observées;
a, nombre d'équations aux angles indépendantes;
c, nombre d'équations aux côtés indépendantes;
r, nombre total d'équations de condition indépendantes.

---

[1] Les formules (2) et (4) ont été données comme *formules de Gauss* et démontrées par Gerling (*Die Ausgleichungsrechnungen der praktischen Geometrie oder die Methode der kleinsten Quadrate mit ihrer Anwendung auf geodätische Aufgaben*, Hambourg et Gotha, 1843, p. 273 et 277). Les formules plus générales (1) et (3), envisageant le cas où l' et s' ne sont pas nuls, ont été données par W. Jordan, *Handbuch der Vermessungskunde*, I Band, IV Auflage, Stuttgart, Metzler, 1895, Kapitel II, § 58, p. 170 et suiv.).

Premier cas. — Compensation des angles.

(1)
$$\left\{\begin{array}{l} a=(l-l')-(s-s')+1 \\ c=l-2s+3 \\ \hline r=2l-l'-3s+s'+4=\alpha-2s+4 \end{array}\right.$$

Si $l'=s'=0$:

(2)
$$\left\{\begin{array}{l} a=l-s+1 \\ c=l-2s+3 \\ \hline r=2l-3s+4=\alpha-2s+4 \end{array}\right.$$

Deuxième cas. — Compensation des directions.

(3)
$$\left\{\begin{array}{l} a=(l-l')-(s-s')+1 \\ c=l-2s+3 \\ \hline r=2l-l'-3s+s'+4 \end{array}\right.$$

Si $l'=s'=0$:

(4)
$$\left\{\begin{array}{l} a=l-s+1 \\ c=l-2s+3 \\ \hline r=2l-3s+4=\delta-3s+4 \end{array}\right.$$

On a enfin, en ne comprenant pas dans le nombre s les points seulement intersectés par des visées directes :

(5)
$$\alpha=\delta-s.$$

2. Formation des équations de condition.

5. Les équations de condition de la compensation sont en général formées en prenant pour inconnues les angles [1]. Si l'on désire effectuer la compensation des directions (méthode de calcul la plus fréquemment employée dans le cas de la compensation d'ensemble d'un réseau étendu), il est facile de transformer ensuite ces équations en introduisant comme inconnues les directions [2], tout angle étant égal à la différence de deux directions, et toute correction à un angle étant égale à la différence des deux corrections aux directions correspondantes [3].

Les développements suivants, relatifs à la formation des équations de condition, supposent donc qu'on prend pour inconnues les angles.

a. — Calcul des excès des triangles géodésiques.

6. La formation des équations aux angles exige le calcul préalable des excès

---

[1] Ou mieux les corrections aux angles; voir plus loin § 22, p. 23 et 24.

[2] Ou mieux les corrections aux directions; voir plus loin § 22, p. 23 et 24.

[3] Il en résulte évidemment que dans toute équation de condition écrite en adoptant comme inconnues les directions (ou les corrections aux directions), la somme algébrique des coefficients des inconnues est nulle.

des triangles géodésiques. On verra d'ailleurs plus loin qu'il en est de même pour la formation des équations aux côtés [1].

7. *Théorème de Legendre généralisé.* — On sait que le théorème de Legendre [2] relatif aux triangles sphériques, déjà étendu par ce géomètre [3] aux triangles géodésiques tracés sur un ellipsoïde de révolution, a été complètement généralisé par Gauss [4] dans le cas de triangles géodésiques tracés sur une surface quelconque, de sorte que tout triangle géodésique, dont les côtés ne dépassent pas les $\frac{5}{100}$ du rayon de courbure moyen de la surface sur laquelle il est tracé, peut se calculer comme un triangle plan ayant mêmes côtés et ayant pour angles ceux du triangle géodésique diminués chacun du tiers de son excès. Le lecteur trouvera dans les Mémoires et Traités spéciaux la théorie des triangles sphériques et celle des triangles géodésiques tracés sur un ellipsoïde de révolution avec tous les développements qu'elle comporte [5]. Il convient ici seulement de préciser les notations employées par la suite et d'indiquer sur quelles considérations est basée la légitimité du mode de calcul habituel des excès des triangles géodésiques.

8. *Notations.* — On adoptera les notations suivantes :

a_0, demi grand axe de l'ellipsoïde de référence;

e, excentricité de cet ellipsoïde;

L, latitude d'un point situé à la surface de l'ellipsoïde de référence;

En ce point :

$$R_1 = \frac{a_0(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2 L)^{\frac{3}{2}}},$$ rayon de courbure minimum (dans la section normale méridienne);

$$R_2 = \frac{a_0}{(1-e^2\sin^2 L)^{\frac{1}{2}}},$$ rayon de courbure maximum (dans la section normale perpendiculaire au méridien);

$$R = \sqrt{R_1 R_2} = \frac{a_0(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}{(1-e^2\sin^2 L)},$$ rayon de courbure moyen;

$\frac{1}{R^2}$, courbure, égale à $\frac{K}{a_0^2}$, en posant $K = \frac{a_0^2}{R^2}$;

---

(1) § 15, p. 13 et 14.

(2) Legendre, *Mémoire sur les opérations trigonométriques dont les résultats dépendent de la figure de la Terre*, Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris, 1787, p. 352 à 383.

(3) Legendre, *Analyse des triangles tracés sur la surface d'un sphéroïde*, Mémoire lu à la séance de la classe des Sciences mathématiques et physiques de l'Institut, le 3 mars 1806, Paris, Baudouin, juin 1806.

(4) Gauss, *Disquisitiones generales circa superficies curvas* (Commentationes Societatis regiæ scientiarum Gottingensis recentiores, oct. 8, 1827, vol. VI), Gottingæ, 1828, réimprimé dans Carl Friedrich Gauss, *Werke, herausgeben von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, vierter Band, 1880, p. 217 à 258.

(5) Notamment dans Helmert, *Die mathematischen und physikalischen Theorieen der höheren Geodäsie*, I Teil : *Die mathematischen Theorieen*, Leipzig, Teubner, 1880, Kapitel 2, 8, 11.

$A, B, C,$	angles	d'un triangle géodésique tracé sur l'ellipsoïde de référence;
$\varepsilon = A + B + C - 200^G,$	excès	
$a, b, c,$	côtés	
$m^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3},$	moyenne des carrés des trois côtés de ce triangle;	
$n^4 = \frac{a^4 + b^4 + c^4}{3},$	moyenne des quatrièmes puissances de ces côtés;	
$K_1, K_2, K_3,$	valeurs de K aux trois sommets du triangle;	
$K_m = \frac{K_1 + K_2 + K_3}{3},$	moyenne de ces trois valeurs;	
$R_m = \frac{a_0}{\sqrt{K_m}},$	valeur de R correspondant à K_m;	
$A', B', C',$	angles	du triangle sphérique ayant mêmes côtés a, b, c, que le triangle géodésique et tracé sur une sphère de rayon $R_m = \frac{a_0}{\sqrt{K_m}}$;
$\varepsilon' = A' + B' + C' - 200^G,$	excès sphérique	
$S,$	surface	
$A'', B'', C'',$	angles du triangle plan ayant mêmes côtés a, b, c, que le triangle géodésique.	

On considérera comme quantité du premier ordre un côté géodésique rapporté au rayon terrestre moyen.

9. *Formules fondamentales.* — Les formules fondamentales suivantes donnent les expressions des différences $A - A', \ldots; A - A'', \ldots$ et de l'excès ε [1] :

$$(6)\quad \begin{cases} A - A' = \dfrac{1}{12 \sin 1''} \dfrac{S}{a_0^2} (K_1 - K_m) + \text{des termes du 6}^e\text{ ordre}, \\ B - B' = \dfrac{1}{12 \sin 1''} \dfrac{S}{a_0^2} (K_2 - K_m) + \text{des termes du 6}^e\text{ ordre}, \\ C - C' = \dfrac{1}{12 \sin 1''} \dfrac{S}{a_0^2} (K_3 - K_m) + \text{des termes du 6}^e\text{ ordre}. \end{cases}$$

$$(7)\quad \begin{cases} A - A'' = \dfrac{\varepsilon}{3}\left(1 + \dfrac{m^2 - a^2}{20 a_0^2} K_m + \dfrac{K_1 - K_m}{4 K_m} + \text{des termes du 4}^e\text{ ordre}\right), \\ B - B'' = \dfrac{\varepsilon}{3}\left(1 + \dfrac{m^2 - b^2}{20 a_0^2} K_m + \dfrac{K_2 - K_m}{4 K_m} + \text{des termes du 4}^e\text{ ordre}\right), \\ C - C'' = \dfrac{\varepsilon}{3}\left(1 + \dfrac{m^2 - c^2}{20 a_0^2} K_m + \dfrac{K_3 - K_m}{4 K_m} + \text{des termes du 4}^e\text{ ordre}\right). \end{cases}$$

$$(8)\quad \varepsilon = \frac{S}{\sin 1'' a_0^2} K_m \left(1 + \frac{m^2}{8 a_0^2} K_m + \text{des termes du 4}^e\text{ ordre}\right).$$

---

[1] HELMERT, *loc. cit.*, p. 358 et 362.

En additionnant membre à membre les égalités (6), on voit que l'excès du triangle géodésique est, à des termes du sixième ordre près, égal à celui du triangle sphérique correspondant. Ce dernier est fourni par le développement suivant ([1]):

$$\text{(9)} \qquad \varepsilon' = \frac{S}{\sin 1'' R_m^2}\left(1 + \frac{m^2}{8 R_m^2} + \frac{n^4 + 3 m^4}{240 R_m^4} + \text{des termes du } 6^e \text{ ordre}\right).$$

On démontre aisément que, si l'on considère tous les triangles pour lesquels m^2 a une valeur constante donnée, chacun des trois premiers termes de ε' est maximum pour le triangle équilatéral ([2]). Dans ce cas du triangle équilatéral la formule (9) devient :

$$\text{(10)} \qquad \varepsilon' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4 \sin 1'' R_m^2}\left(1 + \frac{a^2}{8 R_m^2} + \frac{a^4}{60 R_m^4} + \text{des termes du } 6^e \text{ ordre}\right).$$

Si $\frac{a}{R_m} = \frac{1}{60}$, ce qui, pour $R_m = 6370^{km}$ environ, donne $a = 106^{km}$ environ, les valeurs de ces trois termes sont respectivement :

$$76'',573 \qquad 0'',003 \qquad 10^{-7} \times 1''.$$

La précision que l'on peut espérer des observations azimutales étant bien loin d'atteindre 0'',003, on peut toujours, dans le cas d'un triangle géodésique ayant les dimensions ordinairement usitées, employer pour le calcul de son excès ε, la formule réduite au premier terme :

$$\text{(11)} \qquad \varepsilon = \frac{S}{\sin 1'' R_m^2},$$

dans laquelle la surface S du triangle plan correspondant est calculée au moyen des deux côtés et de l'angle compris :

$$\text{(12)} \qquad S = \frac{1}{2} ab \sin C''.$$

10. *Calcul des excès par approximations successives.* — Le calcul s'effectue, en général, comme il suit, par approximations successives :

Première approximation. — Un premier calcul des triangles plans correspondant aux triangles géodésiques est fait par logarithmes à 5 décimales, en prenant pour angles de chaque triangle les angles observés (ce qui revient à supposer que les observations ne sont entachées d'aucune erreur et à négliger les excès). On en déduit pour les surfaces des triangles plans des valeurs provisoires S_1.

Il faut obtenir ensuite les R_m. A cet effet, on exécute un premier calcul des coordonnées géodésiques (latitudes, longitudes et azimuts) des sommets du réseau.

([1]) Helmert, *loc. cit.*, p. 93.
([2]) *Ibid.*, p. 95.

Basé sur le calcul de triangles précédent, ce calcul des coordonnées est effectué par logarithmes à 5 décimales, en partant d'une latitude et d'un azimut origines, astronomiquement déterminés. Il donne des valeurs provisoires pour les latitudes des sommets, latitudes dont les R_m sont des fonctions. Mais au lieu d'employer, dans la formule (11), la quantité R_m donnée par l'expression $R_m = \frac{a_0}{\sqrt{K_m}}$ (K_m étant la moyenne des valeurs que prend, aux trois sommets du triangle, la quantité K, fonction de la latitude), il suffit de prendre désormais pour R_m, dans cette formule, le rayon de courbure moyen R'_m correspondant à la latitude moyenne L'_m des trois sommets, rayon qui s'obtient immédiatement en consultant une table des rayons de courbure moyens R, ayant la latitude L comme argument, et préalablement dressée pour l'ellipsoïde de référence adopté. En pratique, pour plus de commodité, on dresse une table fournissant à première vue les logarithmes des quantités $\frac{1}{2\,R^2 \sin 1''}$, appelées *facteurs de l'excès* (¹).

Soit, en effet, L_m la valeur de la latitude correspondant à la valeur $R_m = \frac{a_0}{\sqrt{K_m}}$ du rayon de courbure moyen R. On a employé dans le calcul L'_m au lieu de L_m, c'est-à-dire une latitude erronée de la quantité $L'_m - L_m = \delta L_m$. A cette erreur correspondent une erreur δK_m sur K_m et une erreur $\delta\varepsilon$ sur ε. Or la formule (8) donne :

$$\delta\varepsilon = \varepsilon\,\frac{\delta K_m}{K_m}, \tag{13}$$

et comme :

$$K_m = \frac{a_0^2}{R_m{}^2} = \frac{(1 - e^2 \sin^2 L_m)^2}{(1 - e^2)}, \tag{14}$$

on a :

$$\frac{\delta K_m}{K_m} = -\,\frac{2\,e^2 \sin 2 L_m}{1 - e^2 \sin^2 L_m}\,\delta L_m, \tag{15}$$

d'où sans erreur sensible :

$$\delta\varepsilon\,(\text{en secondes}) = -\,\varepsilon.\,2\,e^2 \sin 2 L_m.\,\delta L_m\,(\text{en secondes}) \sin 1'' + \ldots. \tag{16}$$

En se plaçant dans des conditions extrêmement défavorables : $\varepsilon = 76'',573$ (valeur correspondant à un triangle équilatéral pour lequel $a = \frac{R_m}{60} = 106^{km}$ environ, longueur rarement atteinte dans la pratique courante de la Géodésie) et $L_m = 45^{o}$ (d'où $\sin 2 L_m = 1$), pour $e^2 = 0,0068035$ et $\log e^2 = \bar{3}{\cdot}83273$ (Clarke, 1880), une erreur $\delta L_m = 0^{G},25$ ne cause qu'une erreur $\delta\varepsilon = 0'',004$, déjà bien inférieure à la précision sur laquelle on peut compter dans les observations azimutales.

(¹) Voir § 65, p. 80 et 81.

Pour des triangles de dimensions ordinaires, l'erreur $\delta\varepsilon$ devient complètement négligeable.

Ayant les valeurs provisoires S_1 des S, et les valeurs qu'on peut le plus souvent considérer comme définitives des R'_m, on calcule par les formules (11) et (12) des valeurs provisoires ε_1 des ε.

11. *Deuxième approximation.* — Un second calcul des triangles plans correspondant aux triangles géodésiques est ensuite effectué par logarithmes à 7 décimales, en prenant pour angles de chaque triangle les angles observés diminués chacun du tiers de l'excès ε_1.

On en déduit pour les surfaces de ces triangles des valeurs S_2, plus approchées que les valeurs S_1.

Si l'on craint d'avoir employé, dans la recherche des R'_m, des valeurs trop erronées des latitudes des sommets, on vérifie alors ces valeurs par un nouveau calcul des coordonnées, effectué par logarithmes à 7 décimales, et l'on peut être conduit à modifier les R'_m adoptés. Comme on le voit, en se reportant à une démonstration qui vient d'être faite ([1]), il faut des erreurs considérables sur les latitudes primitivement employées pour que ce nouveau calcul soit nécessaire.

Enfin, à l'aide des valeurs S_2 et des valeurs R'_m adoptées, on calcule par les formules (11) et (12) des valeurs ε_2 des excès qui peuvent être considérées comme définitives. Ainsi que ces formules le montrent en effet facilement, en supposant même sur les côtés a et b une erreur relative $\frac{1}{50\,000}$, hypothèse admissible seulement dans des régions du réseau éloignées de la base fondamentale, pour des triangulations de haute précision dans lesquelles l'erreur moyenne relative des bases mesurées ne dépasse pas $\frac{1}{500\,000}$ et dans lesquelles l'erreur moyenne d'un angle final observé est à peine supérieure à $1''$ ([2]), l'erreur commise, en calculant ainsi l'excès d'un triangle équilatéral pour lequel $a = \frac{R_m}{60} = 106^{\text{km}}$ environ, atteint seulement $0'',003$.

12. *Nombre de décimales à employer dans le calcul.* — Toutes les considérations précédentes s'accordent pour montrer que dans le cas d'un triangle équilatéral de 106^{km} de côté, c'est-à-dire atteignant des dimensions rarement usitées, l'excès calculé, comme il vient d'être expliqué, au moyen des formules (11) et (12), ne peut être entaché d'une erreur dépassant $0'',004$. Il serait d'ailleurs illusoire de vouloir, pour les excès, atteindre une précision d'un petit nombre de millièmes de seconde centésimale, hors de proportion avec celle des observations azimutales. On adopte donc la méthode ci-dessus en employant des logarithmes à 6 décimales seulement dans l'application des formules (11) et (12), ce qui, pour le cas de triangles ordinaires, permet d'obtenir ε avec les trois décimales suffisantes.

([1]) P. 11.

([2]) Voir §§ 31 à 47, p. 31 à 45, §§ 96 à 99, p. C.3 à C.7.

b. — Notations.

13. On appellera désormais :

A, B, C, D, ... les inconnues choisies, vraies valeurs de certains angles du réseau géodésique tracé sur l'ellipsoïde de référence;

A_1, B_1, C_1, D_1, ... les valeurs fournies par les observations azimutales pour ces angles;

ε les excès des triangles du réseau géodésique, préalablement calculés comme il vient d'être expliqué;

E les erreurs de ces triangles, obtenues avec leurs signes en retranchant pour chaque triangle $(200^G + \varepsilon)$ de la somme des valeurs observées pour les angles :

$$E = (L_1 + N_1 + P_1) - (200^G + \varepsilon);$$

I, II, III, IV, ... les sommets des triangles plans correspondant aux triangles géodésiques, triangles dont les angles s'obtiennent en retranchant des angles A, B, C, ..., ou de combinaisons de ces angles par sommes ou différences, le tiers de l'excès correspondant.

c. — Formation des équations aux angles.

14. La formation des équations aux angles n'offre aucune difficulté. Elles sont linéaires par rapport aux inconnues. On a déjà remarqué [1] qu'il suffit et qu'il est avantageux, pour les former, de se borner à considérer les triangles du réseau, à l'exclusion de toute autre espèce de polygone. En désignant par L, N, P trois angles d'un même triangle géodésique (angles compris parmi les inconnues choisies ou égaux à des combinaisons par sommes ou différences de ces inconnues), les équations aux angles se présentent sous la forme générale suivante :

$$(200^G + \varepsilon) - (L + N + P) = 0. \tag{17}$$

d. — Formation des équations aux côtés.

15. *Forme générale non linéaire des équations aux côtés.* — Toute équation aux côtés exprime l'égalité des valeurs obtenues pour un côté, lorsqu'on le calcule en fonction d'un même autre côté, par la proportion des sinus appliquée successivement de proche en proche aux triangles de deux enchaînements différents; elle s'écrit donc en égalant à l'unité le rapport de deux produits composés chacun d'un même nombre de sinus. Il importe de ne pas oublier que le calcul des côtés s'effectuant par les triangles plans, en vertu du théorème de Legendre généralisé, les angles qui interviennent dans les équations aux côtés sont ceux de ces triangles, et non les angles des triangles géodésiques comme pour les équations aux angles [2].

---

[1] § 4, p. 6.

[2] La proportion des sinus des angles aux côtés ou aux sinus des côtés, vraie pour les triangles plans et sphériques, l'est encore pour les triangles géodésiques tracés sur l'ellipsoïde de révolution, à des termes près

La forme générale des équations aux côtés est donc, en désignant par L et R, N et T, P et V, ... des angles appartenant deux à deux à un même triangle géodésique (angles compris parmi les inconnues choisies ou égaux à des combinaisons par sommes ou différences de ces inconnues), par ε_1, ε_2, ε_3, ... les excès des triangles correspondants :

$$(19) \qquad 1 = \frac{\sin\left(L - \frac{\varepsilon_1}{3}\right)\sin\left(N - \frac{\varepsilon_2}{3}\right)\sin\left(P - \frac{\varepsilon_3}{3}\right)\cdots}{\sin\left(R - \frac{\varepsilon_1}{3}\right)\sin\left(T - \frac{\varepsilon_2}{3}\right)\sin\left(V - \frac{\varepsilon_3}{3}\right)\cdots}.$$

Cette équation peut se représenter par :

$$(20) \qquad F(L, N, P, \ldots; R, T, V, \ldots) = 0,$$

F étant une fonction non linéaire des inconnues.

---

de l'ordre du carré de l'excentricité. En désignant par :

L'_2, la *latitude réduite* du sommet B, définie par la relation $\tang L'_2 = (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \tang L_2$,

E_2, la quantité $\frac{1}{6} e^2 \sin 2 L'_2$,

Z_{BA}, l'azimut du côté BA, en B,
Z_{BC}, l'azimut du côté BC, en B,
Z_{AB}, l'azimut du côté AB, en A,
} comptés de 0 à 400^G, du sud vers l'ouest,

cette proportion s'écrit, en prenant pour unité de longueur le demi grand axe a_0 (Helmert, *loc. cit.*, p. 352) :

$$(18) \qquad \frac{\sin C}{\sin A} = \frac{\sin\left[c\sqrt{K_2}\right]}{\sin\left[a\sqrt{K_2}\right]}\left[1 + \frac{3}{4} E_2(a^2 - c^2)(a \cos Z_{BA} + c \cos Z_{BC}) + \frac{1}{4} E_2 b^3 \cos Z_{AB} + \text{des termes du } 6^e \text{ ordre}\right].$$

Tant que les côtés sont assez petits par rapport au rayon de courbure moyen $\frac{a_0}{\sqrt{K_m}}$ pour qu'on puisse les considérer comme égaux à leurs sinus, la formation des équations aux côtés à l'aide des angles des triangles géodésiques fournit absolument les mêmes équations que leur formation à l'aide des angles des triangles plans correspondants.

A tout rapport de la forme :

$$\frac{\sin C}{\sin A} = \frac{\sin[C_1 + (3)]}{\sin[A_1 + (1)]},$$

relatif à un triangle géodésique, correspond en effet un rapport de la forme :

$$\frac{\sin\left(C - \frac{\varepsilon}{3}\right)}{\sin\left(A - \frac{\varepsilon}{3}\right)} = \frac{\sin\left[C_1 - \frac{\varepsilon}{3} + (3)\right]}{\sin\left[A_1 - \frac{\varepsilon}{3} + (1)\right]},$$

relatif au triangle plan, et ces deux rapports sont égaux entre eux comme tous deux égaux à $\frac{c}{a}$.

Mais tel n'est point le cas dans la pratique courante de la Géodésie. Des côtés de 32^{km} dépassent déjà le 1 : 200 du rayon de courbure. Il est donc essentiel de former les équations aux côtés à l'aide des angles des triangles plans.

16. *Forme générale linéaire des équations aux côtés.* — En vue de rendre praticables les calculs ultérieurs, toute semblable équation de condition non linéaire doit être transformée de manière à le devenir. Cela est toujours possible si l'on connaît des valeurs suffisamment approchées L_1, N_1, P_1, ..., R_1, T_1, V_1, ... des inconnues pour qu'on puisse écrire sans erreur sensible, en employant la formule de Taylor, limitée aux termes du premier degré par rapport aux accroissements des variables :

$$(21)\quad \begin{aligned} &F(L, N, P, \ldots; R, T, V, \ldots) \\ &= F[L_1 + (L - L_1), N_1 + (N - N_1), P_1 + (P - P_1), \ldots; \\ &\quad R_1 + (R - R_1), T_1 + (T - T_1), V_1 + (V - V_1), \ldots] \\ &= F(L_1, N_1, P_1, \ldots; R_1, T_1, V_1, \ldots) + (L - L_1)\frac{dF}{dL_1} + (N - N_1)\frac{dF}{dN_1} + (P - P_1)\frac{dF}{dP_1} + \ldots \\ &\qquad + (R - R_1)\frac{dF}{dR_1} + (T - T_1)\frac{dF}{dT_1} + (V - V_1)\frac{dF}{dV_1} + \ldots . \end{aligned}$$

L'équation ainsi obtenue :

$$(22)\quad \begin{aligned} &+\frac{dF}{dL_1}L + \frac{dF}{dN_1}N + \frac{dF}{dP_1}P + \ldots + \frac{dF}{dR_1}R + \frac{dF}{dT_1}T + \frac{dF}{dV_1}V + \ldots \\ &+ F(L_1, N_1, P_1, \ldots; R_1, T_1, V_1, \ldots) \\ &- \frac{dF}{dL_1}L_1 - \frac{dF}{dN_1}N_1 - \frac{dF}{dP_1}P_1 - \ldots - \frac{dF}{dR_1}R_1 - \frac{dF}{dT_1}T_1 - \frac{dF}{dV_1}V_1 - \ldots = 0 \end{aligned}$$

est linéaire par rapport aux inconnues L, N, P, ..., R, T, V, ...

Pour appliquer cette transformation plus commodément à l'équation (19), on prend les logarithmes :

$$(23)\quad \begin{aligned} &\log\sin\left(L - \frac{\varepsilon_1}{3}\right) + \log\sin\left(N - \frac{\varepsilon_2}{3}\right) + \log\sin\left(P - \frac{\varepsilon_3}{3}\right) + \ldots \\ &- \log\sin\left(R - \frac{\varepsilon_1}{3}\right) - \log\sin\left(T - \frac{\varepsilon_2}{3}\right) - \log\sin\left(V - \frac{\varepsilon_3}{3}\right) - \ldots = 0. \end{aligned}$$

Chaque coefficient $\frac{dF}{dL_1}$ de l'équation linéaire correspondante est de la forme

$$\frac{d\log\sin\left(L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right)}{dL_1}.$$

Or, en appelant M le module des logarithmes vulgaires, on a :

$$(24)\quad \frac{d\log\sin\left(L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right)}{dL_1} = \mathrm{M}\cot\left(L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right),$$

avec :

$$\mathrm{M} = 0{,}4342944819, \qquad \log \mathrm{M} = \bar{1}\cdot 6377843113.$$

Quelques auteurs forment ainsi les équations aux côtés en employant les cotan-

gentes des angles observés pour les triangles plans, mais il est plus commode d'opérer comme il suit :

Soit Δ_{L_1} l'accroissement de $\log \sin\left(L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right)$ pour un accroissement de $\left(L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right)$ égal à une seconde centésimale, accroissement qui est, à un facteur puissance de 10 près, la *différence tabulaire* correspondant à $\log \sin\left(L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right)$. La formule de Taylor, limitée sans erreur sensible à ses deux premiers termes, donne :

$$\log \sin\left(L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} + 1''\right) - \log \sin\left(L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right) = \operatorname{arc} 1'' \frac{d \log \sin\left(L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right)}{dL_1}, \tag{25}$$

ou :

$$\frac{d \log \sin\left(L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right)}{dL_1} = \frac{\Delta_{L_1}}{\operatorname{arc} 1''}. \tag{26}$$

L'équation (23) rendue linéaire est donc :

$$\begin{aligned} &+ \frac{1}{\operatorname{arc} 1''}(\Delta_{L_1} L + \Delta_{N_1} N + \Delta_{P_1} P + \ldots - \Delta_{R_1} R - \Delta_{T_1} T - \Delta_{V_1} V - \ldots) \\ &+ \log \frac{\sin\left(L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right) \sin\left(N_1 - \frac{\varepsilon_2}{3}\right) \sin\left(P_1 - \frac{\varepsilon_3}{3}\right) \cdots}{\sin\left(R_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right) \sin\left(T_1 - \frac{\varepsilon_2}{3}\right) \sin\left(V_1 - \frac{\varepsilon_3}{3}\right) \cdots} \\ &- \frac{1}{\operatorname{arc} 1''}(\Delta_{L_1} L_1 + \Delta_{N_1} N_1 + \Delta_{P_1} P_1 + \ldots - \Delta_{R_1} R_1 - \Delta_{T_1} T_1 - \Delta_{V_1} V_1 - \ldots) = 0. \end{aligned} \tag{27}$$

Dans cette équation, tous les arcs (arc 1'', L_1, N_1, P_1, ..., R_1, T_1, V_1, ..., L, N, P, ..., R, T, V, ...) sont rapportés au rayon. En les exprimant en secondes centésimales, elle s'écrit :

$$\begin{aligned} &+ (\Delta_{L_1} L + \Delta_{N_1} N + \Delta_{P_1} P + \ldots - \Delta_{R_1} R - \Delta_{T_1} T - \Delta_{V_1} V - \ldots) \\ &+ \log \frac{\sin\left(L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right) \sin\left(N_1 - \frac{\varepsilon_2}{3}\right) \sin\left(P_1 - \frac{\varepsilon_3}{3}\right) \cdots}{\sin\left(R_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right) \sin\left(T_1 - \frac{\varepsilon_2}{3}\right) \sin\left(V_1 - \frac{\varepsilon_3}{3}\right) \cdots} \\ &- (\Delta_{L_1} L_1 + \Delta_{N_1} N_1 + \Delta_{P_1} P_1 + \ldots - \Delta_{R_1} R_1 - \Delta_{T_1} T_1 - \Delta_{V_1} V_1 - \ldots) = 0. \end{aligned} \tag{28}$$

17. *Exemple : Équation aux côtés d'un quadrilatère.* — Prenons l'exemple du quadrilatère [Fierro Urcu-Chilla Cocha-Minas-Tinajillas] qui fait partie du réseau géodésique représenté sur la figure *a* [1].

Les observations azimutales ont fourni les valeurs suivantes pour les angles du réseau géodésique :

---

[1] C'est la figure 9 du réseau primordial, p. A.36 à A.38.

$A_1 = 37^{G}.6115'',744$	$H_1 = 102^{G}.2803'',226$
$B_1 = 19.3321,029$	$I_1 = 41.1420,446$
$C_1 = 41.2204,215$	$J_1 = 37.2465,668$
$D_1 = 68.7720,267$	$K_1 = 79.2945,940$
$E_1 = 33.4309,046$	$L_1 = 50.0295,882$
$F_1 = 19.3114,385$	$M_1 = 33.0660,321$
$G_1 = 37.2669,787$	

Figure *a*.

Les excès préalablement calculés sont :

Triangles géodésiques :

[Fierro Urcu-Tinajillas-Minas]............	$\varepsilon_1 = 19'',961 = (A + K + L + M)$	$- 200^{G}$	$\frac{\varepsilon_1}{3} = 6'',654$
[Chilla Cocha-Tinajillas-Minas]...........	$\varepsilon_2 = 16,583 = (E + J + K + L)$	$- 200$	$\frac{\varepsilon_2}{3} = 5,528$
[Fierro Urcu-Tinajillas-Chilla Cocha]......	$\varepsilon_3 = 19,793 = (A + B + C + D + M)$	$- 200$	$\frac{\varepsilon_3}{3} = 6,598$
[Ñarihuiña-Fierro Urcu-Minas]..........	$\varepsilon_4 = 10,296 = (B + H + I + J)$	$- 200$	$\frac{\varepsilon_4}{3} = 3,432$
[Ñarihuiña-Chilla Cocha-Minas]...........	$\varepsilon_5 = 5,356 = (F + G + H + I)$	$- 200$	$\frac{\varepsilon_5}{3} = 1,785$
[Chilla Cocha-Fierro Urcu-Minas]..........	$\varepsilon_6 = 16,415 = (B + C + D + E + J)$	$- 200$	$\frac{\varepsilon_6}{3} = 5,472$
[Chilla Cocha-Fierro Urcu-Ñarihuiña]......	$\varepsilon_7 = 11,475 = (C + D + E + F + G)$	$- 200$	$\frac{\varepsilon_7}{3} = 3,825$

On doit obtenir la même valeur pour le côté (Chilla Cocha-Minas) calculé en fonction du côté (Fierro Urcu-Chilla Cocha), soit par les triangles I.II.V et II.IV.V, soit par le triangle I.II.IV.

Les triangles I.II.V et II.IV.V donnent :

$$(29) \qquad \text{II.V} = \text{I.II}\frac{\sin \text{II.I.V}}{\sin \text{I.V.II}} \quad \text{et} \quad \text{II.IV} = \text{II.V}\frac{\sin \text{II.V.IV}}{\sin \text{II.IV.V}},$$

d'où :

$$(30) \qquad \text{II.IV} = \text{I.II}\frac{\sin \text{II.I.V} \sin \text{II.V.IV}}{\sin \text{I.V.II} \sin \text{II.IV.V}}.$$

Le triangle I.II.IV donne :

$$(31) \qquad \text{II.IV} = \text{I.II}\frac{\sin \text{II.I.IV}}{\sin \text{I.IV.II}}.$$

On doit donc avoir :

$$(32) \qquad 1 = \frac{\sin \text{II.I.V} \sin \text{II.V.IV} \sin \text{I.IV.II}}{\sin \text{I.V.II} \sin \text{II.IV.V} \sin \text{II.I.IV}}.$$

Or, on a :

$$\text{II.I.V} = A + B + C - \frac{\varepsilon_3}{3},$$

$$\text{II.V.IV} = L - \frac{\varepsilon_2}{3},$$

$$\text{I.IV.II} = J - \frac{\varepsilon_6}{3},$$

$$\text{I.V.II} = M - \frac{\varepsilon_3}{3},$$

$$\text{II.IV.V} = J + K - \frac{\varepsilon_2}{3},$$

$$\text{II.I.IV} = B + C - \frac{\varepsilon_6}{3}.$$

En substituant dans l'équation précédente, on obtient une équation aux côtés à laquelle doivent satisfaire les inconnues A, B, C, J, K, L, M :

$$(33) \qquad 1 = \frac{\sin\left(A + B + C - \frac{\varepsilon_3}{3}\right)\sin\left(L - \frac{\varepsilon_2}{3}\right)\sin\left(J - \frac{\varepsilon_6}{3}\right)}{\sin\left(M - \frac{\varepsilon_3}{3}\right)\sin\left(J + K - \frac{\varepsilon_2}{3}\right)\sin\left(B + C - \frac{\varepsilon_6}{3}\right)}.$$

On la met comme il suit sous une forme analogue à celle de l'équation (28) :

$A_1 + B_1 + C_1 - \frac{\varepsilon_3}{3} =$	$98^{G}.1634'',390$	log sin $= \bar{1}\cdot99981926$	$\Delta = + \quad 2,0 \times 10^{-8}$
$L_1 - \frac{\varepsilon_2}{3} =$	$50.0290,354$	» $= \bar{1}\cdot84968299$	$\Delta = + \quad 68,1 \times 10^{-8}$
$J_1 - \frac{\varepsilon_6}{3} =$	$37.2460,197$	» $= \bar{1}\cdot74213467$	$\Delta = + 103,0 \times 10^{-8}$
		$\bar{1}\cdot59163692$	

$M_1 - \frac{\varepsilon_3}{3} = 30^G.0653'',724$ log sin $= \bar{1}\cdot 69578835$ $\Delta = + 119,3 \times 10^{-8}$

$J_1 + K_1 - \frac{\varepsilon_2}{3} = 116.5406,080$ » $= \bar{1}\cdot 98517329$ $\Delta = - 18,1 \times 10^{-8}$

$B_1 + C_1 - \frac{\varepsilon_6}{3} = 60.5519,772$ » $= \bar{1}\cdot 91066862$ $\Delta = + 48,7 \times 10^{-8}$

$- \bar{1}\cdot 59163026$
$+ \bar{1}\cdot 59163692$
$+ 10^{-8} \times 666$

$$(34)\quad \begin{aligned} &+10^{-8}[+\ 2,0 \times (A + B + C) + 68,1 \times L + 103,0 \times J \\ &\qquad - 119,3 \times M + 18,1 \times (J + K) - 48,7 \times (B + C)] \\ &+ 10^{-8} \times 666 \\ &- 10^{-8}(+\ 2,0 \times 98.1640'',988 + 68,1 \times 50.0295'',882 + 103,0 \times 37.2465'',668 \\ &\qquad - 119,3 \times 33.0660'',321 + 18,1 \times 116.5411'',608 - 48,7 \times 60.5525'',244) = 0. \end{aligned}$$

18. *Remarque : On a le droit de multiplier ou de diviser les équations aux côtés linéaires par un nombre quelconque, ce qui facilite les calculs.* — Pour la commodité des calculs de compensation, il est avantageux que les coefficients des inconnues soient autant que possible du même ordre de grandeur dans toutes les équations de condition. Or, on peut multiplier ou diviser une de ces équations linéaires par un nombre quelconque, sans rien changer aux résultats [1]. Pour que les coefficients des équations aux côtés se rapprochent de ceux des équations aux angles, on multiplie les équations telles que (34) par 10^6, ce qui revient à exprimer le terme constant et les coefficients des inconnues dans les équations aux côtés en unités du sixième ordre décimal du logarithme.

L'équation (34) devient, en la multipliant par 10^6 et ordonnant par rapport aux inconnues :

$$(35)\quad \begin{aligned} &+ 0,020A - 0,467B - 0,467C + 1,211J + 0,181K + 0,681L - 1,193M \\ &+ 6,66 \\ &- (+ 0,020 \times 98.1640'',988 + 0,681 \times 50.0295'',882 + 1,030 \times 37.2465'',668 \\ &\qquad - 1,193 \times 33.0660'',321 + 0,181 \times 116.5411'',608 - 0,487 \times 60.5525'',244) = 0. \end{aligned}$$

3. Traitement des équations de condition par la méthode des moindres carrés.

a. — Problème général de la compensation de quantités observées assujetties à des équations de condition.

19. Les équations de condition de la compensation une fois formées en prenant pour inconnues les angles, on peut, si on le désire, les transformer immédiatement en prenant pour inconnues les directions.

---

(1) Il suffit, pour s'en rendre compte, de considérer successivement les équations de condition, les équations normales et les équations corrélatives, § 24, p. 25 et 26.

En désignant à présent d'une manière plus générale par

A, B, C, D, ... les inconnues choisies (angles ou directions),

A_1, B_1, C_1, D_1, ... les valeurs fournies par les observations azimutales pour ces inconnues, exprimées en secondes centésimales,

(1), (2), (3), (4), ... les corrections à apporter à A_1, B_1, C_1, D_1, ..., pour obtenir A, B, C, D, ..., exprimées en secondes centésimales,

la compensation des angles (ou directions) se ramène au problème suivant :

On a déterminé par l'observation des valeurs A_1, B_1, C_1, D_1, ... de n quantités inconnues A, B, C, D, ..., valeurs dont les poids respectifs sont $p_1, p_2, p_3, p_4, \ldots$. Ces n inconnues doivent satisfaire à r équations de condition linéaires :

(36) (r équations de condition).

$$\left\{\begin{array}{l} a_0 + a_1 A + a_2 B + a_3 C + a_4 D + \ldots = 0, \\ b_0 + b_1 A + b_2 B + b_3 C + b_4 D + \ldots = 0, \\ c_0 + c_1 A + c_2 B + c_3 C + c_4 D + \ldots = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \underbrace{\hphantom{a_0 + a_1 A + a_2 B + a_3 C + a_4 D}}_{(n \text{ inconnues})} \end{array}\right.$$

Déterminer pour ces inconnues les valeurs les plus probables qui satisfont aux équations de condition, ou déterminer les corrections (1), (2), (3), (4), ..., les plus probables, qui, apportées aux valeurs observées $A_1, B_1, C_1, D_1, \ldots$, fournissent pour les inconnues des valeurs

(37) (n inconnues).

$$\left\{\begin{array}{l} A = A_1 + (1), \\ B = B_1 + (2), \\ C = C_1 + (3), \\ D = D_1 + (4), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right.$$

satisfaisant aux équations de condition, c'est-à-dire telles que :

(38) (r équations).

$$\left\{\begin{array}{l} a_0 + a_1[A_1 + (1)] + a_2[B_1 + (2)] + a_3[C_1 + (3)] + a_4[D_1 + (4)] + \ldots = 0, \\ b_0 + b_1[A_1 + (1)] + b_2[B_1 + (2)] + b_3[C_1 + (3)] + b_4[D_1 + (4)] + \ldots = 0, \\ c_0 + c_1[A_1 + (1)] + c_2[B_1 + (2)] + c_3[C_1 + (3)] + c_4[D_1 + (4)] + \ldots = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \underbrace{\hphantom{a_1[A_1 + (1)] + a_2[B_1 + (2)] + a_3[C_1 + (3)] + a_4[D_1 + (4)]}}_{(n \text{ termes})} \end{array}\right.$$

Si l'on remplace les inconnues par leurs valeurs observées dans les r équations de condition (36), celles-ci ne sont pas satisfaites et l'on obtient r *résidus :* w_1, w_2, w_3, ... :

(39) (r résidus).

$$\left\{\begin{array}{l} w_1 = a_0 + a_1 A_1 + a_2 B_1 + a_3 C_1 + a_4 D_1 + \ldots, \\ w_2 = b_0 + b_1 A_1 + b_2 B_1 + b_3 C_1 + b_4 D_1 + \ldots, \\ w_3 = c_0 + c_1 A_1 + c_2 B_1 + c_3 C_1 + c_4 D_1 + \ldots, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \underbrace{\hphantom{a_1 A_1 + a_2 B_1 + a_3 C_1 + a_4 D_1}}_{(n \text{ valeurs observées})} \end{array}\right.$$

Comparant (38) et (39), on obtient r équations de condition auxquelles doivent satisfaire les n corrections (1), (2), (3), (4), ... :

$$(40)\ (r \text{ équations de condition}).\left\{\begin{array}{l} a_1(1)+a_2(2)+a_3(3)+a_4(4)+\ldots+w_1=0, \\ b_1(1)+b_2(2)+b_3(3)+b_4(4)+\ldots+w_2=0, \\ c_1(1)+c_2(2)+c_3(3)+c_4(4)+\ldots+w_3=0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{[n \text{ inconnues (corrections)}].} \end{array}\right.$$

D'après la théorie des moindres carrés, *les valeurs les plus probables* des corrections doivent satisfaire, en outre, à la condition :

$$(41)\qquad \underbrace{p_1(1)^2+p_2(2)^2+p_3(3)^2+p_4(4)^2+\ldots}_{(n \text{ termes}).}=\text{minimum}.$$

Si n était plus petit que r, il serait possible, en traitant par la méthode des moindres carrés les r équations (40) à n inconnues, d'obtenir pour les corrections un système de valeurs et un seul, satisfaisant, non pas rigoureusement, mais du mieux possible, à ces équations.

Si n était égal à r, il serait possible, en résolvant les équations (40), d'obtenir pour les corrections un système de valeurs et un seul satisfaisant rigoureusement à ces équations.

Mais, dans les deux cas, les valeurs des corrections, trouvées sans tenir compte de la condition (41), ne satisferaient point à cette condition. On envisagera donc seulement le cas où n est plus grand que r : il existe alors un nombre infini de systèmes de valeurs des corrections satisfaisant aux équations (40), mais un seul satisfait en même temps à la condition (41).

b. — Théorème fondamental sur le minimum d'une fonction de variables assujetties à des équations de condition.

20. Lorsque les équations de condition sont simples et en petit nombre, le problème précédent pourrait facilement être ramené au cas où l'on n'a à considérer que des inconnues indépendantes. Mais il se traite d'une manière générale par la *méthode des quantités corrélatives*, basée sur le théorème suivant :

Quand n variables (1), (2), (3), (4), ... *sont astreintes à satisfaire à r équations de condition* ($n > r$) :

$$(42)\ (r \text{ équations}).\left\{\begin{array}{l} \varphi[(1),(2),(3),(4),\ldots]=0, \\ \chi[(1),(2),(3),(4),\ldots]=0, \\ \psi[(1),(2),(3),(4),\ldots]=0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{(n \text{ variables}).} \end{array}\right.$$

les valeurs des variables qui rendent minima une fonction f [(1), (2), (3), (4), ...]

s'obtiennent en formant, au moyen de quantités indéterminées, k_1, k_2, k_3, k_4, ..., *la fonction*

$$F = f + k_1\varphi + k_2\chi + k_3\psi + \ldots, \tag{43}$$

et déterminant les $(n + r)$ *inconnues* (1), (2), (3), (4), ..., k_1, k_2, k_3, k_4, ... *au moyen des r équations de condition et des n équations suivantes, qui expriment les conditions du minima de* F, *envisagée comme fonction de n variables* (1), (2), (3), (4), ..., *considérées comme indépendantes :*

(44) (n équations).

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{dF}{d(1)} = 0, \\ \dfrac{dF}{d(2)} = 0, \\ \dfrac{dF}{d(3)} = 0, \\ \dfrac{dF}{d(4)} = 0, \\ \ldots\ldots\ldots \end{array}\right.$$

c. — Méthode des quantités corrélatives.

21. Dès lors, en posant $k = -2\lambda$, multipliant les équations (40) respectivement par $-2\lambda_1, -2\lambda_2, -2\lambda_3, \ldots$, formant, à l'aide du premier membre f de l'équation (41) et des premiers membres $\varphi, \chi, \psi, \ldots$ des équations (40), la fonction $(f - 2\lambda_1\varphi - 2\lambda_2\chi - 2\lambda_3\psi - \ldots)$ et égalant à zéro ses dérivées partielles par rapport aux inconnues (1), (2), (3), (4), ..., on obtient n équations dites *corrélatives*, exprimant les corrections en fonction des coefficients λ, appelés *quantités corrélatives :*

(45) (n équations corrélatives).

$$\left\{\begin{array}{l} (1) = \dfrac{a_1}{p_1}\lambda_1 + \dfrac{b_1}{p_1}\lambda_2 + \dfrac{c_1}{p_1}\lambda_3 + \ldots, \\ (2) = \dfrac{a_2}{p_2}\lambda_1 + \dfrac{b_2}{p_2}\lambda_2 + \dfrac{c_2}{p_2}\lambda_3 + \ldots, \\ (3) = \dfrac{a_3}{p_3}\lambda_1 + \dfrac{b_3}{p_3}\lambda_2 + \dfrac{c_3}{p_3}\lambda_3 + \ldots, \\ (4) = \dfrac{a_4}{p_4}\lambda_1 + \dfrac{b_4}{p_4}\lambda_2 + \dfrac{c_4}{p_4}\lambda_3 + \ldots, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \qquad \underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{(r \text{ quantités corrélatives } \lambda)} \end{array}\right.$$

Les $(n + r)$ équations (40) et (45) donnent les $(n + r)$ inconnues (1), (2), (3), (4), ..., λ_1, λ_2, λ_3, ... On les résout comme il suit :

On élimine les n inconnues (1), (2), (3), (4), ... en portant leurs expressions (45)

dans les équations (40). En posant :

$$(46)\quad \begin{cases} \left[\dfrac{aa}{p}\right] = \dfrac{a_1 a_1}{p_1} + \dfrac{a_2 a_2}{p_2} + \dfrac{a_3 a_3}{p_3} + \dfrac{a_4 a_4}{p_4} + \dots, \\ \left[\dfrac{ab}{p}\right] = \dfrac{a_1 b_1}{p_1} + \dfrac{a_2 b_2}{p_2} + \dfrac{a_3 b_3}{p_3} + \dfrac{a_4 b_4}{p_4} + \dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots, \end{cases}$$

on obtient ainsi les r équations suivantes, dites *équations normales*, entre les r inconnues λ :

$$(47)\ (r \text{ équations normales}). \begin{cases} \left[\dfrac{aa}{p}\right]\lambda_1 + \left[\dfrac{ab}{p}\right]\lambda_2 + \left[\dfrac{ac}{p}\right]\lambda_3 + \dots + w_1 = 0, \\ \left[\dfrac{ab}{p}\right]\lambda_1 + \left[\dfrac{bb}{p}\right]\lambda_2 + \left[\dfrac{bc}{p}\right]\lambda_3 + \dots + w_2 = 0, \\ \left[\dfrac{ac}{p}\right]\lambda_1 + \left[\dfrac{bc}{p}\right]\lambda_2 + \left[\dfrac{cc}{p}\right]\lambda_3 + \dots + w_3 = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{[r \text{ inconnues (quantités corrélatives } \lambda)]} \end{cases}$$

Ce système est résolu par l'une des méthodes employées pour des équations du premier degré en nombre égal à celui des inconnues et dont le déterminant des coefficients est symétrique [1]. En portant ensuite dans les équations (45) les valeurs ainsi obtenues pour les quantités corrélatives λ, on obtient les corrections (1), (2), (3), (4), ... Les relations (37) donnent enfin les inconnues A, B, C, D....

d. — Simplification des calculs par la formation immédiate des équations de condition auxquelles doivent satisfaire les corrections cherchées.

22. Le principe général de la simplification qui résulte, dans toute recherche d'inconnues effectuée par un calcul de compensation, de l'introduction de valeurs approchées des inconnues, trouve ici son application.

Presque toujours les équations de condition (40), auxquelles doivent satisfaire les corrections, sont plus simples, plus faciles à former et à traiter, que les équations de condition (36) auxquelles doivent satisfaire les inconnues (par exemple quand le calcul des résidus w est immédiat, tandis que celui des termes constants a_o, b_o, c_o, ... est compliqué) ; on part alors directement de ces équations (40) en prenant immédiatement pour inconnues les corrections.

C'est précisément le cas pour la compensation des angles (ou directions) d'un réseau géodésique.

Si (1), (2), (3) sont les corrections à apporter aux valeurs observées L_1, N_1 et P_1 des trois angles d'un triangle géodésique d'excès ε, dont les vraies valeurs sont L, N et P, l'équation (17) devient, en introduisant les corrections et l'erreur du

(1) §§ 25, 26 et 27, p. 26 à 29.

triangle, $\text{E} = L_1 + N_1 + P_1 - (200^G + \varepsilon)$:

$$(1) + (2) + (3) + \text{E} = 0. \tag{48}$$

Telle est la forme générale de l'équation aux angles à laquelle doivent satisfaire les corrections aux angles. Les excès et les erreurs des triangles une fois calculés, la formation de ces équations aux angles est immédiate. Leurs résidus sont les erreurs E.

L'équation aux côtés (28) peut s'écrire :

$$\begin{aligned} &+ [+ \Delta_{L_1}(L - L_1) + \Delta_{N_1}(N - N_1) + \Delta_{P_1}(P - P_1) + \ldots \\ &\quad - \Delta_{R_1}(R - R_1) - \Delta_{T_1}(T - T_1) - \Delta_{V_1}(V - V_1) - \ldots] \\ &+ \log \frac{\sin\left(L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right)\sin\left(N_1 - \frac{\varepsilon_2}{3}\right)\sin\left(P_1 - \frac{\varepsilon_3}{3}\right)\cdots}{\sin\left(R_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right)\sin\left(T_1 - \frac{\varepsilon_2}{3}\right)\sin\left(V_1 - \frac{\varepsilon_3}{3}\right)\cdots} = 0. \end{aligned} \tag{49}$$

Les quantités $(L - L_1)$, $(N - N_1)$, ... représentent des corrections (1), (2),... ou des sommes ou différences de corrections.

Telle est la forme générale de l'équation aux côtés à laquelle doivent satisfaire les corrections aux angles. Les excès des triangles une fois calculés, la formation d'une telle équation exige seulement qu'on calcule le logarithme d'un quotient de deux produits de sinus, en ayant soin de noter les différences tabulaires employées dans ce calcul. Les résidus des équations aux côtés sont les logarithmes de ces quotients.

C'est ainsi que, dans le cas de l'exemple numérique précédemment traité, après avoir préparé le tableau des angles, logarithmes et différences tabulaires p. 18 et 19, on écrit immédiatement, sans passer par l'intermédiaire de l'équation (35), l'équation aux côtés suivante à laquelle doivent satisfaire les corrections aux angles (1), (2), (3), (10), (11), (12), (13) :

$$+0{,}020(1) - 0{,}467(2) - 0{,}467(3) + 1{,}211(10) + 0{,}181(11) + 0{,}681(12) - 1{,}193(13) + 6{,}66 = 0. \tag{50}$$

c. — Cas où les poids des quantités observées sont inégaux.

23. Quand les poids p sont inégaux, il est avantageux, pour simplifier, de prendre comme inconnues auxiliaires les quantités $A\sqrt{p_1}$, $B\sqrt{p_2}$, $C\sqrt{p_3}$, $D\sqrt{p_4}$, ..., ou les corrections

(51) (n corrections).

$$\begin{cases} (1') = (1)\sqrt{p_1}, \\ (2') = (2)\sqrt{p_2}, \\ (3') = (3)\sqrt{p_3}, \\ (4') = (4)\sqrt{p_4}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

et d'effectuer la suite des calculs comme si tous les poids étaient égaux à l'unité.

En posant :

$$(52)\quad \left\{\begin{array}{llll} a'_1 = \dfrac{a_1}{\sqrt{p_1}}, & b'_1 = \dfrac{b_1}{\sqrt{p_1}}, & \ldots, & \ldots, \\ a'_2 = \dfrac{a_2}{\sqrt{p_2}}, & b'_2 = \dfrac{b_2}{\sqrt{p_2}}, & \ldots, & \ldots, \\ \ldots\ldots & & & \end{array}\right.$$

les systèmes (40), (45) et (47) deviennent alors :

(53) (r équations de condition).

$$\left\{\begin{array}{l} a'_1(1') + a'_2(2') + a'_3(3') + a'_4(4') + \ldots + w_1 = 0, \\ b'_1(1') + b'_2(2') + b'_3(3') + b'_4(4') + \ldots + w_2 = 0, \\ c'_1(1') + c'_2(2') + c'_3(3') + c'_4(4') + \ldots + w_3 = 0, \\ \ldots\ldots \end{array}\right.$$

[n inconnues (corrections)].

(54) (n équations corrélatives).

$$\left\{\begin{array}{l} (1') = a'_1\lambda_1 + b'_1\lambda_2 + c'_1\lambda_3 + \ldots \\ (2') = a'_2\lambda_1 + b'_2\lambda_2 + c'_2\lambda_3 + \ldots \\ (3') = a'_3\lambda_1 + b'_3\lambda_2 + c'_3\lambda_3 + \ldots \\ (4') = a'_4\lambda_1 + b'_4\lambda_2 + c'_4\lambda_3 + \ldots \\ \ldots\ldots \end{array}\right.$$

(r quantités corrélatives λ).

(55) (r équations normales).

$$\left\{\begin{array}{l} [a'a']\lambda_1 + [a'b']\lambda_2 + [a'c']\lambda_3 + \ldots + w_1 = 0, \\ [a'b']\lambda_1 + [b'b']\lambda_2 + [b'c']\lambda_3 + \ldots + w_2 = 0, \\ [a'c']\lambda_1 + [b'c']\lambda_2 + [c'c']\lambda_3 + \ldots + w_3 = 0, \\ \ldots\ldots \end{array}\right.$$

[r inconnues (quantités corrélatives λ)].

f. — Résumé. Systèmes d'équations à considérer dans tous les cas.

24. On peut donc toujours supposer tous les poids égaux à l'unité et l'on a, dans tous les cas, trois systèmes d'équations à considérer :

1° *Équations de condition.*

(56) (r équations).

$$\left\{\begin{array}{l} a_1(1) + a_2(2) + a_3(3) + a_4(4) + \ldots + w_1 = 0, \\ b_1(1) + b_2(2) + b_3(3) + b_4(4) + \ldots + w_2 = 0, \\ c_1(1) + c_2(2) + c_3(3) + c_4(4) + \ldots + w_3 = 0, \\ \ldots\ldots \end{array}\right.$$

[n inconnues (corrections)].

2° *Équations corrélatives.*

(57) (n équations).

$$\left\{\begin{array}{l}(1) = a_1\lambda_1 + b_1\lambda_2 + c_1\lambda_3 + \ldots,\\ (2) = a_2\lambda_1 + b_2\lambda_2 + c_2\lambda_3 + \ldots,\\ (3) = a_3\lambda_1 + b_3\lambda_2 + c_3\lambda_3 + \ldots,\\ (4) = a_4\lambda_1 + b_4\lambda_2 + c_4\lambda_3 + \ldots,\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \qquad\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{(r \text{ quantités corrélatives } \lambda)}\end{array}\right.$$

3° *Équations normales.*

(58) (r équations).

$$\left\{\begin{array}{l}[aa]\lambda_1 + [ab]\lambda_2 + [ac]\lambda_3 + \ldots + w_1 = 0,\\ [ab]\lambda_1 + [bb]\lambda_2 + [bc]\lambda_3 + \ldots + w_2 = 0,\\ [ac]\lambda_1 + [bc]\lambda_2 + [cc]\lambda_3 + \ldots + w_3 = 0.\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}_{[r \text{ inconnues (quantités corrélatives } \lambda)]}\end{array}\right.$$

g. — Résolution des équations normales.

25. La résolution des équations normales, ayant une importance particulière, sera l'objet de quelques développements.

La résolution d'équations du premier degré en nombre égal à celui des inconnues et dont le déterminant des coefficients est symétrique, comme c'est le cas des équations normales, s'effectue en général par la méthode des *éliminations successives*, quelquefois par celle des *coefficients indéterminés*, avec les notations que Gauss a employées le premier en 1810 (¹) et qui sont devenues classiques après lui.

Pour fixer les idées et simplifier, supposons $r = 3$. Pour plus de symétrie, posons :

$$(59)\qquad \left\{\begin{array}{l} w_1 = [al],\\ w_2 = [bl],\\ w_3 = [cl].\end{array}\right.$$

Le système des équations normales s'écrit :

$$(60)\qquad \left\{\begin{array}{ll}(\mathrm{I}) & [aa]\lambda_1 + [ab]\lambda_2 + [ac]\lambda_3 + [al] = 0,\\ (\mathrm{II}) & [ab]\lambda_1 + [bb]\lambda_2 + [bc]\lambda_3 + [bl] = 0,\\ (\mathrm{III}) & [ac]\lambda_1 + [bc]\lambda_2 + [cc]\lambda_3 + [cl] = 0.\end{array}\right.$$

(¹) GAUSS, *Disquisitio de elementis ellipticis Palladis ex oppositionibus annorum* 1803, 1804, 1805, 1807, 1808, 1809 (Commentationes Societatis regiæ scientiarum Gottingensis recentiores, nov. 25, 1810, vol. I), Gottingæ, 1808-1811, réimprimé dans CARL FRIEDRICH GAUSS *Werke, herausgeben von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, sechster Band, 1874, p. 1 à 24.

26. *Méthode des éliminations successives.* — Gauss pose :

$$(61)\quad \begin{cases} [bb.1]=[bb]-\dfrac{[ab]}{[aa]}[ab], & [bc.1]=[bc]-\dfrac{[ab]}{[aa]}[ac], \quad [bl.1]=[bl]-\dfrac{[ab]}{[aa]}[al], \\ & [cc.1]=[cc]-\dfrac{[ac]}{[aa]}[ac], \quad [cl.1]=[cl]-\dfrac{[ac]}{[aa]}[al], \\ & [cc.2]=[cc.1]-\dfrac{[bc.1]}{[bb.1]}[bc.1], \quad [cl.2]=[cl.1]-\dfrac{[bc.1]}{[bb.1]}[bl.1]. \end{cases}$$

(Les quantités $[bl.1]$, $[cl.1]$, $[cl.2]$ peuvent aussi se désigner par $[w_2.1]$, $[w_3.1]$, $[w_3.2]$.)

Si l'on élimine λ_1 entre les trois équations normales (60), en tirant λ_1 de la première et en substituant dans les autres, on obtient le nouveau système :

$$(62)\quad \begin{cases} (\text{II}') & [bb.1]\lambda_2+[bc.1]\lambda_3+[bl.1]=0, \\ (\text{III}') & [bc.1]\lambda_2+[cc.1]\lambda_3+[cl.1]=0. \end{cases}$$

De même, si l'on élimine λ_2 entre ces deux équations, en tirant λ_2 de la première et substituant dans l'autre, on obtient le nouveau système :

$$(63)\quad (\text{III}'')\quad [cc.2]\lambda_3+[cl.2]=0.$$

De l'équation (63) on tire la valeur de λ_3, puis l'une quelconque des équations (62) donne λ_2 et l'une quelconque des équations (60) donne λ_1.

Les premières équations de chacun des systèmes successifs considérés [équations (I), (II′), (III″)] sont appelées équations *finales* ou *résolvantes*. Elles constituent un système équivalent à celui des équations normales :

$$(64)\quad \begin{cases} (\text{I}) & [aa]\lambda_1+[ab]\lambda_2+[ac]\lambda_3+[al]=0, \\ (\text{II}') & [bb.1]\lambda_2+[bc.1]\lambda_3+[bl.1]=0, \\ (\text{III}'') & [cc.2]\lambda_3+[cl.2]=0. \end{cases}$$

27. *Méthode des coefficients indéterminés.* — On peut se proposer de mettre les équations normales sous la forme symétrique suivante, les inconnues étant exprimées linéairement en fonction des termes constants de ces équations, à l'aide de six coefficients, de la forme $[\alpha\alpha]$, $[\alpha\beta]$, $[\alpha\gamma]$, $[\beta\beta]$, $[\beta\gamma]$, $[\gamma\gamma]$, coefficients qu'il s'agit de déterminer :

$$(65)\quad \begin{cases} -\lambda_1=[\alpha\alpha][al]+[\alpha\beta][bl]+[\alpha\gamma][cl], \\ -\lambda_2=[\alpha\beta][al]+[\beta\beta][bl]+[\beta\gamma][cl], \\ -\lambda_3=[\alpha\gamma][al]+[\beta\gamma][bl]+[\gamma\gamma][cl]. \end{cases}$$

Substituant dans ces expressions les valeurs de $[al]$, $[bl]$, $[cl]$, tirées des équations normales (60), il vient :

$$(66)\quad \begin{aligned} \lambda_1 = &+\lambda_1\{[aa][\alpha\alpha]+[ab][\alpha\beta]+[ac][\alpha\gamma]\} \\ &+\lambda_2\{[ab][\alpha\alpha]+[bb][\alpha\beta]+[bc][\alpha\gamma]\} \\ &+\lambda_3\{[ac][\alpha\alpha]+[bc][\alpha\beta]+[cc][\alpha\gamma]\}, \end{aligned}$$

$$(67)\qquad \begin{aligned}\lambda_2 = &+\lambda_1 \{[aa][\alpha\beta]+[ab][\beta\beta]+[ac][\beta\gamma]\}\\ &+\lambda_2\{[ab][\alpha\beta]+[bb][\beta\beta]+[bc][\beta\gamma]\}\\ &+\lambda_3\{[ac][\alpha\beta]+[bc][\beta\beta]+[cc][\beta\gamma]\},\end{aligned}$$

$$(68)\qquad \begin{aligned}\lambda_3 = &+\lambda_1 \{[aa][\alpha\gamma]+[ab][\beta\gamma]+[ac][\gamma\gamma]\}\\ &+\lambda_2\{[ab][\alpha\gamma]+[bb][\beta\gamma]+[bc][\gamma\gamma]\}\\ &+\lambda_3\{[ac][\alpha\gamma]+[bc][\beta\gamma]+[cc][\gamma\gamma]\}.\end{aligned}$$

On peut considérer les λ comme des variables liées par les trois relations (60) ou (65) aux autres variables $[al]$, $[bl]$, $[cl]$. Les relations (66), (67), (68) doivent évidemment être identiquement satisfaites pour n'importe quelles valeurs des λ ; on doit, par suite, avoir :

$$(69)\qquad \left\{\begin{aligned}&[aa][\alpha\alpha]+[ab][\alpha\beta]+[ac][\alpha\gamma]-1=0,\\ &[ab][\alpha\alpha]+[bb][\alpha\beta]+[bc][\alpha\gamma]=0,\\ &[ac][\alpha\alpha]+[bc][\alpha\beta]+[cc][\alpha\gamma]=0.\end{aligned}\right.$$

$$(70)\qquad \left\{\begin{aligned}&[aa][\alpha\beta]+[ab][\beta\beta]+[ac][\beta\gamma]=0,\\ &[ab][\alpha\beta]+[bb][\beta\beta]+[bc][\beta\gamma]-1=0,\\ &[ac][\alpha\beta]+[bc][\beta\beta]+[cc][\beta\gamma]=0.\end{aligned}\right.$$

$$(71)\qquad \left\{\begin{aligned}&[aa][\alpha\gamma]+[ab][\beta\gamma]+[ac][\gamma\gamma]=0,\\ &[ab][\alpha\gamma]+[bb][\beta\gamma]+[bc][\gamma\gamma]=0,\\ &[ac][\alpha\gamma]+[bc][\beta\gamma]+[cc][\gamma\gamma]-1=0.\end{aligned}\right.$$

Il est aisé de voir que de ces neuf équations six seulement sont indépendantes. Le problème comportant six inconnues admet donc une solution et une seule.

Le premier des systèmes précédents permet de déterminer $[\alpha\alpha]$, $[\alpha\beta]$, $[\alpha\gamma]$; le second $[\alpha\beta]$, $[\beta\beta]$, $[\beta\gamma]$; le troisième $[\alpha\gamma]$, $[\beta\gamma]$, $[\gamma\gamma]$. Chacun des trois coefficients $[\alpha\beta]$, $[\alpha\gamma]$, $[\beta\gamma]$ peut ainsi être déterminé deux fois à titre de vérification. Il est à remarquer que dans les trois systèmes (69), (70) et (71), les coefficients des inconnues sont les mêmes que dans les équations normales.

On simplifie leur résolution en substituant au second et au troisième les systèmes obtenus en éliminant $[\alpha\beta]$ dans le second, $[\alpha\gamma]$ et $[\beta\gamma]$ dans le troisième. En introduisant les notations (61) de Gauss déjà employées, on a, pour le système (70):

$$(72)\qquad \left\{\begin{aligned}&[al]=0,\\ &[bl]=-1,\\ &[cl]=0,\end{aligned}\right. \quad \text{d'où :} \quad \left\{\begin{aligned}&[bl.1]=-1,\\ &[cl.1]=0;\end{aligned}\right.$$

pour le système 71 :

$$(73)\qquad \left\{\begin{aligned}&[al]=0,\\ &[bl]=0,\\ &[cl]=-1,\end{aligned}\right. \quad \text{d'où :} \quad \left\{\begin{aligned}&[bl.1]=0,\\ &[cl.1]=-1,\end{aligned}\right. \quad \text{d'où enfin :} \quad [cl.2]=-1.$$

Les trois systèmes conservés se présentent alors sous la forme :

$$(74)\quad \begin{cases} [aa][\alpha\alpha]+[ab][\alpha\beta]+[ac][\alpha\gamma]-1=0, \\ [ab][\alpha\alpha]+[bb][\alpha\beta]+[bc][\alpha\gamma] \quad =0, \\ [ac][\alpha\alpha]+[bc][\alpha\beta]+[cc][\alpha\gamma] \quad =0; \end{cases}$$

$$(75)\quad \begin{cases} [bb.1][\beta\beta]+[bc.1][\beta\gamma]-1=0, \\ [bc.1][\beta\beta]+[cc.1][\beta\gamma] \quad =0; \end{cases}$$

$$(76)\quad [cc.2][\gamma\gamma]-1=0$$

et sont résolus chacun séparément par la méthode des éliminations successives.

Les équations (65) fournissent ensuite les λ.

La méthode qui vient d'être exposée, plus compliquée que celle des éliminations successives, exige toujours la résolution d'un nombre de systèmes auxiliaires égal au nombre des inconnues, mais permet d'avoir, si on le désire, une quelconque des inconnues isolément, en résolvant seulement l'un des systèmes tels que (69), (70) ou (71).

h. — Différence des résultats de la compensation des angles et de la compensation des directions.

28. Il est essentiel de remarquer que les deux méthodes de compensation, compensation des angles et compensation des directions, tout en comportant les mêmes équations de condition (qui peuvent être indifféremment écrites en introduisant comme inconnues les corrections aux angles, α, ou les corrections aux directions, δ) ne donnent nullement pour les triangles géodésiques les mêmes angles compensés. En effet, les valeurs (α) des corrections aux angles fournies par la première méthode, comme les valeurs (δ) des corrections aux directions fournies par la seconde, satisfont bien les unes et les autres aux conditions géométriques du réseau, exprimées par les équations de condition, mais les valeurs (α) rendent minima la somme $\Sigma\alpha^2$ et les valeurs (δ) rendent minima la somme $\Sigma\delta^2$. Il n'y a aucune raison pour que les valeurs des corrections α déduites des valeurs (δ) correspondantes, par différences deux à deux de ces dernières, soient précisément égales aux valeurs (α), c'est-à-dire pour qu'un même système de valeurs correspondantes des α et δ rende à la fois minima les deux sommes $\Sigma\alpha^2$ et $\Sigma\delta^2$.

La compensation du réseau géodésique du nouvel arc équatorial ayant été effectuée en prenant pour inconnues les angles, on supposera désormais implicitement qu'il en est ainsi, chaque fois que le contraire ne sera pas spécifié; mais il doit être bien entendu que toutes les théories et formules, relatives au traitement des équations de condition par la méthode des moindres carrés, seraient applicables au cas où les inconnues représenteraient les corrections aux directions.

4. Calcul des côtés des triangles géodésiques.

29. Après avoir effectué la compensation des angles, on procède au calcul définitif des côtés des triangles géodésiques en partant d'une base mesurée (ou d'un côté déjà connu).

Parmi les méthodes qui permettent le calcul des côtés inconnus d'un triangle géodésique dont on connaît les angles et un côté, on emploie aujourd'hui exclusivement celle qui est basée sur le théorème de Legendre généralisé et la considération du triangle plan ayant pour angles ceux du triangle géodésique diminués du tiers de l'excès. Quelle que soit la manière dont on forme les équations de condition de la compensation, l'obligation de calculer à cet effet les excès conduit naturellement à calculer ensuite les côtés par la méthode de Legendre, simple et rapide dès que les excès sont connus. Aussi cette méthode s'est-elle substituée partout à celle du triangle des cordes et à celle des appoints (*Additamenten-Methode*), dont Legendre et Delambre [1] pour la méridienne de France, et Soldner [2] pour la triangulation de Bavière, ont fait respectivement, au début du XIXe siècle, les premières applications. On a, dans tout ce qui précède, supposé la méthode de Legendre uniquement employée. Les côtés géodésiques du réseau sont donc calculés en traitant chaque triangle comme s'il était plan et avait pour angles les angles compensés diminués du tiers de l'excès.

5. Critériums de la précision des observations.

30. Pour avoir une idée de la précision des observations, on déduit de tout calcul de compensation :

1° L'erreur moyenne de la quantité observée dont le poids a été pris comme unité de poids dans les calculs, ou, par abréviation, l'*erreur moyenne de l'unité de poids ;*

2° L'erreur moyenne (ou le poids) d'une fonction donnée des quantités compensées.

Les valeurs des inconnues obtenues par une compensation sont en effet, en général, destinées à servir au calcul des valeurs de certaines fonctions de ces inconnues. Par exemple, les valeurs compensées des angles d'un réseau géodésique sont

---

(1) Legendre et Delambre, *Méthodes analytiques pour la détermination d'un arc du méridien*, Paris, Crapelet, an VII (1899), p. 36 à 42.

Delambre, *Base du Système métrique décimal*, Paris, Baudouin; t. I, janvier 1806 : *Discours préliminaire*, p. 138 à 145; t. II, juillet 1807, p. 691 à 699.

(2) *Die bayerische Landesvermessung in ihrer wissenschaftlichen Grundlage*, Münich, Straub, 1873, p. 262 et suiv. (rédigé d'après un rapport de Soldner du 5 mai 1810).

utilisées pour le calcul des longueurs des côtés. Il est donc intéressant de savoir calculer l'erreur moyenne ou le poids d'une fonction donnée des quantités compensées.

a. — Erreur moyenne de l'unité de poids.

31. *Considérations générales.* — On appellera *angle final observé* ou *direction finale observée* en une station la valeur adoptée comme résultant pour cet angle ou cette direction de l'ensemble des observations azimutales effectuées à la station. Le poids choisi comme unité de poids dans les calculs de compensation peut être soit le poids d'un certain angle final, soit le poids d'une certaine direction finale, observés l'un ou l'autre par une méthode donnée, au moyen d'un instrument déterminé, c'est-à-dire une quantité inversement proportionnelle au carré de l'erreur moyenne de cet angle ou de cette direction.

Si les deux directions finales observées qui constituent un angle final observé ont même erreur moyenne et, par suite, même poids, l'erreur moyenne de l'angle est égale à l'erreur moyenne de la direction multipliée par $\sqrt{2}$ et son poids est égal à celui de la direction divisé par 2.

Cette condition est généralement satisfaite pour tous les angles finals observés d'un réseau. Si dans ce cas l'on suppose, pour fixer les idées, que dans la compensation effectuée en prenant pour inconnues les corrections aux angles, on a adopté pour unité de poids le poids d'un certain angle final observé, d'erreur moyenne $M^\star$, constitué par deux directions finales observées, d'erreur moyenne $m^\star$, on a :

$$M^\star = m^\star\sqrt{2}. \tag{77}$$

Soient $p_1, p_2, p_3, p_4, \ldots$ les poids des divers angles finals observés. On a eu à considérer r équations de condition entre n erreurs inconnues (1), (2), (3), (4), ..., dont $(n - r)$ seulement sont indépendantes. L'erreur moyenne de l'observation de poids égal à l'unité, appelée par abréviation *erreur moyenne de l'unité de poids*, est donnée par la formule :

$$M^\star = \pm\sqrt{\frac{p_1(1)^2 + p_2(2)^2 + p_3(3)^2 + p_4(4)^2 + \ldots}{r}}. \tag{78}$$

Le calcul de $M^\star$ se ramène au calcul de la quantité :

$$p_1(1)^2 + p_2(2)^2 + p_3(3)^2 + p_4(4)^2 + \ldots;$$

mais, d'après ce qui a été dit plus haut [1], il suffit, en prenant pour inconnues auxiliaires $(1)\sqrt{p_1}$, $(2)\sqrt{p_2}$, $(3)\sqrt{p_3}$, $(4)\sqrt{p_4}$, ..., de traiter seulement le cas où tous

---

[1] § 23, p. 24 et 25.

les poids sont égaux à l'unité. La formule (78) devient dans ce cas :

(79) $$M^{*} = \pm\sqrt{\frac{(1)^2+(2)^2+(3)^2+(4)^2+\ldots}{r}}.$$

La quantité à calculer $\Sigma = (1)^2+(2)^2+(3)^2+(4)^2+\ldots$ peut l'être de quatre manières. Pour simplifier, soient $n = 4$, $r = 3$.

32. *Calcul de* Σ. *Premier procédé.* — On calcule directement la somme des carrés des corrections obtenues :

(80) $$\Sigma = (1)^2+(2)^2+(3)^2+(4)^2.$$

33. *Deuxième procédé.* — Élevant au carré les équations corrélatives, on obtient :

(81) $$\left\{\begin{aligned} \Sigma = [aa]\lambda_1\lambda_1 &+ 2[ab]\lambda_1\lambda_2 + 2[ac]\lambda_1\lambda_3 \\ &+ \ \ [bb]\lambda_2\lambda_2 + 2[bc]\lambda_2\lambda_3 \\ &\qquad\qquad + \ \ [cc]\lambda_3\lambda_3, \end{aligned}\right.$$

ou, en tenant compte des équations normales :

(82) $$\Sigma = -[w\lambda].$$

34. *Troisième procédé.* — On vérifie sans difficulté l'identité algébrique suivante, vraie pour n'importe quelles valeurs des variables λ_1, λ_2, λ_3, ..., et facile à généraliser quel que soit le nombre de celles-ci :

(83) $$\left.\begin{aligned} [aa]\lambda_1\lambda_1 + 2[ab]\lambda_1\lambda_2 + 2[ac]\lambda_1\lambda_3 \\ + \ [bb]\lambda_2\lambda_2 + 2[bc]\lambda_2\lambda_3 \\ + \ [cc]\lambda_3\lambda_3 \end{aligned}\right\} = \left\{\begin{aligned} &\frac{\{[aa]\lambda_1+[ab]\lambda_2+[ac]\lambda_3\}^2}{[aa]} \\ &+\frac{\{[bb.1]\lambda_2+[bc.1]\lambda_3\}^2}{[bb.1]} \\ &+\frac{\{[cc.2]\lambda_3\}^2}{[cc.2]}. \end{aligned}\right.$$

On a donc, pour les valeurs des λ qui satisfont aux équations normales :

(84) $$\left\{\begin{aligned} &\Sigma = \frac{[al]^2}{[aa]}+\frac{[bl.1]^2}{[bb.1]}+\frac{[cl.2]^2}{[cc.2]}, \\ &\text{ou :} \\ &\Sigma = \frac{w_1^2}{[aa]}+\frac{[w_2.1]^2}{[bb.1]}+\frac{[w_3.2]^2}{[cc.2]}. \end{aligned}\right.$$

On peut encore obtenir la même expression comme il suit :

Soient (A), (B_1), (C_2), l'ensemble des termes contenant les inconnues dans chacune

des équations finales (64) [1] :

$$(85)\qquad \begin{cases} (A) = [aa]\lambda_1 + [\ ab\ ]\lambda_2 + [\ ac\ ]\lambda_3, \\ (B_1) = \qquad\qquad [bb.1]\lambda_2 + [bc.1\ ]\lambda_3, \\ (C_2) = \qquad\qquad\qquad\qquad [cc.2]\lambda_3. \end{cases}$$

Développant Σ en élevant au carré les équations corrélatives, et développant également $(A)^2$, $(B_1)^2$, $(C_2)^2$ en élevant au carré leurs expressions ci-dessus, on forme successivement les quantités :

$$(86)\qquad \begin{cases} \Sigma - \dfrac{(A)^2}{[aa]}, \\ \Sigma - \dfrac{(A)^2}{[aa]} - \dfrac{(B_1)^2}{[bb.1]}, \\ \Sigma - \dfrac{(A)^2}{[aa]} - \dfrac{(B_1)^2}{[bb.1]} - \dfrac{(C_2)^2}{[cc.2]}. \end{cases}$$

On trouve ainsi identiquement :

$$(87)\qquad \Sigma - \frac{(A)^2}{[aa]} - \frac{(B_1)^2}{[bb.1]} - \frac{(C_2)^2}{[cc.2]} = 0.$$

Pour les valeurs de λ_1, λ_2, λ_3, satisfaisant aux équations finales et fournissant, par les équations corrélatives, les valeurs (1), (2), (3), (4), qui servent à former Σ, on a :

$$(88)\qquad \begin{cases} A = -[\ al\ ], \\ B_1 = -[bl.1], \\ C_2 = -[cl.2]. \end{cases}$$

Donc :

$$(84)\qquad \begin{cases} \Sigma = \dfrac{[al]^2}{[aa]} + \dfrac{[bl.1]^2}{[bb.1]} + \dfrac{[cl.2]^2}{[cc.2]}, \\ \qquad \text{ou :} \\ \Sigma = \dfrac{w_1^2}{[aa]} + \dfrac{[w_2.1]^2}{[bb.1]} + \dfrac{[w_3.2]^2}{[cc.2]}. \end{cases}$$

Σ se calcule ainsi facilement à l'aide des coefficients $[al]$, $[aa]$, $[bl.1]$, $[bb.1]$, $[cl.2]$, $[cc.2]$, qu'on doit former au cours de la résolution des équations normales.

35. *Quatrième procédé.* — Mais on peut donner à l'expression (84) de Σ une autre forme remarquable et obtenir sa valeur comme il suit [2] :

On ajoute au système des coefficients des équations normales et au-dessous de la colonne des termes constants un coefficient fictif $[ll]$, supposé nul, et, en se

(1) § 26, p. 27.
(2) Voir Tableau V à la fin du fascicule.

conformant à la loi de formation des coefficients de Gauss, on calcule les coefficients suivants, au nombre de 2, ($r-1$ dans le cas général), qui correspondent aux deux systèmes d'équations formés au cours des éliminations successives effectuées pour la résolution des équations normales :

(89)
$$[ll.1] = [ll] - \frac{[al]}{[aa]}[al],$$
$$[ll.2] = [ll.1] - \frac{[bl.1]}{[bb.1]}[bl.1];$$

on calcule en plus le coefficient :

$$[ll.3] = [ll.2] - \frac{[cl.2]}{[cc.2]}[cl.2].$$

En ajoutant ces égalités membre à membre, comme $[ll] = 0$, on trouve :

$$[ll.3] = -\frac{[al]^2}{[aa]} - \frac{[bl.1]^2}{[bb.1]} - \frac{[cl.2]^2}{[cc.2]}; \tag{90}$$

d'où, comparant (84) et (90) :

$$\Sigma = -[ll.3]. \tag{91}$$

Σ est donc égal au dernier coefficient ainsi calculé changé de signe.

36. *Formule approchée de l'Association géodésique internationale.* — Sans effectuer les calculs précédents, assez laborieux, on peut obtenir un critérium de la précision de la triangulation en appliquant une formule qui donne une valeur approchée de l'erreur moyenne d'un angle final observé, formule due à Ferrero, adoptée par la Commission permanente de l'Association géodésique internationale à sa réunion de Nice, en 1887 [1].

La valeur exacte de cette erreur est :

$$M^* = \pm\sqrt{\frac{(1)^2 + (2)^2 + (3)^2 + (4)^2 + \ldots}{r}}, \tag{79}$$

(1), (2), (3), (4), ..., corrections aux angles; r, nombre des équations de condition.

La formule de l'Association géodésique en donne la valeur approchée :

$$M_1^* = \pm\sqrt{\frac{\Sigma \text{E}^2}{3\text{N}}}, \tag{92}$$

---

[1] *Comptes rendus des séances de la Commission permanente de l'Association géodésique internationale*, réunie du 21 au 29 septembre 1887, à l'Observatoire de Nice, rédigés par le secrétaire perpétuel A. Hirsch, Berlin, Reimer, 1888; Procès-verbaux des séances, p. 54 et 55 : *Rapport de la Sous-Commission chargée de préaviser sur la proposition de* M. Ferrero, *concernant une méthode commune à adopter pour apprécier l'exactitude des mesures d'angles*, par M. le professeur Foerster.

E, erreur de fermeture d'un triangle; N, nombre de triangles.

Pour se rendre compte de ce qu'elle représente exactement, il convient de faire l'application de la théorie générale à un triangle isolé. Soient p_1, p_2, p_3 les poids des angles observés.

Équation de condition.

(93) $$(1)+(2)+(3)+\mathrm{E}=0.$$

Équations corrélatives.

(94) $$\left\{\begin{aligned}(1)&=\frac{1}{p_1}\lambda,\\(2)&=\frac{1}{p_2}\lambda,\\(3)&=\frac{1}{p_3}\lambda.\end{aligned}\right.$$

Équation normale.

(95) $$\left(\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_3}\right)\lambda+\mathrm{E}=0,$$

d'où :

(96) $$\lambda=\frac{-\mathrm{E}}{\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_3}}.$$

(97) $$\left\{\begin{aligned}(1)&=\frac{-\mathrm{E}}{p_1\left(\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_3}\right)},\\(2)&=\frac{-\mathrm{E}}{p_2\left(\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_3}\right)},\\(3)&=\frac{-\mathrm{E}}{p_3\left(\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_3}\right)}.\end{aligned}\right.$$

Erreur moyenne de l'unité de poids.

(98) $$\mathrm{M}^*=\pm\sqrt{\frac{p_1(1)^2+p_2(2)^2+p_3(3)^2}{1}}=\pm\frac{\mathrm{E}}{\sqrt{\left(\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_3}\right)}}.$$

Si $p_1=p_2=p_3=1$, on a :

(99) $$(1)=(2)=(3)=-\frac{\mathrm{E}}{3}.$$

(100) $$\mathrm{M}^*=\pm\frac{\mathrm{E}}{\sqrt{3}}.$$

On voit que, pour un triangle isolé, la valeur fournie par la formule de l'Association géodésique représente exactement l'erreur moyenne de l'unité de poids, erreur moyenne d'un angle final observé. Dans le cas de N triangles isolés, la formule donne la racine carrée de la moyenne arithmétique des carrés des erreurs moyennes de tous les angles finals observés, au nombre de 3N. Il n'en est plus de même dès que tous les triangles ne sont pas indépendants et constituent un réseau. La valeur approchée $M_1^\star$, calculée, en somme, en ne tenant compte, parmi les conditions géométriques auxquelles doit satisfaire le réseau, que des équations aux angles des triangles, doit être en général inférieure à la valeur exacte $M^\star$ (1). Néanmoins la formule de l'Association géodésique fournit ainsi rapidement, avec une certaine approximation (2), l'erreur moyenne d'un angle final observé et permet donc facilement de comparer entre elles des triangulations différentes.

37. *Exemple numérique.* — L'exemple numérique de compensation des angles d'un polygone traité à la fin du fascicule donne le calcul de l'erreur moyenne de l'unité de poids (angle final observé) effectué par les quatre méthodes indiquées ci-dessus et par la formule approchée de l'Association géodésique internationale. (Tableau IX.)

38. *Comparaison des deux valeurs de l'erreur moyenne de l'unité de poids, calculées l'une d'après les observations azimutales, l'autre d'après la compensation du réseau.* — Le calcul de l'erreur moyenne de l'unité de poids (angle final observé ou direction finale observée), tel qu'il vient d'être exposé, repose sur la compensation des angles (ou des directions) du réseau et exige que cette compensation ait été préalablement faite. Mais il est évidemment possible d'effectuer, avant toute compensation du réseau, un calcul de cette erreur, basé sur la considération des valeurs directement observées pour les angles (ou les directions), valeurs qui, combinées et, s'il y a lieu, compensées en chaque station, ont fourni les angles finals (ou les directions finales) (3).

Il est intéressant de rapprocher les deux valeurs de la même erreur ainsi obtenues, l'une, *a priori*, après les observations et abstraction faite de toute compensation; l'autre, *a posteriori*, déduite des calculs de compensation mêmes. Les comparaisons consignées dans les *Rapports sur les triangulations* présentés à l'Association géodésique internationale (4) mettent en évidence un fait constant : la seconde de ces valeurs est supérieure à la première (5). Elles devraient être égales si les observations étaient exclusivement affectées d'erreurs accidentelles : toutes les com-

---

(1) Voir § 97, p. C.6.

(2) Pour avoir une idée de cette approximation, comparer les erreurs $M_1^\star$ données § 97, p. C.6, aux erreurs correspondantes $M^\star$ données § 96, p. C.5.

(3) Voir, par exemple, t. III, fascicule 1 : *Angles azimutaux;* troisième Partie : *Calcul des erreurs, conclusions*, p. C.1 à C.19.

(4) Consulter notamment le *Rapport sur les triangulations présenté à la douzième Conférence générale à Stuttgart*, en 1898, par le général A. Ferrero (t. II des Comptes rendus de la Conférence de Stuttgart, Florence, G. Barbera, 1899).

(5) Voir § 84, p. 124 et suiv. et § 98, p. C.6, C.7.

pensations effectuées par la méthode des moindres carrés seraient alors, et seulement dans ce cas, légitimes. La discordance des deux valeurs tient à des erreurs systématiques dues aux instruments, aux signaux, à l'état physiologique des observateurs et aux circonstances des observations (conditions atmosphériques en particulier). L'influence des deux dernières causes ne s'éliminerait des résultats que s'il était pratiquement possible d'observer pendant des laps de temps courts, mais nombreux et répartis dans le courant de l'année sur un grand nombre de journées, à toutes les heures du jour et de la nuit. Des considérations de temps et de crédits obligent malheureusement trop souvent le géodésien à travailler sans relâche durant les périodes, toujours trop rares, favorables aux observations [1]. Si le choix lui était permis, il préférerait, à des observations faites sans trêve dans des conditions identiques, des observations, même moins nombreuses, judicieusement espacées, effectuées dans des circonstances aussi variées que possible.

b. — Erreur moyenne d'une fonction des quantités compensées.

39. *Théorie générale.* — Soient encore, pour fixer les idées, $n = 4$, $r = 3$. Les quatre angles compensés A, B, C, D satisfont aux trois équations de condition :

$$(101)\qquad \begin{cases} a_0 + a_1 A + a_2 B + a_3 C + a_4 D = 0, \\ b_0 + b_1 A + b_2 B + b_3 C + b_4 D = 0, \\ c_0 + c_1 A + c_2 B + c_3 C + c_4 D = 0. \end{cases}$$

Supposons que tous les angles finals observés A_1, B_1, C_1, D_1 aient même poids et que la compensation ait été faite en prenant ce poids pour unité. Soit M^* leur erreur moyenne.

Soit φ (A, B, C, D) la fonction des angles compensés dont il s'agit de déterminer l'erreur moyenne η. On peut toujours la supposer linéaire. En effet, posant :

$$(102)\qquad \frac{d\varphi}{dA_1} = \varphi_1, \qquad \frac{d\varphi}{dB_1} = \varphi_2, \qquad \frac{d\varphi}{dC_1} = \varphi_3, \qquad \frac{d\varphi}{dD_1} = \varphi_4,$$

$$(103)\qquad \varphi(A_1, B_1, C_1, D_1) - \varphi_1 A_1 - \varphi_2 B_1 - \varphi_3 C_1 - \varphi_4 D_1 = \varphi_0,$$

et négligeant les puissances des corrections $(A - A_1)$, $(B - B_1)$, $(C - C_1)$, $(D - D_1)$ supérieures à la première, on peut écrire, par la formule de Taylor :

$$(104)\qquad \varphi(A, B, C, D) = \varphi_0 + \varphi_1 A + \varphi_2 B + \varphi_3 C + \varphi_4 D.$$

(Il faut expressément remarquer que les n variables ne sont pas indépendantes, mais liées par les r équations de condition. On peut donc remplacer, dans φ, r variables par leurs valeurs en fonction des $n - r$ autres, tirées des équations de

---

[1] On trouve § 84, p. 119 à 130, des exemples bien nets d'observations azimutales entachées d'erreurs systématiques.

condition. Si l'on suppose que cette opération a toujours été faite préalablement, les coefficients φ correspondant à ces r variables sont nuls.)

Si l'on avait une expression de φ en fonction linéaire des angles observés :

$$\varphi(A, B, C, D) = \Phi_0 + \Phi_1 A_1 + \Phi_2 B_1 + \Phi_3 C_1 + \Phi_4 D_1, \tag{105}$$

on aurait immédiatement, d'après la loi fondamentale de formation des erreurs :

$$\eta^2 = M^{*2}(\Phi_1^2 + \Phi_2^2 + \Phi_3^2 + \Phi_4^2) = M^{*2}[\Phi\Phi]. \tag{106}$$

Or, on a :

$$\left\{\begin{aligned} \varphi(A, B, C, D) = \varphi_0 + \varphi_1 A_1 + \varphi_2 B_1 + \varphi_3 C_1 + \varphi_4 D_1 \\ + \varphi_1(1) + \varphi_2(2) + \varphi_3(3) + \varphi_4(4). \end{aligned}\right. \tag{107}$$

La seconde ligne de cette expression peut s'exprimer en fonction linéaire des angles observés. Les équations corrélatives

$$\left\{\begin{aligned} (1) &= a_1\lambda_1 + b_1\lambda_2 + c_1\lambda_3, \\ (2) &= a_2\lambda_1 + b_2\lambda_2 + c_2\lambda_3, \\ (3) &= a_3\lambda_1 + b_3\lambda_2 + c_3\lambda_3, \\ (4) &= a_4\lambda_1 + b_4\lambda_2 + c_4\lambda_3, \end{aligned}\right. \tag{108}$$

multipliées respectivement par φ_1, φ_2, φ_3, φ_4 et ajoutées, donnent :

$$\varphi_1(1) + \varphi_2(2) + \varphi_3(3) + \varphi_4(4) = [a\varphi]\lambda_1 + [b\varphi]\lambda_2 + [c\varphi]\lambda_3, \tag{109}$$

d'où :

$$\left\{\begin{aligned} \varphi(A, B, C, D) = \varphi_0 + \varphi_1 A_1 + \varphi_2 B_1 + \varphi_3 C_1 + \varphi_4 D_1 \\ + [a\varphi]\lambda_1 + [b\varphi]\lambda_2 + [c\varphi]\lambda_3. \end{aligned}\right. \tag{110}$$

On élimine les quantités corrélatives λ_1, λ_2, λ_3 à l'aide des équations normales

$$\left\{\begin{aligned} [aa]\lambda_1 + [ab]\lambda_2 + [ac]\lambda_3 + w_1 = 0, \\ [ab]\lambda_1 + [bb]\lambda_2 + [bc]\lambda_3 + w_2 = 0, \\ [ac]\lambda_1 + [bc]\lambda_2 + [cc]\lambda_3 + w_3 = 0, \end{aligned}\right. \tag{111}$$

dont les termes constants w_1, w_2, w_3 sont respectivement, d'après les équations (39) :

$$\left\{\begin{aligned} w_1 &= a_0 + a_1 A_1 + a_2 B_1 + a_3 C_1 + a_4 D_1, \\ w_2 &= b_0 + b_1 A_1 + b_2 B_1 + b_3 C_1 + b_4 D_1, \\ w_3 &= c_0 + c_1 A_1 + c_2 B_1 + c_3 C_1 + c_4 D_1. \end{aligned}\right. \tag{39}$$

Pour cela, il suffit de multiplier les équations normales respectivement par trois quantités indéterminées r_1, r_2, r_3 et de les ajouter à l'équation (110) en déterminant r_1, r_2, r_3 par la condition que dans l'équation résultante les coefficients de λ_1,

λ_2, λ_3 soient nuls. r_1, r_2, r_3 sont alors donnés par les équations :

(112)
$$\begin{cases} [aa]r_1+[ab]r_2+[ac]r_3+[a\varphi]=0, \\ [ab]r_1+[bb]r_2+[bc]r_3+[b\varphi]=0, \\ [ac]r_1+[bc]r_2+[cc]r_3+[c\varphi]=0, \end{cases}$$

et l'expression de φ devient :

(113)
$$\begin{aligned} \varphi = \quad & \varphi_0+a_0r_1+b_0r_2+c_0r_3 \\ & +[\varphi_1+a_1r_1+b_1r_2+c_1r_3]A_1 \\ & +[\varphi_2+a_2r_1+b_2r_2+c_2r_3]B_1 \\ & +[\varphi_3+a_3r_1+b_3r_2+c_3r_3]C_1 \\ & +[\varphi_4+a_4r_1+b_4r_2+c_4r_3]D_1, \end{aligned}$$

d'où :

(114)
$$\begin{cases} \Phi_1=\varphi_1+a_1r_1+b_1r_2+c_1r_3, \\ \Phi_2=\varphi_2+a_2r_1+b_2r_2+c_2r_3, \\ \Phi_3=\varphi_3+a_3r_1+b_3r_2+c_3r_3, \\ \Phi_4=\varphi_4+a_4r_1+b_4r_2+c_4r_3. \end{cases}$$

La marche suivie est, on le voit, analogue à celle de la compensation. Les Φ jouent le rôle des corrections (1), (2), (3), (4); les r jouent le rôle des quantités corrélatives λ_1, λ_2, λ_3.

L'erreur moyenne η de la fonction φ s'obtient par la formule (106) et son poids ϖ est évidemment, par suite :

(115)
$$\varpi=\frac{1}{[\Phi\Phi]}.$$

Si les angles finals observés A, B, C, D ont des poids différents p_1, p_2, p_3, p_4, il suffit de poser :

(116)
$$\left\{\begin{array}{llll} A'=A\sqrt{p_1}, & B'=B\sqrt{p_2}, & C'=C\sqrt{p_3}, & D'=D\sqrt{p_4}, \\ A'_1=A_1\sqrt{p_1}, & B'_1=B_1\sqrt{p_2}, & C'_1=C_1\sqrt{p_3}, & D'_1=D_1\sqrt{p_4}; \\ \hline a'_1=\dfrac{a_1}{\sqrt{p_1}}, & a'_2=\dfrac{a_2}{\sqrt{p_2}}, & a'_3=\dfrac{a_3}{\sqrt{p_3}}, & a'_4=\dfrac{a_4}{\sqrt{p_4}}, \\ b'_1=\dfrac{b_1}{\sqrt{p_1}}, & b'_2=\dfrac{b_2}{\sqrt{p_2}}, & b'_3=\dfrac{b_3}{\sqrt{p_3}}, & b'_4=\dfrac{b_4}{\sqrt{p_4}}, \\ c'_1=\dfrac{c_1}{\sqrt{p_1}}, & c'_2=\dfrac{c_2}{\sqrt{p_2}}, & c'_3=\dfrac{c_3}{\sqrt{p_3}}, & c'_4=\dfrac{c_4}{\sqrt{p_4}}; \\ \hline \varphi'_1=\dfrac{\varphi_1}{\sqrt{p_1}}, & \varphi'_2=\dfrac{\varphi_2}{\sqrt{p_2}}, & \varphi'_3=\dfrac{\varphi_3}{\sqrt{p_3}}, & \varphi'_4=\dfrac{\varphi_4}{\sqrt{p_4}}, \\ \Phi'_1=\dfrac{\Phi_1}{\sqrt{p_1}}, & \Phi'_2=\dfrac{\Phi_2}{\sqrt{p_2}}, & \Phi'_3=\dfrac{\Phi_3}{\sqrt{p_3}}, & \Phi'_4=\dfrac{\Phi_4}{\sqrt{p_4}}; \end{array}\right.$$

de calculer les r par les équations :

$$(117)\qquad \begin{cases} [a'a']r_1 + [a'b']r_2 + [a'c']r_3 + [a'\varphi'] = 0, \\ [a'b']r_1 + [b'b']r_2 + [b'c']r_3 + [b'\varphi'] = 0, \\ [a'c']r_1 + [b'c']r_2 + [c'c']r_3 + [c'\varphi'] = 0 \end{cases}$$

et les Φ' par les équations :

$$(118)\qquad \begin{cases} \Phi'_1 = \varphi'_1 + a'_1 r_1 + b'_1 r_2 + c'_1 r_3, \\ \Phi'_2 = \varphi'_2 + a'_2 r_1 + b'_2 r_2 + c'_2 r_3, \\ \Phi'_3 = \varphi'_3 + a'_3 r_1 + b'_3 r_2 + c'_3 r_3, \\ \Phi'_4 = \varphi'_4 + a'_4 r_1 + b'_4 r_2 + c'_4 r_3. \end{cases}$$

L'erreur moyenne de la fonction φ est donnée par la relation :

$$(119)\qquad \eta^2 = M^{*2}[\Phi'\Phi'].$$

Le calcul des η se ramène donc au calcul d'une expression de la forme $[\Phi\Phi]$. On peut calculer $[\Phi\Phi]$ de trois manières :

40. *Calcul de* $[\Phi\Phi]$. *Premier procédé.* — On calcule les quantités r par les équations (112) dans lesquelles les coefficients des inconnues r sont ceux des inconnues λ dans les équations normales, mais où les termes constants sont $[a\varphi]$, $[b\varphi]$, $[c\varphi]$, au lieu d'être w_1, w_2, w_3. On en déduit les Φ par les équations (114). On forme $[\Phi\Phi]$:

$$(120)\qquad [\Phi\Phi] = \Phi_1^2 + \Phi_2^2 + \Phi_3^2 + \Phi_4^2.$$

41. *Deuxième procédé.* — Par un procédé de calcul analogue à la seconde démonstration précédemment donnée pour l'expression (84) de Σ [1], on parvient à l'expression suivante de $[\Phi\Phi]$:

$$(121)\qquad [\Phi\Phi] = [\varphi\varphi] - \left\{ \frac{[a\varphi]^2}{[aa]} + \frac{[b\varphi.1]^2}{[bb.1]} + \frac{[c\varphi.2]^2}{[cc.2]} \right\},$$

dont la valeur peut se calculer directement à l'aide des coefficients $[a\varphi]$, $[aa]$, $[b\varphi.1]$, $[bb.1]$, $[c\varphi.2]$, $[cc.2]$, faciles à former sans résoudre les équations (112).

42. *Troisième procédé.* — Un troisième procédé de calcul de $[\Phi\Phi]$ est analogue au quatrième procédé qui a été employé pour calculer Σ [2]. On ajoute au système des coefficients des équations (112) et au-dessous de la colonne des termes constants le coefficient $[\varphi\varphi]$ et, en se conformant à la loi de formation des coefficients de

---

[1] § 34, p. 32 et 33.
[2] § 35, p. 33 et 34.

Gauss, on calcule les coefficients suivants, au nombre de 2 ($r-1$ dans le cas général), qui correspondent aux deux systèmes d'équations que fournissent les éliminations successives effectuées pour la résolution des équations (112) :

(122)
$$\left\{\begin{array}{l}[\varphi\varphi.1]=[\varphi\varphi]-\frac{[a\varphi]}{[aa]}[a\varphi],\\ [\varphi\varphi.2]=[\varphi\varphi.1]-\frac{[b\varphi.1]}{[bb.1]}[b\varphi.1];\\ \qquad \text{on calcule en plus le coefficient :}\\ [\varphi\varphi.3]=[\varphi\varphi.2]-\frac{[c\varphi.2]}{[cc.2]}[c\varphi.2].\end{array}\right.$$

En ajoutant ces égalités membre à membre, on voit que :

(123)
$$[\varphi\varphi.3]=[\varphi\varphi]-\left\{\frac{[a\varphi]^2}{[aa]}+\frac{[b\varphi.1]^2}{[bb.1]}+\frac{[c\varphi.2]^2}{[cc.2]}\right\},$$

d'où, comparant (121) et (123) :

(124)
$$[\Phi\Phi]=[\varphi\varphi.3].$$

$[\Phi\Phi]$ est donc égal au dernier coefficient ainsi calculé.

43. *Exemple numérique.* — L'exemple numérique de compensation des angles d'un polygone, traité à la fin du fascicule, donne, comme modèle du calcul de l'erreur moyenne d'une fonction des quantités compensées : 1° le calcul de l'erreur moyenne d'un angle compensé (Tableau X); 2° le calcul de l'erreur moyenne du logarithme d'un côté compensé et déduit d'un côté de départ supposé exactement connu (Tableau X *bis*).

44. *Lois de formation des erreurs des côtés dans une triangulation. Rappel de formules fondamentales.* — *L'erreur moyenne relative* d'une quantité est le rapport de son erreur moyenne à la quantité elle-même. D'après la formule :

(125)
$$Lx=\frac{\log x}{M}\left\{\begin{array}{r}M=\text{module des logarithmes vulgaires}=0,4342944819,\\ \log M=\bar{1}\cdot6377843113,\end{array}\right.$$

on a en différentiant :

(126)
$$\frac{dx}{x}=\frac{d\log x}{M}.$$

Donc, sous la réserve essentielle que les erreurs d'une quantité et de son logarithme soient suffisamment faibles pour pouvoir être assimilées à des différentielles, l'erreur moyenne relative d'une quantité est égale au quotient de l'erreur moyenne de son logarithme vulgaire par le module. Connaissant l'erreur moyenne e_l du logarithme d'une quantité Q, on en déduit alors immédiatement l'erreur moyenne

relative (e) de cette quantité par la formule :

(127) $$(e) = \frac{e_l}{M},$$

et son erreur moyenne e par la formule :

(128) $$e = (e)Q.$$

45. *Cas d'un seul réseau géodésique compensé.* — Ceci posé, il est intéressant de connaître les erreurs moyennes des logarithmes des côtés d'un réseau géodésique, calculés en partant d'une base mesurée (ou d'un côté de départ déjà calculé), au moyen de la proportion des sinus appliquée à une série de triangles. Soient C_0 la longueur du côté connu, c la longueur calculée du côté considéré, $\varphi(A, B, C, \ldots)$ une fonction des angles compensés, on a :

(129) $$\log c = \log C_0 + \varphi(A, B, C, \ldots).$$

Soient e_l, β_l, η_l les erreurs moyennes de $\log c$, $\log C_0$ et $\varphi(A, B, C, \ldots)$, on a :

(130) $$e_l^2 = \beta_l^2 + \eta_l^2.$$

Le logarithme de tout côté est ainsi affecté d'une erreur moyenne qui est fonction : 1° des erreurs commises sur la valeur adoptée pour le côté connu; 2° des erreurs commises dans les observations azimutales.

L'erreur β_l est constante pour tout côté. Quant à l'erreur η_l, elle se calcule par la méthode générale qui donne l'erreur moyenne d'une fonction des quantités compensées (voir l'exemple du Tableau X *bis*).

Dans l'hypothèse où la longueur du côté connu n'est affectée d'aucune erreur, on a :

(131) $$e_l = \eta_l.$$

46. *Cas d'un réseau géodésique divisé en réseaux partiels compensés séparément.* — Soit à présent un réseau s'appuyant à l'une de ses extrémités sur un côté connu de longueur C_0, divisé en n réseaux partiels accolés R_1, R_2, ..., R_n, dont chacun n'a avec le précédent qu'un côté commun et compensés séparément. On peut se proposer de calculer l'erreur moyenne du logarithme de la longueur calculée pour le côté de jonction compris entre les réseaux R_k et R_{k+1}. Soit c_k cette longueur. En désignant par $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$ des fonctions des angles compensés des réseaux R_1, R_2, ..., R_k, on a :

(132) $$\left\{\begin{array}{l} \log c_1 = \log C_0 \quad + \varphi_1, \\ \log c_2 = \log c_1 \quad + \varphi_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \log c_k = \log c_{k-1} + \varphi_k. \end{array}\right.$$

Soit β_l l'erreur moyenne de log C_0; soient $\eta_{l.1}$, $\eta_{l.2}$, ..., η les erreurs moyennes de φ_1, φ_2, ..., φ_k; soient $e_{l.1}$, $e_{l.2}$, ..., $e_{l.k}$ les erreurs moyennes de $\log c_1$, $\log c_2$, ..., $\log c_k$; on a :

(133) $$\left\{\begin{array}{l} e_{l.1}^2 = \beta_l^2 \quad + \eta_{l.1}^2, \\ e_{l.2}^2 = e_{l.1}^2 \ + \eta_{l.2}^2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots, \\ e_{l.k}^2 = e_{l.k-1}^2 + \eta_{l.k}^2, \end{array}\right.$$

d'où, en additionnant ces égalités :

(134) $$e_{l.k}^2 = \beta_l^2 + \eta_{l.1}^2 + \eta_{l.2}^2 + \dots + \eta_{l.k}^2.$$

On connaît β_l, on sait calculer $\eta_{l.1}$, $\eta_{l.2}$, ..., $\eta_{l.k}$; on a ainsi $e_{l.k}$, erreur moyenne du logarithme du côté, et par suite aussi $(e)_k$, erreur moyenne relative du côté et e_k, erreur moyenne du côté.

Si $\beta_l = 0$, on a :

(135) $$e_{l.k}^2 = \eta_{l.1}^2 + \eta_{l.2}^2 + \dots + \eta_{l.k}^2.$$

47. *Cas d'une chaîne de triangles.* — Dans le cas d'un triangle ou d'une chaîne de triangles, l'expression η_l prend une forme simple remarquable qu'il convient d'indiquer en vue d'une application ultérieure au réseau du nouvel arc équatorial [1].

Soit le triangle A, B, C (*fig. b*) dont le côté CB a pour longueur connue C_0 et dont

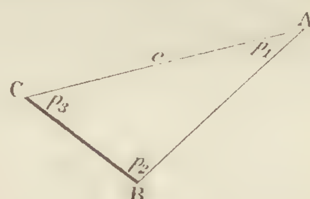


Figure *b*.

les angles finals observés ont pour poids respectifs p_1, p_2, p_3.

En posant :

(136) $$\varphi(A, B, C) = \frac{\log \sin\left(B - \frac{\varepsilon}{3}\right)}{\log \sin\left(A - \frac{\varepsilon}{3}\right)},$$

on calcule :

(137) $$\log c = \log C_0 + \varphi(A, B, C).$$

On se propose de déterminer l'erreur moyenne e_l de $\log c$.

---

[1] § 101, p. C.9 à C.12.

La fonction φ_i peut se mettre sous forme linéaire par une transformation déjà souvent appliquée [1] :

$$\varphi(A, B, C) = \varphi_0 - \Delta_A A + \Delta_B B, \tag{138}$$

Δ_A, Δ_B désignant les accroissements des logarithmes des sinus correspondant à des accroissements des arcs égaux à 1".

Les coefficients φ_i sont donc :

$$\left\{\begin{aligned} \varphi_1 &= -\Delta_A,\\ \varphi_2 &= +\Delta_B,\\ \varphi_3 &= 0. \end{aligned}\right. \tag{139}$$

Calcul de l'erreur η_l [2].

Équation de condition :

$$\varepsilon + (1) + (2) + (3) = 0. \tag{140}$$

Équation en r :

$$\left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3}\right) r - \frac{\Delta_A}{p_1} + \frac{\Delta_B}{p_2} = 0, \tag{141}$$

$$r = \frac{\dfrac{\Delta_A}{p_1} - \dfrac{\Delta_B}{p_2}}{\dfrac{1}{p_1} + \dfrac{1}{p_2} + \dfrac{1}{p_3}}; \tag{142}$$

d'où :

$$\left|\begin{aligned} \Phi'_1 &= -\frac{\Delta_A}{\sqrt{p_1}} + \frac{1}{\sqrt{p_1}}\,\frac{\dfrac{\Delta_A}{p_1} - \dfrac{\Delta_B}{p_2}}{\dfrac{1}{p_1} + \dfrac{1}{p_2} + \dfrac{1}{p_3}},\\ \Phi'_2 &= +\frac{\Delta_B}{\sqrt{p_2}} + \frac{1}{\sqrt{p_2}}\,\frac{\dfrac{\Delta_A}{p_1} - \dfrac{\Delta_B}{p_2}}{\dfrac{1}{p_1} + \dfrac{1}{p_2} + \dfrac{1}{p_3}};\\ \Phi'_3 &= \frac{1}{\sqrt{p_3}}\,\frac{\dfrac{\Delta_A}{p_1} - \dfrac{\Delta_B}{p_2}}{\dfrac{1}{p_1} + \dfrac{1}{p_2} + \dfrac{1}{p_3}}. \end{aligned}\right. \tag{143}$$

On trouve facilement :

$$[\Phi'\Phi'] = \frac{p_1\Delta_B^2 + p_2\Delta_A^2 + p_3(\Delta_A + \Delta_B)^2}{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3}. \tag{144}$$

Or, des égalités (24) et (26) [3], dans lesquelles $\left(L_1 - \frac{\varepsilon_1}{3}\right)$ représente un angle

---

[1] §§ 16, 17, 18, 22, p. 15 à 19 et 23 à 24.
[2] Voir §§ 39 et 40, p. 37 à 40 et notamment les formules (116) à (119).
[3] § 16, p. 15 et 16.

quelconque, on déduit :

(145) $$\Delta_A = \text{M} \sin 1'' \cot A, \qquad \Delta_B = \text{M} \sin 1'' \cot B.$$

Par suite :

(146) $$[\Phi'\Phi'] = \text{M}^2 \sin^2 1'' \frac{p_1 \cot^2 B + p_2 \cot^2 A + p_3(\cot A + \cot B)^2}{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3};$$

on a donc :

(147) $$\eta_l = \pm \text{M}^* \text{M} \sin 1'' \sqrt{\frac{p_1 \cot^2 B + p_2 \cot^2 A + p_3(\cot A + \cot B)^2}{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3}}.$$

Si $p_1 = p_2 = p_3 = 1$:

(148) $$\eta_l = \pm \text{M}^* \text{M} \sin 1'' \sqrt{\frac{2}{3}(\cot^2 A + \cot^2 B + \cot A \cot B)}.$$

Ces formules sont applicables au côté de rang k d'une chaîne de triangles s'appuyant sur un côté connu :

(149) $$\eta_{l.k} = \pm \text{M}^* \text{M} \sin 1'' \sqrt{\frac{p_1 \cot^2 B + p_2 \cot^2 A + p_3(\cot A + \cot B)^2}{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3}}.$$

Si $p_1 = p_2 = p_3 = 1$:

(150) $$\eta_{l.k} = \pm \text{M}^* \text{M} \sin 1'' \sqrt{\frac{2}{3}(\cot^2 A + \cot^2 B + \cot A \cot B)}.$$

Portant l'expression (149) de $\eta_{l.k}$ dans la formule (134), on obtient :

(151) $$e^2_{l.k} = \beta^2_l + \text{M}^{*2} \text{M}^2 \sin^2 1'' \sum \frac{p_1 \cot^2 B + p_2 \cot^2 A + p_3(\cot A + \cot B)^2}{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3},$$

Σ s'appliquant à tous les triangles, du premier au $k^{\text{ième}}$. On en déduit $e_{l.k}$, $(e)_k$ et e_k.

Si les poids de tous les angles finals observés sont égaux :

(152) $$e^2_{l.k} = \beta^2_l + \text{M}^{*2} \text{M}^2 \sin^2 1'' \frac{2}{3} \Sigma[\cot^2 A + \cot^2 B + \cot A \cot B].$$

Enfin, si $\beta_l = 0$, les formules (151) et (152) donnent respectivement :

(153) $$e_{l.k} = \pm \text{M}^* \text{M} \sin 1'' \sqrt{\sum \frac{p_1 \cot^2 B + p_2 \cot^2 A + p_3(\cot A + \cot B)^2}{p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3}};$$

(154) $$e_{l.k} = \pm \text{M}^* \text{M} \sin 1'' \sqrt{\frac{2}{3} \Sigma[\cot^2 A + \cot^2 B + \cot A \cot B]}.$$

c. — Fermetures sur les bases de vérification.

48. Aux critériums précédents de la précision des observations s'en ajoute un dernier, très important et facile à obtenir immédiatement une fois la compensation

des angles (ou directions) effectuée, lorsqu'on n'a pas fait intervenir dans celle-ci les équations de condition qui expriment l'accord des bases.

En désignant par B_1 la longueur de la ligne géodésique correspondant, sur l'ellipsoïde de référence, à la longueur mesurée d'une base de vérification, et par B' sa longueur calculée par la triangulation en partant de la base fondamentale, après compensation des angles (ou directions), sans accord des bases, le rapport $\frac{B'-B_1}{B_1}$ s'appelle la *fermeture sur la base de vérification.* La valeur de ce rapport donne une idée de la précision de l'ensemble des opérations, mais plus particulièrement des observations azimutales, puisque les erreurs à craindre portent principalement sur celles-ci [1].

Si, négligeant les erreurs commises sur les longueurs mesurées des bases, on considère ces longueurs comme rigoureusement exactes, la fermeture sur une base de vérification n'est autre que l'erreur relative de sa longueur calculée. On peut la comparer à l'erreur moyenne relative obtenue par la méthode qui vient d'être exposée pour calculer l'erreur moyenne relative d'un côté quelconque, compensé et déduit d'un côté supposé exactement connu.

6. Pratique des calculs.

a. — Exemple numérique. Compensation des angles et calcul des triangles d'un pentagone.

49. Les Tableaux I à X *bis* [2] donnent, à titre d'exemple numérique, la compensation des angles d'un pentagone à 13 inconnues et 7 équations de condition (5 aux angles et 2 aux côtés) et le calcul des 7 triangles qui le constituent. Ils se rapportent à la suite normale suivante des opérations :

Tableau I. Préparation des équations de condition [3].
» II. Formation des équations de condition.
» III. Récapitulation des équations de condition.
» IV. Formation des équations normales.
» V. Résolution des équations normales :
1° Méthode des éliminations successives;
2° Méthode des coefficients indéterminés.
» VI. Calcul des corrections aux angles par substitution des quantités corrélatives dans les équations corrélatives.
» VII. Calcul des angles des triangles géodésiques.
» VIII. Calcul définitif des triangles [3].

---

[1] Voir § 2, p. 2 et 3.
[2] A la fin du fascicule.
[3] Il est commode d'accoler les Tableaux I et VIII; c'est ce qui a été fait.

Tableau IX. Calcul de l'erreur moyenne de l'unité de poids.

Tableaux X et X *bis*. Calcul de l'erreur moyenne d'une fonction des quantités compensées :

X. Calcul de l'erreur moyenne d'un angle compensé ;

X *bis*. Calcul de l'erreur moyenne du logarithme d'un côté compensé et déduit d'un côté de départ supposé exactement connu.

La formation des équations de condition et des équations normales, la résolution de celles-ci, le calcul des corrections et les calculs d'erreurs sont considérablement facilités par l'usage d'une machine à calcul. On peut aussi employer les logarithmes pour les multiplications ou divisions qu'on doit effectuer.

b. — Vérifications à effectuer au cours des calculs.

50. Les vérifications qui se présentent au cours des calculs sont nombreuses et l'on doit s'attacher à ne pas les négliger :

1° Dans le calcul des excès, quelle que soit la manière dont on décompose un polygone en triangles, la somme des excès des triangles qui le constituent doit être constante et égale à l'excès du polygone.

2° Dans la formation des équations normales, il est avantageux, bien que ces équations soient symétriques, de calculer ou écrire tous leurs termes, ce qui permet une vérification de tous les coefficients des inconnues qui ne sont pas de la forme quadratique $[aa]$.

3° Dans la résolution des équations normales par la méthode des éliminations successives, on profite de la symétrie des coefficients, dans les divers systèmes obtenus, pour diminuer presque de moitié l'étendue des Tableaux et le travail de calcul. Mais, en ce cas, il est essentiel de procéder, pour chaque équation, à une vérification des facteurs des inconnues et du terme connu, obtenue comme il suit, en faisant leur somme.

Si l'on considère les quantités suivantes :

$$(155)\quad \left\{\begin{array}{llll}
[as],\quad [bs], & [cs], & \ldots, & [ls];\\
 [bs.1]=[bs]-\dfrac{[ab]}{[aa]}[as], & [cs.1]=[cs]-\dfrac{[ac]}{[aa]}[as], & \ldots, & [ls.1]=[ls]-\dfrac{[al]}{[aa]}[as];\\
 & [cs.2]=[cs.1]-\dfrac{[bc.1]}{[bb.1]}[bs.1], & \ldots, & [ls.2]=[ls.1]-\dfrac{[bl.1]}{[bb.1]}[bs.1];\\
\ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots
\end{array}\right.$$

dont les premières sont définies par les relations :

$$(156)\quad \left\{\begin{array}{l} [aa]+[ab]+[ac]+\ldots+[al]+[as]=0, \\ [ab]+[bb]+[bc]+\ldots+[bl]+[bs]=0, \\ [ac]+[bc]+[cc]+\ldots+[cl]+[cs]=0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ [al]+[bl]+[cl]+\ldots+[ll]+[ls]=0, \end{array}\right.$$

et les autres obtenues par la loi de formation des coefficients de Gauss, il est facile de reconnaître qu'on doit avoir :

$$(157)\quad \left\{\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} [bb.1]+[bc.1]+\ldots+[bl.1]+[bs.1]=0, \\ [bc.1]+[cc.1]+\ldots+[cl.1]+[cs.1]=0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ [bl.1]+[cl.1]+\ldots+[ll.1]+[ls.1]=0. \end{array}\right. \\ \qquad \left\{\begin{array}{l} [cc.2]+\ldots+[cl.2]+[cs.2]=0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ [cl.2]+\ldots+[ll.2]+[ls.2]=0, \end{array}\right. \\ \qquad\qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right.$$

On calcule les quantités $[as]$, $[bs]$, $[cs]$, ..., $[ls]$ par les relations (156), puis formant par les relations (155) les quantités $[bs.1]$, $[cs.1]$, ..., $[ls.1]$; $[cs.2]$, ..., $[ls.2]$; ..., correspondant aux équations successivement obtenues dans l'application de la méthode des éliminations, on vérifie si les relations (157) sont bien satisfaites.

4° Dans la résolution des équations normales par la méthode des coefficients indéterminés, les vérifications ci-dessus, par somme des facteurs des inconnues et du terme connu, sont effectuées pour toutes les équations des divers systèmes à considérer dans le calcul des coefficients indéterminés.

5° Dans la résolution des équations normales par la méthode des coefficients indéterminés, on vérifie la *fermeture* des équations des divers systèmes à considérer dans le calcul des coefficients indéterminés, tels que (74), (75), (76), page 29.

Il est à remarquer que les facteurs des inconnues dans ces équations sont les mêmes que dans les équations successives rencontrées dans la méthode des éliminations, tandis que les termes connus seuls diffèrent.

Si l'on emploie les deux méthodes, on peut donc se contenter de former une seule fois le tableau de ces facteurs.

6° Si l'on emploie les deux méthodes précitées, elles doivent fournir les mêmes valeurs pour les quantités corrélatives, aux dernières décimales près.

7° On vérifie la fermeture des équations normales en substituant aux quantités corrélatives leurs valeurs calculées,

8° On vérifie la fermeture des équations de condition en substituant aux corrections leurs valeurs calculées.

9° La somme des trois angles compensés d'un même triangle, diminuée de 200 grades, et la somme des corrections correspondantes doivent donner respectivement l'excès et l'erreur préalablement calculés.

10° Le calcul définitif des triangles doit donner la même valeur pour le logarithme d'un même côté, quelle que soit la succession des triangles employés pour le déduire d'une base (ou d'un côté connu).

11° Enfin, les méthodes différentes indiquées pour le calcul de l'erreur moyenne de l'unité de poids ou le calcul d'une fonction des quantités compensées fournissent des vérifications. Dans ce dernier calcul, les équations aux r, de même forme que les équations normales, donnent lieu aux mêmes vérifications (voir ci-dessus 2°, 3°, 4°, 5°, 6° et 7°).

c. — Nombre de décimales à employer dans les calculs.

51. On a déjà examiné plus haut ([1]) quelle approximation doit être recherchée dans le calcul des excès.

En ce qui concerne les calculs de compensation proprement dits, la question du nombre de décimales à employer a été traitée par Baeyer ([2]).

En général, les instruments azimutaux employés pour les triangulations de haute précision et dont les limbes sont gradués suivant la division centésimale peuvent, sur lecture directe d'un tambour micrométrique, ou lecture à l'estime du dixième d'une petite division de ce tambour, fournir les directions, exprimées en secondes centésimales, avec une décimale. Les corrections à apporter aux lectures (inclinaison, tare, collimation) sont calculées avec deux décimales, de manière à ne jamais commettre sur les lectures corrigées une erreur supérieure à l'approximation même des lectures brutes. Une fois les compensations de station effectuées s'il y a lieu, les directions ainsi compensées, affectées des corrections de l'altitude et de la ligne géodésique, sont généralement données avec trois décimales (nombre certainement exagéré qui ne correspond nullement à la précision réelle des observations, comme il est facile de s'en rendre compte en remarquant que dans de bonnes triangulations l'erreur moyenne d'une direction finale observée peut atteindre et même dépasser une seconde centésimale) ([3]).

Dès lors, si l'on veut conserver dans la compensation des angles (ou des directions) du réseau la précision qu'on suppose un peu gratuitement aux résultats des observations azimutales, il est logique de calculer les corrections aux angles (ou aux directions) avec trois décimales. On opérera, à cet effet, comme il suit :

Dans les équations aux angles, en raison de l'approximation avec laquelle les

---

([1]) §§ 10, 11 et 12, p. 10 à 12.

([2]) BAEYER, *Die Küstenvermessung und ihre Verbindung mit der Berliner Grundlinie*, ausgeführt von der trigonometrischen Abtheilung des Generalstabes, Berlin, Dümmler, 1849.

([3]) Voir, par exemple, t. III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. C.19.

angles observés sont donnés et les excès calculés, les coefficients des corrections et les termes connus sont écrits avec trois décimales.

Dans les équations aux côtés, si l'on emploie des Tables de logarithmes à huit décimales dans lesquelles les différences tabulaires des log sinus sont données pour un accroissement de l'arc de 10", et si l'on exprime tous les nombres en unités du sixième ordre décimal du logarithme, les coefficients des corrections se trouvent écrits avec trois décimales, les termes connus avec deux.

Les coefficients des inconnues et les termes connus des équations normales, ceux des équations des systèmes successifs qui en dérivent, et les quantités corrélatives, sont alors calculés avec cinq ou six décimales; les corrections le sont avec quatre ou cinq décimales, dont les trois premières sont certainement exactes.

Les résidus obtenus ainsi dans les fermetures des équations de condition ne dépassent jamais quelques cent-millièmes de seconde centésimale.

En conservant quatre décimales aux corrections et aux angles géodésiques compensés qui en sont déduits, on retrouve exactement, d'une part, en retranchant 200 grades à la somme des trois angles compensés d'un triangle et, d'autre part, en faisant la somme des corrections correspondantes, l'excès et l'erreur préalablement calculés avec trois décimales. Dans le calcul définitif des triangles, on ne laisse que trois décimales aux angles des triangles plans. Si l'on effectue ce calcul par logarithmes à huit décimales, on obtient dans tous les triangles la même valeur pour le logarithme de tout côté, ou tout au moins les plus grands écarts obtenus entre les différentes valeurs du logarithme d'un même côté ne dépassent pas 1 à 2 unités du huitième ordre décimal ([1]). Une erreur sur le logarithme égale à une unité de la dernière décimale, soit à 10^{-8}, correspond à une erreur relative sur la longueur du côté égale à $10^{-8} : \text{M}$, soit $\frac{1}{43\,429\,448}$ environ, et, pour un côté géodésique ordinaire de 50^{km}, à une erreur sur cette longueur égale à $1^{\text{mm}},15$.

III. — COMPENSATION D'UN RÉSEAU ÉTENDU ET COMPLEXE PAR DIVISION EN RÉSEAUX PARTIELS COMPENSÉS SÉPARÉMENT.

1. Impossibilité et illégitimité d'une compensation d'ensemble d'un réseau étendu et complexe.

52. Un calculateur exercé, a dit Baeyer ([2]), ne doit point s'effrayer de 40 à 50 équations de condition. La jonction des réseaux prussien et russe en Silésie ([3]) en comporte 59, un des réseaux de la *Küstenvermessung* ([4]) 86, mais de pareilles

([1]) Voir § 93, p. 139, note ([1]).

([2]) *Comptes rendus des séances de la cinquième Conférence géodésique internationale pour la mesure des degrés en Europe*, réunie à Stuttgart du 25 septembre au 2 octobre 1877, rédigés par les secrétaires C. Bruhns, A. Hirsch, Berlin, Georg Reimer, 1878, p. 205.

([3]) Baeyer, *Die Verbindungen der preussischen und russischen Dreiecksketten bei Thorn und Tarnowitz*, ausgeführt von der trigonometrischen Abtheilung des Generalstabes, Berlin, Dümmler, 1857.

([4]) Baeyer, *loc. cit.*, à la note ([2]), p. 49 du présent fascicule.

compensations atteignent la limite extrême du travail qui peut être raisonnablement exécuté sans que l'effort produit soit hors de proportion avec l'intérêt des résultats. Or, les réseaux précités ne dépassent pas une extension et une complication moyennes, et si l'on calcule à l'aide des formules de Gauss [1] le nombre des équations de condition dans la compensation d'un réseau d'une extension et d'une complexité plus considérables, on demeure convaincu que la compensation d'ensemble d'un tel réseau est pratiquement irréalisable, la résolution des équations normales devenant une opération inabordable.

Une telle compensation ne doit même pas être tentée. Elle serait, en effet, basée sur l'hypothèse d'un ellipsoïde unique, s'écartant fort peu, dans toute l'étendue considérée, d'une surface de niveau (soit le géoïde, surface de niveau zéro, soit toute autre surface de niveau). Par exemple, le calcul des angles géodésiques, déduits des angles azimutaux observés, tel qu'il est effectué en affectant les directions observées des seules corrections de l'altitude et de la ligne géodésique, suppose qu'ayant observé, en toute station, les valeurs de dièdres qui ont pour arête commune la verticale, normale à la surface de niveau, cette verticale se trouve aussi normale à l'ellipsoïde. Mais cette hypothèse d'un ellipsoïde unique est forcément douteuse dès que les opérations s'étendent sur une portion considérable de la surface terrestre et les méthodes employées risquent de devenir inapplicables; c'est ainsi, pour reprendre l'exemple précédent, que l'axe de l'instrument servant aux observations azimutales a été, en chaque station, réglé au moyen du niveau à bulle d'air de manière à être, en réalité, dirigé suivant la verticale, normale à la surface de niveau; dès que l'angle entre cette verticale et la normale à l'ellipsoïde atteint une certaine valeur, les sommets du réseau géodésique obtenu sur l'ellipsoïde ne peuvent plus être considérés comme situés sur les normales à l'ellipsoïde issues des stations correspondantes, et les angles de ce réseau déduits des angles observés, par les formules qui donnent les corrections de l'altitude et de la ligne géodésique, sont inexacts, car les démonstrations de ces formules tombent en défaut.

Si la surface de niveau a été, grâce à des observations géodésiques et astronomiques antérieures, étudiée sur une grande étendue, on a été déjà amené le plus souvent à constater qu'il est impossible de l'assimiler dans toute cette étendue à un même ellipsoïde osculateur. Quel que soit l'objet des nouvelles observations géodésiques et astronomiques exécutées, on sait d'avance n'avoir, en toute rigueur, le droit de faire entrer dans une même compensation que des figures d'une étendue restreinte, dans les limites de laquelle l'ellipsoïde osculateur, bien connu et déterminé déjà, reste le même.

Mais, le plus souvent, la surface de niveau est inconnue, les observations géodé-

---

(1) § 4, p. 7.

siques et astronomiques effectuées ont précisément, entre autres buts, celui de l'étudier. Si l'on adopte un ellipsoïde de référence, dont le choix comporte naturellement une large part d'arbitraire, c'est afin de pouvoir, en projetant les stations de la triangulation sur l'ellipsoïde, obtenir un réseau géodésique qu'il soit possible de soumettre au calcul, et parvenir à une première approximation de la surface de niveau par la comparaison des coordonnées géodésiques (latitudes, longitudes et azimuts), calculées pour les sommets de ce réseau, avec les coordonnées astronomiques directement observées en toutes les stations correspondantes ou en quelques-unes d'entre elles. On sait que cette comparaison fournit alors immédiatement en ces stations des valeurs très approchées des *déviations de la verticale*, angles de la verticale avec la normale à l'ellipsoïde, ou tout au moins de leurs composantes nord-sud ou est-ouest.

Si la triangulation est très étendue, ces déviations, en certaines régions au moins, ont toujours des valeurs sensibles : l'ellipsoïde de référence adopté ne représente donc qu'imparfaitement l'ensemble de la portion de surface de niveau à étudier. Par conséquent, même en admettant que le réseau, par sa simplicité, se soit prêté à une compensation générale, ou que, malgré sa complexité, on ait pu, au prix de calculs presque inextricables, réaliser celle-ci avant de passer au calcul des longueurs des côtés, des coordonnées des sommets et des déviations de la verticale, cette compensation eût été, en fait, sans objet.

D'une part, en effet, pour les exigences des applications courantes de la Géodésie (établissement de cartes, cadastres, etc.), le réseau obtenu sur l'ellipsoïde de référence peut être considéré sans inconvénient comme projection du réseau de l'espace par des normales à l'ellipsoïde et l'on peut se contenter de compensations partielles de ce réseau divisé en figures ne donnant lieu chacune qu'à un nombre raisonnable d'équations de condition.

D'autre part (1), pour les recherches de haute Géodésie comprenant l'étude approfondie de la surface de niveau, il est indispensable d'avoir pu parvenir à la connaissance des valeurs approchées des déviations de la verticale en un nombre de stations aussi grand que possible, grâce à de nombreuses observations astronomiques (ou à leur défaut au calcul direct, fort pénible, d'après les formes du terrain, de l'action des masses perturbatrices). On doit reprendre ensuite la partie géodésique des calculs à partir du moment où l'on a projeté les stations sur l'ellipsoïde. Dans ces nouveaux calculs, on tient compte alors de l'influence des déviations de la verticale, dont les valeurs très suffisamment approchées, déjà connues, permettent l'emploi de formules de correction appropriées. On obtient ainsi un nouveau réseau géodésique, légèrement différent du premier, dont les sommets sont bien, cette fois, les projections des stations sur l'ellipsoïde par des normales

---

(1) Voir l'*Introduction générale aux travaux géodésiques et astronomiques primordiaux de la Mission*, insérée en tête du fascicule 1 du Tome II. Voir aussi plus loin § 64, p. 75 à 77.

à l'ellipsoïde, ainsi que les valeurs exactes des déviations de la verticale par rapport à cet ellipsoïde. C'est ensuite, seulement, qu'abordant les questions de haute Géodésie, on peut se proposer, par exemple, de rechercher la position et les dimensions d'un ou de plusieurs ellipsoïdes de révolution représentant la surface de niveau tout entière ou certaines de ses portions, mieux que ne le faisait l'unique ellipsoïde de référence jusqu'alors employé. Dans cette étude, d'une extrême complexité, quels que soient la méthode suivie et les calculs exécutés, il n'est légitime de projeter sur un seul ellipsoïde une portion déterminée du réseau et d'en soumettre toutes les figures à une même compensation, que si les déviations de la verticale, calculées ensuite par rapport à cet ellipsoïde, révèlent partout seulement de très faibles écarts entre sa surface et la surface de niveau. S'il n'en est pas ainsi, les calculs faits ne peuvent être, en toute rigueur, considérés que comme une approximation, suffisante, il est vrai, dans la presque totalité des cas, mais insuffisante pour l'étude approfondie de la surface de niveau.

Ainsi, non seulement on est toujours obligé, en pratique, de diviser un réseau très étendu en réseaux partiels compensés séparément, mais encore cette division se justifie théoriquement. Bien entendu, le nombre des réseaux partiels sera réduit au strict minimum, l'étendue de chacun étant uniquement limitée, d'abord par la possibilité de résoudre les équations normales sans s'imposer des calculs d'une exorbitante longueur, ensuite par l'obligation de n'avoir, dans toute cette étendue, que de très faibles déviations de la verticale, légitimant l'emploi d'un unique ellipsoïde.

Dans cette méthode, chacune des sommes des carrés des corrections obtenues correspondant à un réseau partiel est minima, mais, en général, la somme des carrés de *toutes* les corrections obtenues ne l'est point. Elle a une valeur supérieure à sa valeur minima. Il est clair que la différence de ces deux valeurs est faible [elle est nulle quand une inconnue quelconque ne figure que dans une seule compensation partielle et que le système des équations de condition de la compensation d'ensemble est constitué par la réunion des systèmes d'équation de condition des compensations partielles ([1])]. Si les corrections obtenues ne sont point, en toute rigueur, les plus probables, elles diffèrent donc très peu de celles-ci, tout en satisfaisant absolument aux conditions géométriques du réseau.

2. Équations de condition supplémentaires exprimant que les divers réseaux partiels se raccordent.

53. La division du réseau principal en réseaux partiels, aussi peu nombreux et aussi étendus que possible, s'impose aussi pour diminuer le nombre des équations de

---

([1]) Voir § 55, p. 55 et 56.

condition supplémentaires qu'il est nécessaire d'introduire dans les compensations, afin d'exprimer que les différents réseaux partiels se raccordent. En effet, pour que l'ensemble du réseau principal soit rendu géométrique, il faut que tout côté commun à deux réseaux adjacents acquière, une fois les compensations effectuées, même longueur et même direction dans chacun de ces réseaux.

Ce résultat s'obtient en compensant le premier des réseaux comme s'il était isolé, puis en tenant compte, dans la compensation du second, des équations supplémentaires en question. Ce sont des équations aux angles et des équations aux côtés.

Exemple d'équation aux angles. — Les deux réseaux ont un sommet commun O, autour duquel sont formés cinq angles comprenant un tour d'horizon complet (*fig. c*).

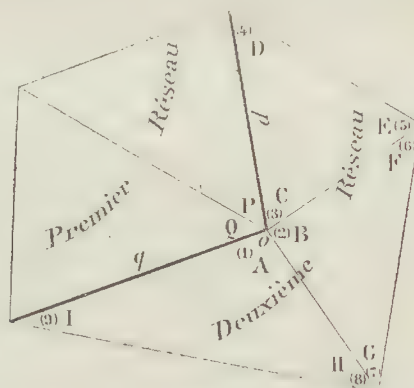


Figure *c*.

Après avoir compensé le premier réseau et obtenu les valeurs P, Q de ses angles compensés en O, on doit introduire dans la compensation du second réseau l'équation de condition supplémentaire :

$$A + B + C + P + Q - 400^G = 0, \tag{158}$$

ou :

$$(1) + (2) + (3) + A_1 + B_1 + C_1 + P + Q - 400^G = 0.$$

Exemple d'équation aux côtés. — Les deux réseaux ont deux côtés communs issus de O (*fig. c*). Après avoir compensé le premier réseau, calculé ses côtés et obtenu pour les côtés communs les longueurs p et q, on doit introduire dans la compensation du second réseau l'équation de condition supplémentaire :

$$q = p\,\frac{\sin\left(D_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} + (4)\right)\sin\left(F_1 - \frac{\varepsilon_2}{3} + (6)\right)\sin\left(H_1 - \frac{\varepsilon_3}{3} + (8)\right)}{\sin\left(E_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} + (5)\right)\sin\left(G_1 - \frac{\varepsilon_2}{3} + (7)\right)\sin\left(I_1 - \frac{\varepsilon_3}{3} + (9)\right)}. \tag{159}$$

De semblables équations aux côtés expriment en somme l'accord des côtés communs considérés comme bases pour le calcul du second réseau, les valeurs de ces bases étant fournies par le calcul du premier, au lieu d'être obtenues par mesure directe.

3. Équations de condition supplémentaires dans le cas d'un réseau s'appuyant sur un ou plusieurs côtés d'une triangulation déjà compensée.

54. Des équations de condition supplémentaires aux angles et aux côtés se présentent de même quand on veut appuyer, sur deux ou plusieurs côtés d'une triangulation déjà compensée et définitivement arrêtée, un réseau nouveau, généralement d'un ordre de précision inférieur. On en trouvera des exemples dans les figures I, II, III, IV, V, VI, VII de la triangulation de l'arc méridien équatorial.

4. Cas d'un réseau décomposable en réseaux partiels accolés, dont chacun n'a avec le précédent qu'un côté commun.

55. Un cas remarquable est le suivant : les réseaux partiels considérés sont simplement accolés les uns à la suite des autres, et chacun n'a avec le précédent qu'un côté commun. Dans ce cas, il est tout indiqué d'effectuer la compensation en prenant pour inconnues les corrections aux angles. Il est évident qu'aucune équation de condition supplémentaire n'est alors à considérer et qu'il suffit de calculer de proche en proche les côtés des réseaux partiels compensés, en prenant comme valeur de départ pour chacun de ces réseaux la valeur du côté commun obtenue dans le réseau précédent.

De plus, les compensations partielles donnent les mêmes résultats qu'une compensation d'ensemble. En effet, une inconnue quelconque ne figure que dans une seule compensation partielle et le système des équations de condition de la compensation d'ensemble est constitué par la réunion des systèmes d'équations de condition des compensations partielles. On se rend compte aisément que, dès lors, les équations normales et les équations corrélatives de la compensation d'ensemble sont également formées par la réunion des équations normales et des équations corrélatives des compensations partielles. Les valeurs déduites pour les inconnues sont forcément les mêmes dans les deux cas. D'ailleurs, en désignant par $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3, \ldots$ les sommes des carrés des corrections relatives aux compensations partielles, par Σ la même somme relative à la compensation d'ensemble, le carré de chaque correction figure une fois dans une seule somme $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3, \ldots$ et une fois dans la somme Σ. Il est par suite bien évident *a priori* que le système de valeurs des inconnues fourni par les compensations partielles, qui satisfait à toutes les équations de condition et rend séparément minima $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3, \ldots$, rend aussi Σ minima. Ce système est donc celui que fournit la compensation d'ensemble.

En particulier, la compensation par parties des angles d'une triangulation longue et étroite, conduite par exemple le long d'un arc à mesurer, donne généralement les mêmes résultats que donnerait une compensation d'ensemble, car il est rare qu'une pareille triangulation ne puisse être décomposée en figures accolées présentant seulement un côté commun : triangles dont la compensation est immédiate ou polygones peu compliqués, pour lesquels elle n'exige que des calculs pratiquement réalisables.

IV. — COMPENSATIONS À EFFECTUER DANS LES DÉTERMINATIONS D'AZIMUTS ASTRONOMIQUES DE DÉPART (1).

1. Considérations générales.

56. La détermination, en une station, des azimuts astronomiques des signaux de la triangulation observés de cette station, a l'un des deux objets suivants :

1° Permettre de calculer la composante est-ouest de la déviation de la verticale à la station, par la comparaison des deux azimuts d'un même signal : l'un astronomique observé, l'autre géodésique calculé.

2° Quand le sommet du réseau géodésique, projection de la station sur l'ellipsoïde de référence par une normale à cet ellipsoïde, joue le rôle de sommet origine pour le calcul des coordonnées géodésiques (latitudes, longitudes et azimuts) des autres sommets, fournir l'azimut astronomique de départ. Pour plus de simplicité, on supposera qu'au sommet origine l'ellipsoïde de référence et la surface de niveau à étudier sont tangents : en ce point, la normale à l'ellipsoïde et la verticale se confondent, la déviation de la verticale est nulle, tout plan normal à l'ellipsoïde est aussi plan vertical.

Dans le second des deux cas envisagés ci-dessus, il peut être nécessaire, en raison d'observations surabondantes exécutées, de procéder à des compensations. Avant d'entrer dans plus de détails à ce sujet, il convient de rappeler comment s'effectue cette détermination des azimuts astronomiques des signaux. Elle comporte en général deux séries d'opérations distinctes, auxquelles on peut procéder dans un ordre quelconque, les unes astronomiques à proprement parler, les autres géodésiques :

1° Observations astronomiques fournissant l'azimut astronomique d'un signal

---

(1) Il n'est pas inutile d'indiquer ici les conventions en usage au Service géographique de l'Armée. Les angles azimutaux sont comptés de 0^G à 400^G, dans le sens inverse de celui des aiguilles d'une montre. Les azimuts géodésiques ou astronomiques sont comptés de 0^G à 400^G, à partir du Sud, dans le sens des aiguilles d'une montre. Les azimuts astronomiques des *instruments méridiens et des mires méridiennes* sont, dans les calculs astronomiques, comptés en temps sidéral équatorial, à partir du Sud, positivement vers l'Est, négativement vers l'Ouest.

lointain auxiliaire, distinct des autres signaux de la triangulation. Si l'on recherche une haute précision, ce sont des observations d'étoiles effectuées au cercle méridien et le signal auxiliaire employé est installé très près du plan méridien de la station astronomique. On a l'habitude de le désigner alors, quel qu'il soit, sous le nom de *mire méridienne lointaine*.

2° Observations géodésiques ayant pour objet de mesurer au moins un des angles que fait le plan vertical contenant le signal auxiliaire avec les plans verticaux contenant les divers signaux de la triangulation. En général, ou bien on relie, par mesure d'un seul de ces angles, la direction du signal auxiliaire à celle d'un des signaux de la triangulation, ou bien on introduit la direction du signal auxiliaire dans l'ensemble des directions observées de la station astronomique, observations effectuées soit par la méthode des angles, soit par la méthode des directions. Si l'on fait usage de la méthode des angles, les résultats de ces observations subissent la compensation de station (1).

Le signal dont l'azimut astronomique est directement déterminé peut, bien entendu, être non point un signal auxiliaire, mais un des signaux mêmes de la triangulation. Ce cas simple est exceptionnel (2).

Les observations astronomiques et géodésiques, faites le plus souvent sur des piliers différents, doivent être, bien entendu, les unes et les autres, réduites, s'il y a lieu, au centre de la station.

Pour l'objet qu'on se propose, il est clair qu'il suffit toujours d'observer géodésiquement le signal auxiliaire de la station astronomique seule; il n'est même point utile de connaître exactement sa distance à la station et de déterminer, de cette station, sa distance zénithale avec précision : des valeurs approchées de ces éléments suffisent, l'une pour les réductions au centre, l'autre pour le calcul des mesures angulaires. On peut être cependant conduit à ne pas se contenter de ces observations et à viser aussi le signal auxiliaire d'une ou plusieurs autres stations, tout comme à stationner à ce signal même, en exécutant, chaque fois, des mesures d'angles et de distances zénithales plus ou moins précises, de manière à le rattacher complètement à la triangulation. Par exemple, il y a intérêt à procéder ainsi lorsqu'on doit effectuer une triangulation de détail du pays et que le signal auxiliaire peut être avantageusement utilisé comme point secondaire.

De quelque manière qu'ait été géodésiquement observé le signal auxiliaire, l'azimut astronomique, à la station astronomique, d'un signal quelconque de la triangulation,

---

(1) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.38 à A.45.

(2) Il ne s'est produit dans les opérations relatives au nouvel arc équatorial qu'à la station 56 Guachanama, où l'azimut astronomique du signal 57 Colambo a été déterminé. Le signal 67 Viviate, dont l'azimut astronomique a été déterminé à 70 Chocan, appartient bien à la triangulation, mais joue dans cette détermination le rôle de signal auxiliaire, car le côté (Chocan-Viviate) n'existe pas dans la triangulation. Voir le Tableau § 78, p. 109.

s'obtient immédiatement en combinant convenablement l'angle compris entre les plans verticaux de ce signal et du signal auxiliaire avec l'azimut astronomique de ce dernier.

Au contraire, la nature des observations géodésiques relatives au signal auxiliaire n'est pas indifférente lorsqu'il s'agit de fixer un azimut de départ. Il est nécessaire d'examiner les différents cas possibles en signalant quelques particularités.

En prenant pour plan de la figure (*fig.* d_1) le plan tangent commun à l'ellipsoïde

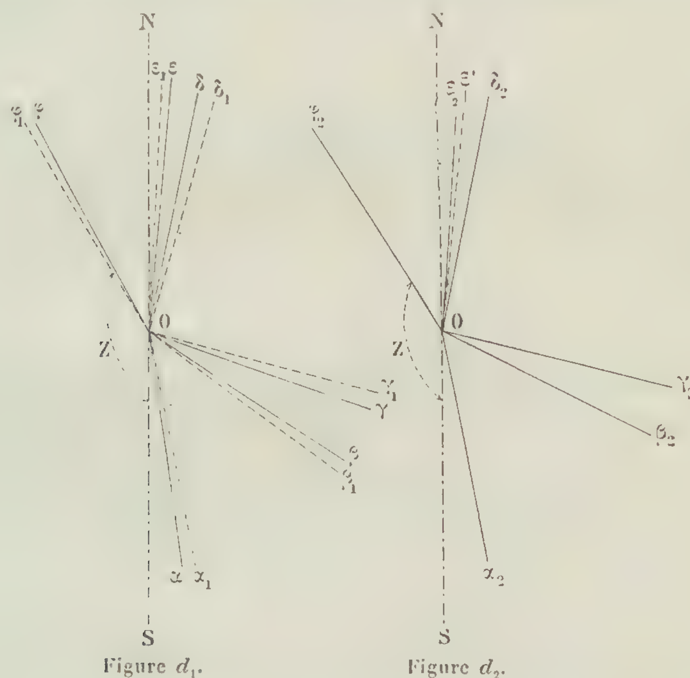


Figure d_1. Figure d_2.

de référence et à la surface de niveau au sommet origine O, soient, sur ce plan :

NS la trace du plan méridien (astronomique et géodésique) de la station astronomique,

Oε la trace du plan vertical contenant le signal auxiliaire,

Oα, Oβ, Oγ, Oδ, Oφ les traces des plans verticaux contenant les signaux de la triangulation.

L'angle SOε, compté du Sud vers l'Ouest, est l'azimut astronomique du signal auxiliaire, azimut qui a été observé. Les directions Oα, Oβ, Oγ, Oδ, Oφ sont connues : ce sont les directions données par les observations azimutales (compensées à la station si la méthode employée a été celle des angles).

En affectant ces directions des corrections de l'altitude et de la ligne géodésique (¹),

(¹) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, première Partie, IX. *Corrections à faire subir aux directions bservées pour obtenir les directions sur l'ellipsoïde de référence*, p. A.63 et suiv.

on en déduit les directions $O\alpha_1$, $O\beta_1$, $O\gamma_1$, $O\delta_1$, $O\varphi_1$ des tangentes en O aux lignes géodésiques, côtés du réseau. Si le signal auxiliaire n'a été géodésiquement observé que de la station astronomique, il est le plus souvent impossible de calculer les mêmes corrections relatives à la direction $O\varepsilon$ [1], car on ignore en général la longueur K du côté géodésique (station astronomique — signal auxiliaire) et l'altitude H du signal auxiliaire par rapport à l'ellipsoïde de référence. Au contraire, si le signal auxiliaire a été complètement rattaché à la triangulation, on peut obtenir la direction $O\varepsilon_1$ de la tangente à la ligne géodésique qui joint le point O à la projection du signal auxiliaire sur l'ellipsoïde de référence par une normale à celui-ci.

On procède ensuite à la compensation des angles (ou directions) du réseau. Le système des droites $O\alpha_1$, $O\beta_1$, $O\gamma_1$, $O\delta_1$, $O\varphi_1$ est remplacé par un nouveau système de droites $O\alpha_2$, $O\beta_2$, $O\gamma_2$, $O\delta_2$, $O\varphi_2$ (*fig.* d_2) dont les angles sont légèrement différents. Si le signal auxiliaire n'a été géodésiquement observé que de la station astronomique, il ne joue aucun rôle dans la compensation. S'il a été complètement rattaché à la triangulation, la droite $O\varepsilon_1$ du premier système est remplacée dans le second par la droite $O\varepsilon_2$. Quoi qu'il en soit, c'est ce second système compensé qu'il s'agit d'orienter.

Ceci posé, trois cas sont à distinguer :

2. Premier cas.

57. 1° Le signal auxiliaire n'a été géodésiquement observé que de la station astronomique et l'on a mesuré seulement de cette station l'angle compris entre le plan vertical du signal auxiliaire et le plan vertical d'un des signaux de la triangulation, par exemple l'angle $\varepsilon O\varphi$. On en déduit l'angle $\varepsilon O\varphi_1$. L'azimut astronomique de $O\varphi_1$ est $Z = SO\varphi_1 = SO\varepsilon - \varepsilon O\varphi_1$. C'est l'azimut astronomique de départ qui, applicable à la droite $O\varphi_2$, servira à orienter le système des droites $O\alpha_2$, $O\beta_2$, $O\gamma_2$, $O\delta_2$, $O\varphi_2$ et, par suite, le réseau tout entier.

3. Deuxième cas.

58. 2° Le signal auxiliaire n'a été géodésiquement observé que de la station astronomique, mais on a mesuré de cette station tous les angles compris entre le plan vertical du signal auxiliaire et les plans verticaux des signaux de la triangulation, c'est-à-dire les angles $\alpha O\varepsilon$, $\beta O\varepsilon$, $\gamma O\varepsilon$, $\delta O\varepsilon$, $\varepsilon O\varphi$. On en déduit les angles $\alpha_1 O\varepsilon$, $\beta_1 O\varepsilon$, $\gamma_1 O\varepsilon$, $\delta_1 O\varepsilon$, $\varepsilon O\varphi_1$, qui peuvent être considérés comme des angles observés A_1, B_1, C_1, D_1, F_1.

---

[1] Quand le signal auxiliaire est une mire méridienne, ces corrections, dans les expressions desquelles entre en facteur sin 2 Z (Z = azimut du signal auxiliaire) peuvent être considérées comme nulles. Aussi, dans les Tableaux numériques du Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, sont-elles inscrites comme nulles pour les mires méridiennes des stations astronomiques 33 Loma de Quito et 68 Payta, non complètement rattachées à la triangulation et par suite pour lesquelles, ne connaissant ni K ni H, on ne pouvait les calculer.

Il est impossible d'adopter pour les azimuts astronomiques des droites $O\alpha_2$, $O\beta_2$, $O\gamma_2$, $O\delta_2$, $O\varphi_2$ un système de valeurs telles que par somme (ou différence) de deux d'entre elles on ne trouve point l'angle géodésique compensé correspondant. Or

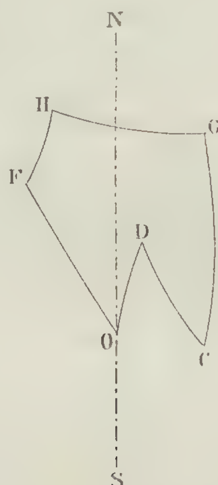


Figure *e*.

cette anomalie se présenterait si l'on ne soumettait à aucune compensation les angles observés A_1, B_1, C_1, D_1, F_1. Soient, en effet, OD, OF deux côtés géodésiques issus de O (*fig. e*), P_1 leur angle observé, P leur angle compensé. On a bien :

$$D_1 + F_1 = P_1, \tag{160}$$

mais on n'a pas :

$$D_1 + F_1 = P. \tag{161}$$

Dès lors, si, par exemple, on se proposait de calculer les coordonnées géodésiques du sommet G en partant de celles du sommet O, on n'obtiendrait pas les mêmes résultats en déduisant l'azimut de départ de l'angle D_1 et effectuant le calcul de proche en proche par l'intermédiaire des sommets D et C, ou en déduisant l'azimut de départ de l'angle F_1, et passant par les sommets F et H, ce qui serait absurde dans un réseau qui doit être rendu géométrique.

La compensation spéciale à effectuer pour faire disparaître de telles contradictions peut être traitée comme il suit (*fig. f*) :

La compensation du réseau a donné, pour les angles que forment entre elles les directions $O\alpha_2$, $O\beta_2$, $O\gamma_2$, $O\delta_2$, $O\varphi_2$, numérotées 1, 2, 3, 4 et 6, des valeurs définitives $P_{1.2}$, $P_{1.3}$, $P_{1.4}$, $P_{1.6}$; $P_{2.3}$, $P_{2.4}$, ... Les inconnues à déterminer à présent sont les angles A, B, C, D, F de la direction $O\varepsilon$ (numérotée 5) avec chacune des directions $O\alpha_2$, $O\beta_2$, $O\gamma_2$, $O\delta_2$, $O\varphi_2$. Soient (1), (2), (3), (4), (6) les corrections inconnues $A - A_1$,

B — B_1, C — C_1, D — D_1, F — F_1. En comptant, pour fixer les idées, tout angle dans le sens inverse de celui des aiguilles d'une montre à partir de celle des deux directions le formant qui est désignée par le plus faible nombre, les équations de condition auxquelles doivent satisfaire les inconnues sont :

$$(162)\quad \left\{\begin{array}{llll} A - B + P_{1.2} = 0, & & & \\ A - C + P_{1.3} = 0, & B - C + P_{2.3} = 0, & & \\ A - D + P_{1.4} = 0, & B - D + P_{2.4} = 0, & C - D + P_{3.4} = 0, & \\ A - F + P_{1.6} = 0, & B - F + P_{2.6} = 0, & C - F + P_{3.6} = 0, & D - F + P_{4.6} = 0. \end{array}\right.$$

Il est évident que quatre seulement de ces équations, les quatre premières par exemple, sont indépendantes. En désignant par w_2, w_3, w_4, w_6 les résidus obtenus

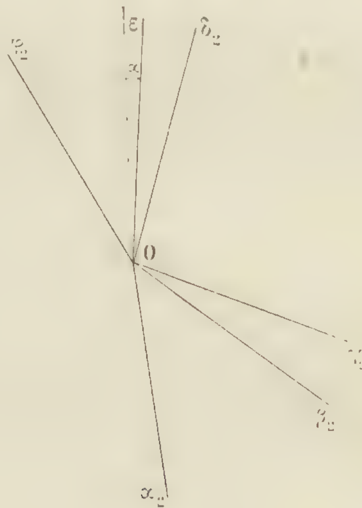


Figure *f*.

en substituant dans ces équations à A, B, C, D, F leurs valeurs observées, le problème revient à déterminer cinq inconnues (1), (2), (3), (4), (6), liées par les quatre équations de condition :

$$(163)\quad \left\{\begin{array}{llllll} +(1) & -(2) & & & & + w_2 = 0, \\ +(1) & & -(3) & & & + w_3 = 0, \\ +(1) & & & -(4) & & + w_4 = 0, \\ +(1) & & & & -(6) & + w_6 = 0. \end{array}\right.$$

Équations corrélatives :

$$(164)\quad \left\{\begin{array}{l} (1) = +\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4, \\ (2) = -\lambda_1, \\ (3) = \qquad -\lambda_2, \\ (4) = \qquad\qquad -\lambda_3, \\ (6) = \qquad\qquad\qquad -\lambda_4. \end{array}\right.$$

Équations normales :

$$(165)\qquad \begin{cases} 2\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + w_2 = 0, \\ \lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + w_3 = 0, \\ \lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3 + \lambda_4 + w_4 = 0, \\ \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + 2\lambda_4 + w_6 = 0. \end{cases}$$

A cause de leur forme simple, les équations normales se résolvent immédiatement sans avoir recours à la méthode des éliminations successives ou à celle des coefficients indéterminés. Retranchant successivement de la première chacune des trois autres, on a :

$$(166)\qquad \begin{cases} \lambda_1 - \lambda_2 + (w_2 - w_3) = 0, \\ \lambda_1 - \lambda_3 + (w_2 - w_4) = 0, \\ \lambda_1 - \lambda_4 + (w_2 - w_6) = 0. \end{cases}$$

Substituant les valeurs de λ_2, λ_3, λ_4 tirées de ces équations dans la première équation normale, il vient :

$$(167)\qquad 5\lambda_1 + 4w_2 - w_3 - w_4 - w_6 = 0,$$

d'où :

$$(168)\qquad \begin{cases} \lambda_1 = \dfrac{-4w_2 + w_3 + w_4 + w_6}{5}, \\ \lambda_2 = \dfrac{w_2 - 4w_3 + w_4 + w_6}{5}, \\ \lambda_3 = \dfrac{w_2 + w_3 - 4w_4 + w_6}{5}, \\ \lambda_4 = \dfrac{w_2 + w_3 + w_4 - 4w_6}{5}. \end{cases}$$

Les équations (164) donnent ensuite les corrections.

Ayant ainsi compensé les angles observés entre le plan vertical contenant le signal auxiliaire d'une part, les plans verticaux contenant les tangentes aux côtés géodésiques de l'autre, on peut prendre pour azimut astronomique de départ l'un quelconque de ces angles compensés, convenablement combiné avec l'azimut astronomique du signal auxiliaire.

4. Troisième cas.

59. 3° Le signal auxiliaire a été complètement rattaché à la triangulation. Ce rattachement peut avoir été exécuté de bien des manières. On a observé ce signal de stations autres que la station astronomique, ou bien l'on a stationné au signal même pour en faire le relèvement sur des signaux de la triangulation, etc. Il s'agit, pour fixer l'azimut de départ cherché, d'adopter dans chaque cas la solution la plus rationnelle.

En général, on compensera par la méthode habituelle la figure de rattachement (qui s'appuie sur des figures déjà compensées du réseau). Cette compensation peut être assez compliquée, car le plus souvent les directions aboutissant au signal auxiliaire n'ont été observées que d'une de leurs extrémités, ou bien, si l'on a observé partout avec des instruments du même type, les directions finales observées appartenant à la figure de rattachement ont, aux stations autres que la station astronomique, un poids anormal, plus faible que celui des autres directions finales du réseau, ou encore on a observé à ces stations avec un instrument non identique à celui qui a été employé à la station astronomique, etc. En un mot, il peut se présenter des questions de poids délicates à résoudre.

Quoi qu'il en soit, après compensation de la figure de rattachement du signal auxiliaire, le système de directions $O\alpha_2$, $O\beta_2$, $O\gamma_2$, $O\delta_2$, $O\varepsilon_2$, $O\varphi_2$ (*fig.* d_2) est parfaitement déterminé. En corrigeant la direction $O\varepsilon_2$ du petit angle $\varepsilon O \varepsilon_1$ (*fig.* d_1) (égal à la somme des corrections de l'altitude et de la ligne géodésique relatives au signal auxiliaire, changées de signe), on obtient la direction $O\varepsilon'$ (*fig.* d_2) qui représente la trace du plan vertical contenant le signal auxiliaire, convenablement orientée par rapport aux directions compensées des côtés du réseau. On prend alors, pour azimut astronomique de départ, l'un quelconque des angles $\alpha_2 O \varepsilon'$, $\beta_2 O \varepsilon'$, $\gamma_2 O \varepsilon'$, $\delta_2 O \varepsilon'$, $\varepsilon' O \varphi_2$, convenablement combiné avec l'azimut astronomique du signal auxiliaire.

Mais si les observations aux stations autres que la station astronomique ont un poids notablement inférieur, soit parce que les mesures effectuées y ont été moins nombreuses, soit parce qu'on y a employé un instrument de précision sensiblement moindre, il paraît bien difficile d'effectuer une compensation rationnelle de la figure de rattachement. On risque d'altérer faussement des angles mesurés avec une haute précision à la station astronomique. Aussi est-il préférable, en ce cas, d'arrêter l'azimut de départ cherché comme si le signal auxiliaire n'était point rattaché à la triangulation.

On fera de même lorsque l'azimut astronomique du signal auxiliaire n'est déterminé qu'avec une faible précision rendant tout à fait inutile une compensation de la figure de rattachement.

V. — CORRECTIONS À APPORTER AUX ANGLES DÉJÀ COMPENSÉS D'UNE CHAÎNE DE TRIANGLES, POUR RÉALISER L'ACCORD DES BASES.

1. Historique.

60. Il a été déjà signalé que, si l'on renonce en général à réaliser l'accord des bases, c'est en raison de la complication apportée dans les calculs par l'introduction des équations de condition qui expriment cet accord. Il est cependant des cas simples où il est possible, sans difficulté, d'apporter aux angles déjà compensés de nouvelles

corrections, de façon qu'ils satisfassent à ces équations : par exemple le cas d'une simple chaîne de triangles géodésiques, dont les deux côtés extrêmes sont des bases mesurées ([1]). Il a été traité pour la première fois, à l'aide d'une analyse extrêmement savante et délicate, dans les *Suppléments* à la *Théorie analytique des probabilités* que Laplace a consacrés (1817-1820) à l'application du calcul des probabilités aux opérations géodésiques et en particulier à la méridienne de France ([2]) et dans lesquels il a également étudié les corrections à apporter à la longueur d'un arc, déjà calculé d'après une seule base, lorsqu'on veut faire concourir au même titre à ce calcul une deuxième base mesurée. Plus tard, Puissant, dans deux Mémoires lus à l'Académie des Sciences, en mars 1830 et au commencement de 1831, s'est efforcé de parvenir à la plupart des résultats de Laplace par des méthodes moins ardues. Ces deux Mémoires, refondus et complétés, ont été insérés, en tout ou en partie, dans son *Discours préliminaire* à la *Nouvelle description géométrique de la France* et dans son *Traité de Géodésie* ([3]). Dans ce dernier, en outre, l'auteur a résumé les démonstrations de Laplace sous une forme simple ([4]).

Aujourd'hui, la méthode des moindres carrés donne sans difficulté les expressions des corrections à apporter, dans le cas précité, aux angles compensés de la chaîne pour réaliser l'accord des bases, expressions qui sont identiques à celles de Laplace et Puissant. Enfin Andrae ([5]) a indiqué comment, par une facile compensation préalable, on peut ramener à ce cas simple le cas plus général d'une chaîne où les bases, en nombre quelconque, ne peuvent être considérées comme des côtés mêmes de la chaîne, mais sont chacune reliées à celle-ci par une triangulation spéciale.

2. Cas d'une chaîne de triangles dont les deux côtés extrêmes sont des bases mesurées.

a. — On corrige les trois angles de chaque triangle. Formules de Laplace et Puissant.

61. Soit (*fig. g*) une chaîne de n triangles, dont les excès sont $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$, qui relient directement entre elles deux bases dont les longueurs mesurées sont C_0 et C_n. Soient $c_1, c_2, \ldots, c_{n-1}$ les côtés intermédiaires qu'il faut considérer successivement pour calculer la seconde base en partant de la première. Pour plus de simplicité,

---

([1]) Il serait plus exact de dire : des lignes géodésiques de longueur connue, correspondant à des bases mesurées sur le terrain ; mais pour abréger le discours, on appellera ces lignes géodésiques *bases mesurées* de la chaîne.

([2]) Voir note ([1]) p. 5.

([3]) Voir note ([2]) p. 5.

([4]) P. 410 à 414.

([5]) Annexe III*b* aux *Comptes rendus des séances de la cinquième Conférence géodésique internationale* [cités plus haut note ([2]) p. 5] ; p. 244 à 252 : *Votum des Herrn Geheimen Etatsrath* Andrae, eingegangen den 29 August 1877.

supposons d'abord que le poids d'un angle final observé soit le même dans tous les triangles et que ce poids ait été pris pour unité de poids dans les calculs de compensation. Les angles des triangles ont été déjà compensés en diminuant chacun du tiers de l'erreur correspondante. Ces angles compensés ont pour valeurs A_1, B_1, C_1; A_2, B_2, C_2; ...; A_n, B_n, C_n. Les angles sont disposés comme l'indique la figure g, c'est-à-dire que dans le triangle de rang k, l'angle A est opposé au côté c_{k-1}, l'angle B au côté c_k.

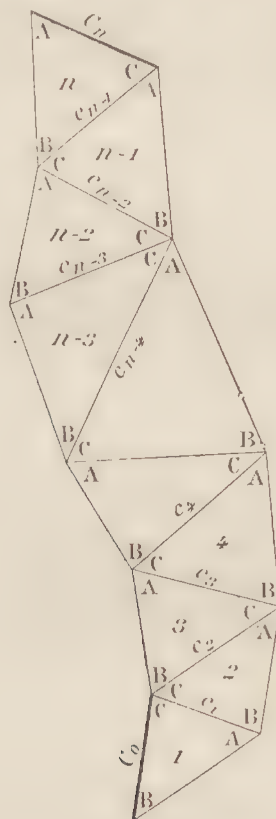


Figure g.

Les inconnues sont les $3n$ nouvelles corrections x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; ...; x_n, y_n, z_n, à apporter aux angles pour réaliser l'accord des bases, exprimées en secondes centésimales. La chaîne, déjà rendue géométrique, ne devant pas cesser de l'être, ces inconnues doivent d'abord satisfaire aux n équations de condition :

$$(169)\quad \begin{cases} x_1 + y_1 + z_1 = 0, \\ x_2 + y_2 + z_2 = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots, \\ x_n + y_n + z_n = 0, \end{cases}$$

Le côté c_k a pour valeurs, en fonction de la première base :

$$(170)\qquad C_0 \frac{\sin\left(B_1-\frac{\varepsilon_1}{3}\right)\sin\left(B_2-\frac{\varepsilon_2}{3}\right)\cdots\sin\left(B_k-\frac{\varepsilon_k}{3}\right)}{\sin\left(A_1-\frac{\varepsilon_1}{3}\right)\sin\left(A_2-\frac{\varepsilon_2}{3}\right)\cdots\sin\left(A_k-\frac{\varepsilon_k}{3}\right)},$$

et en fonction de la seconde :

$$(171)\qquad C_n \frac{\sin\left(A_n-\frac{\varepsilon_n}{3}\right)\sin\left(A_{n-1}-\frac{\varepsilon_{n-1}}{3}\right)\cdots\sin\left(A_{k+1}-\frac{\varepsilon_{k+1}}{3}\right)}{\sin\left(B_n-\frac{\varepsilon_n}{3}\right)\sin\left(B_{n-1}-\frac{\varepsilon_{n-1}}{3}\right)\cdots\sin\left(B_{k+1}-\frac{\varepsilon_{k+1}}{3}\right)}.$$

Les nouvelles valeurs des angles A_1+x_1, B_1+y_1; A_2+x_2, B_2+y_2; ...; A_n+x_n, B_n+y_n, introduites dans ces expressions à la place des anciennes A_1, B_1; A_2, B_2; ...; A_n, B_n, doivent les rendre égales :

$$(172)\qquad 1=\frac{C_0}{C_n}\frac{\sin\left(B_1+y_1-\frac{\varepsilon_1}{3}\right)\sin\left(B_2+y_2-\frac{\varepsilon_2}{3}\right)\cdots\sin\left(B_n+y_n-\frac{\varepsilon_n}{3}\right)}{\sin\left(A_1+x_1-\frac{\varepsilon_1}{3}\right)\sin\left(A_2+x_2-\frac{\varepsilon_2}{3}\right)\cdots\sin\left(A_n+x_n-\frac{\varepsilon_n}{3}\right)}.$$

Si cette équation est satisfaite, les deux valeurs d'un côté quelconque, y compris les deux bases, sont égales. C'est l'équation aux côtés qui exprime la condition de l'accord des bases. Comme toute équation aux côtés, elle peut s'écrire sous forme linéaire ([1]). Soient Δ_A, Δ_B les accroissements de $\log\sin\left(A-\frac{\varepsilon}{3}\right)$ et $\log\sin\left(B-\frac{\varepsilon}{3}\right)$ pour des accroissements de $\left(A-\frac{\varepsilon}{3}\right)$ et $\left(B-\frac{\varepsilon}{3}\right)$ égaux à une seconde centésimale. L'expression

$$C_0 \frac{\sin\left(B_1-\frac{\varepsilon_1}{3}\right)\sin\left(B_2-\frac{\varepsilon_2}{3}\right)\cdots\sin\left(B_n-\frac{\varepsilon_n}{3}\right)}{\sin\left(A_1-\frac{\varepsilon_1}{3}\right)\sin\left(A_2-\frac{\varepsilon_2}{3}\right)\cdots\sin\left(A_n-\frac{\varepsilon_n}{3}\right)}$$

représente la valeur c_n de la seconde base, calculée en partant de la première, et si l'on considère les deux bases comme mesurées sans erreur, la différence $\log c_n - \log C_n$ peut être considérée comme étant l'erreur moyenne e_l du logarithme de cette seconde base, calculée en partant de la première ([2]). L'équation (172) mise sous forme linéaire peut donc s'écrire :

$$(173)\qquad -\Delta_{A_1}x_1+\Delta_{B_1}y_1-\Delta_{A_2}x_2+\Delta_{B_2}y_2-\ldots-\Delta_{A_n}x_n+\Delta_{B_n}y_n+e_l=0,$$

en exprimant les Δ et e_l en unités du même ordre décimal des logarithmes (du sixième ordre en général).

([1]) Voir § 16, 17, 18, 22, p. 15 à 19 et 23 à 24.

([2]) Voir § 46, p. 42 et 43.

Le problème est ramené à déterminer $3n$ inconnues liées par $n+1$ équations de condition.

Équations de condition.

($n+1$ équations, $3\,n$ inconnues).

(174)

x_1.	y_1.	z_1.	x_2.	y_2.	z_2.	…	x_n.	y_n.	z_n.		
$+1$	$+1$	-1									$=0$
			-1	-1	$+1$						$=0$
							1	1	$+1$		$=0$
$-\Delta_{A_1}$	Δ_{B_1}		$-\Delta_{A_2}$	$+\Delta_{B_2}$			$-\Delta_{A_n}$	$+\Delta_{B_n}$		$+e_l$	$=0$

Équations corrélatives.

(3 n équations, $n+1$ quantités corrélatives).

(175)

	λ_1.	λ_2.	…	λ_{n-1}.	λ_n.	λ_{n+1}.
$x_1 =$	$+1$					Δ_{A_1}
$y_1 =$	$+1$					$+\Delta_{B_1}$
$z_1 =$	$+1$					
$x_2 =$		$+1$				$-\Delta_{A_2}$
$y_2 =$		$+1$				$+\Delta_{B_2}$
$z_2 =$		$+1$				
…						
$x_n =$					$+1$	$-\Delta_{A_n}$
$y_n =$					$+1$	$+\Delta_{B_n}$
$z_n =$					$+1$	

Équations normales.

($n+1$ équations, $n+1$ inconnues).

(176)

λ_1.	λ_2.	λ_n.	λ_{n+1}.		
$+3$			$-\Delta_{A_1}+\Delta_{B_1}$		$=0$
	$+3$		$-\Delta_{A_2}+\Delta_{B_2}$		$=0$
		$+3$	$-\Delta_{A_n}+\Delta_{B_n}$		$=0$
$-\Delta_{A_1}+\Delta_{B_1}$	$-\Delta_{A_2}+\Delta_{B_2}$	$-\Delta_{A_n}+\Delta_{B_n}$	$+\Sigma(\Delta_A^2+\Delta_B^2)$	$+e_l$	$=0$

Substituant dans la dernière équation normale les valeurs de $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, tirées des n premières, et posant :

$$K = \frac{-e_l}{2\Sigma[\Delta_A^2+\Delta_B^2+\Delta_A\Delta_B]}, \tag{177}$$

on obtient :

$$\left\{\begin{array}{ll} \lambda_{n+1} & = 3K, \\ \lambda_1 & = K(\Delta_{A_1}-\Delta_{B_1}), \\ \lambda_2 & = K(\Delta_{A_2}-\Delta_{B_2}), \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots, \\ \lambda_n & = K(\Delta_{A_n}-\Delta_{B_n}); \end{array}\right. \tag{178}$$

d'où, par les équations corrélatives :

$$\left\{\begin{array}{l} x = \dfrac{+e_l}{2\Sigma[\Delta_A^2+\Delta_B^2+\Delta_A\Delta_B]}(2\Delta_A+\Delta_B), \\ y = \dfrac{-e_l}{2\Sigma[\Delta_A^2+\Delta_B^2+\Delta_A\Delta_B]}(\Delta_A+2\Delta_B), \\ z = \dfrac{-e_l}{2\Sigma[\Delta_A^2+\Delta_B^2+\Delta_A\Delta_B]}(\Delta_A-\Delta_B); \end{array}\right. \tag{179}$$

Puissant, dont les formules, avec des notations un peu différentes, sont identiques à celles de Laplace, appelle aussi x et y les corrections à apporter aux angles A et B; il les exprime non pas en secondes centésimales, mais en parties du rayon. Il nomme γ le quotient, par la longueur de la seconde base, de la correction à apporter

à sa longueur calculée en partant de la première, pour obtenir sa longueur mesurée. Si l'on suppose les bases exactement mesurées, $-\gamma$ n'est autre que l'erreur relative $(e) = \frac{B' - B_1}{B_1}$ de cette longueur calculée de la seconde base ou la *fermeture* sur cette base [1]. En posant :

(180) $$l = -\cot A, \qquad m = \cot B,$$

Puissant donne les formules :

(181) $$\left\{\begin{aligned} x &= \frac{\gamma}{\Sigma[l^2 + m^2 - ml]}\left(l - \frac{1}{2}m\right), \\ y &= \frac{\gamma}{\Sigma[l^2 + m^2 - ml]}\left(m - \frac{1}{2}l\right). \end{aligned}\right.$$

En vertu des relations :

(182) $$-\gamma = (e) = \frac{e_l}{M} \quad (^2),$$

(183) $$\Delta_A = M \sin 1'' \cot A \quad (^3),$$

et en tenant compte de ce que dans les formules (179) les corrections sont exprimées en secondes centésimales, tandis que dans les formules (181) elles sont exprimées en parties du rayon, on voit que ces formules sont équivalentes.

Si dans chaque triangle les angles finals observés avaient des poids différents, $p_1, p_2, \ldots, p_n$, on aurait :

(184) $$K = \frac{-e_l}{2\Sigma\left[\frac{\Delta_A^2 + \Delta_B^2 + \Delta_A\Delta_B}{p}\right]};$$

(185) $$\left\{\begin{aligned} x &= \frac{+e_l}{2\Sigma\left[\frac{\Delta_A^2 + \Delta_B^2 + \Delta_A\Delta_B}{p}\right]}\left(\frac{2\Delta_A + \Delta_B}{p}\right), \\ y &= \frac{-e_l}{2\Sigma\left[\frac{\Delta_A^2 + \Delta_B^2 + \Delta_A\Delta_B}{p}\right]}\left(\frac{\Delta_A + 2\Delta_B}{p}\right), \\ z &= \frac{-e_l}{2\Sigma\left[\frac{\Delta_A^2 + \Delta_B^2 + \Delta_A\Delta_B}{p}\right]}\left(\frac{\Delta_A - \Delta_B}{p}\right). \end{aligned}\right.$$

b. — On ne corrige que deux angles de chaque triangle. Formules simplifiées.

62. Les formules précédentes montrent que les corrections portent principalement sur les angles A et B. Pour un triangle bien conformé, z est très faible.

Si le triangle est isoscèle ($A = B$), l'angle au sommet C ne subit même aucun

(1) Voir § 48, p. 45 et 46.
(2) § 44, p. 42.
(3) § 16, p. 15 et 16, formules (24) et (26) et § 47, p. 45, formule (145).

changement. On peut, en conséquence, se proposer de réaliser l'accord des bases en laissant les angles C invariables, ce qui, en simplifiant les calculs, a l'avantage de n'apporter aucune modification aux azimuts des côtés c, tout en n'altérant que fort peu ceux des autres côtés.

On doit alors avoir :

$$y = -x. \tag{186}$$

Le problème comporte seulement n inconnues $x_1, x_2, \ldots, x_n$ et une équation de condition, celle qui exprime l'accord des bases.

Supposons d'abord égaux les poids de tous les angles finals observés :

Équation de condition.

$$-(\Delta_{A_1}+\Delta_{B_1})x_1-(\Delta_{A_2}+\Delta_{B_2})x_2-\ldots-(\Delta_{A_n}+\Delta_{B_n})x_n+e_l=0. \tag{187}$$

Équations corrélatives.

$$\left\{\begin{array}{l} x_1 = -(\Delta_{A_1}+\Delta_{B_1})\lambda, \\ x_2 = -(\Delta_{A_2}+\Delta_{B_2})\lambda, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n = -(\Delta_{A_n}+\Delta_{B_n})\lambda. \end{array}\right. \tag{188}$$

Équation normale.

$$\Sigma[(\Delta_A+\Delta_B)^2]\lambda + e_l = 0, \tag{189}$$

d'où :

$$\lambda = \frac{-e_l}{\Sigma[(\Delta_A+\Delta_B)^2]}, \tag{190}$$

et enfin :

$$x = \frac{e_l}{\Sigma[(\Delta_A+\Delta_B)^2]}(\Delta_A+\Delta_B). \tag{191}$$

Si dans chaque triangle les angles finals observés avaient des poids différents, on aurait :

$$x = \frac{e_l}{\Sigma\left[\frac{(\Delta_A+\Delta_B)^2}{p}\right]}\,\frac{\Delta_A+\Delta_B}{p}. \tag{192}$$

3. Cas d'une chaîne de triangles comportant plusieurs bases mesurées, rattachées chacune par une chaîne spéciale.

63. En fait, on n'a jamais eu à envisager jusqu'à aujourd'hui une chaîne simple de triangles dans laquelle deux côtés extrêmes mesurés jouent le rôle de bases. En général, même dans le cas d'une chaîne simple, les bases réparties le long de celle-ci

lui sont rattachées par des triangulations spéciales, de sorte que la chaîne totale est constituée par un certain nombre de chaînes partielles successives, dont chacune possède sa base propre. On supposera dans ce qui suit que les triangulations de rattachement des bases sont également des chaînes simples de triangles. Il convient de rappeler ici la méthode par laquelle Andrae ramène ce cas au précédent [1] en raison de l'application qui en sera faite au cas analogue de la triangulation du nouvel arc équatorial. Elle consiste à arrêter d'abord une valeur unique pour chacun des côtés de jonction des chaînes partielles, puis, considérant ces côtés comme des bases mesurées, à réaliser l'accord des deux bases, réelles ou fictives, qui encadrent toutes les chaînes partielles ainsi que les chaînes de rattachement des bases effectivement mesurées.

Soit par exemple (*fig. h*) une chaîne composée de trois chaînes partielles I, II, III,

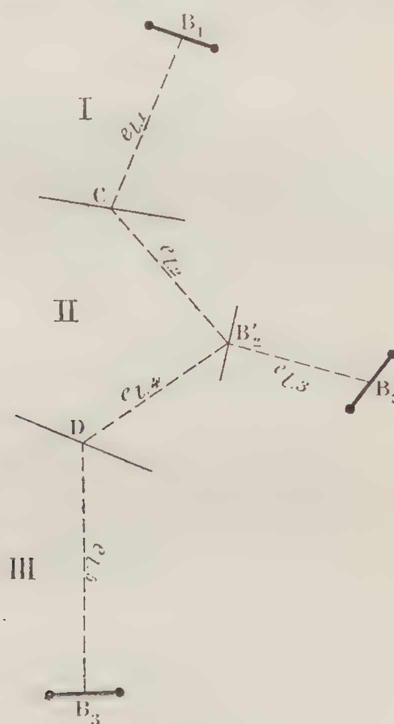


Figure *h*.

à chacune desquelles est rattachée l'une des bases B_1, B_2, B_3. Soient C, D les deux côtés de jonction. En partant des valeurs mesurées des bases B_1, B_2, on obtient pour le côté C deux valeurs différentes c_1 et c_2; de même, en partant des valeurs mesurées des bases B_2, B_3, on obtient pour le côté D deux valeurs différentes d_2 et d_3. En supposant les bases B_1, B_2, B_3 mesurées sans erreur et désignant par $e_{l.1}$, e'_l, e''_l, $e_{l.5}$

(1) Voir § 60 et note (5) p. 64.

les erreurs respectivement commises sur $\log c_1$, $\log c_2$, $\log d_2$, $\log d_3$, les équations de condition qui expriment l'accord des deux valeurs obtenues pour chacun des côtés de jonction sont :

$$(193)\qquad \begin{cases} \log c_1 - e_{l.1} = \log c_2 - e'_l, \\ \log d_2 - e''_l = \log d_3 - e_{l.5}. \end{cases}$$

Les chaînes de triangles utilisées pour calculer C en partant de B_1 ou de B_2, et D en partant de B_2 ou de B_3 sont représentées schématiquement sur la figure par des séries de traits interrompus. Il est clair que les erreurs e'_l et e''_l comportent chacune une erreur commune $e_{l.3}$, correspondant à la chaîne $B_2\,B'_2$, s'ajoutant à l'une des erreurs $e_{l.2}$ ou $e_{l.4}$ qui correspondent respectivement aux chaînes B'_2 C et B'_2 D, de sorte que :

$$(194)\qquad \begin{cases} e'_l = e_{l.2} + e_{l.3}, \\ e''_l = e_{l.3} + e_{l.4}, \end{cases}$$

d'où finalement les deux équations de condition suivantes, entre six erreurs inconnues :

$$(195)\qquad \begin{cases} -e_{l.1} + e_{l.2} + e_{l.3} \qquad\qquad\qquad + \log c_1 - \log c_2 = 0, \\ \qquad\qquad - e_{l.3} - e_{l.4} + e_{l.5} + \log d_2 - \log d_3 = 0. \end{cases}$$

Les inconnues sont déterminées, à l'aide de la méthode des moindres carrés, par la condition $\Sigma p e_l^2 =$ minimum. Considérant ensuite les côtés de jonction C et D comme des bases mesurées dont les logarithmes sont :

$$(\log c_1 - e_{l.1}) \qquad \text{ou} \qquad (\log c_2 - e_{l.2} - e_{l.3})$$

et

$$(\log d_2 - e_{l.3} - e_{l.4}) \qquad \text{ou} \qquad (\log d_3 - e_{l.5}),$$

on effectue, par la méthode précédemment exposée : 1° l'accord des bases B_1 et C dans la chaîne I et la chaîne de rattachement de B_1 ; 2° l'accord des bases C et D dans la chaîne II ; 3° l'accord des bases D et B_3 dans la chaîne III et la chaîne de rattachement de B_3. On obtient ainsi une certaine longueur définitive pour le côté B'_2 sur lequel se raccordent la chaîne II et la chaîne de rattachement de B_2. Considérant ce côté comme une base mesurée, on effectue enfin l'accord des bases B'_2 et B_2 dans la chaîne de rattachement de B_2.

La détermination des poids relatifs des erreurs e_l peut paraître de prime abord une partie assez délicate du problème. Mais on obtient ces poids avec une approximation très suffisante, à condition que les triangles soient convenablement conformés, en appliquant la règle suivante : le poids du logarithme d'un côté, séparé de la base qui sert à le calculer, supposée mesurée sans erreur, par une chaîne de k triangles, dont les angles finaux observés ont même poids, est proportionnel à $1 : k$.

Cette règle se justifie facilement si l'on se reporte à la formule (154) qui donne l'erreur moyenne du logarithme du côté de rang k dans une chaîne de triangles s'appuyant sur une base supposée exactement connue, où tous les angles finals

observés ont même poids (¹). On a :

(196)
$$\left\{\begin{aligned} e_{l.k} &= \pm \mathrm{M}^{\star} \mathrm{M} \sin 1'' \sqrt{\frac{2}{3}\Sigma[\cot^2 \mathrm{A} + \cot^2 \mathrm{B} + \cot \mathrm{A} \cot \mathrm{B}]}, \\ &\text{d'où :} \\ (e)_k &= \pm \mathrm{M}^{\star} \quad \sin 1'' \sqrt{\frac{2}{3}\Sigma[\cot^2 \mathrm{A} + \cot^2 \mathrm{B} + \cot \mathrm{A} \cot \mathrm{B}]}, \\ e_k &= \pm \mathrm{M}^{\star} \quad \sin 1'' \sqrt{\frac{2}{3}\Sigma[\cot^2 \mathrm{A} + \cot^2 \mathrm{B} + \cot \mathrm{A} \cot \mathrm{B}]} \times c_k, \end{aligned}\right.$$

Σ s'appliquant à tous les triangles, du premier au $k^{\text{ième}}$.

Le poids du logarithme du côté de rang k est donc :

(197)
$$\varpi_k = \frac{3}{2\mathrm{M}^2 \sin^2 1'' \Sigma[\cot^2 \mathrm{A} + \cot^2 \mathrm{B} + \cot \mathrm{A} \cot \mathrm{B}]}.$$

Si l'on a sensiblement $c_1 = c_2 = \ldots = c_k = c$, et $\mathrm{A} = \mathrm{B} = \mathrm{C} = 60°$, comme $\cot 60° = \frac{1}{\sqrt{3}}$, on peut admettre :

(198)
$$\left\{\begin{aligned} e_{l.k} &= \pm \mathrm{M}^{\star} \mathrm{M} \sin 1'' \sqrt{\frac{2k}{3}}, \\ (e)_k &= \pm \mathrm{M}^{\star} \quad \sin 1'' \sqrt{\frac{2k}{3}}, \\ e_k &= \pm \mathrm{M}^{\star} \quad \sin 1'' \sqrt{\frac{2k}{3}} \times c, \\ \varpi_k &= \frac{3}{2\mathrm{M}^2 \sin^2 1'' \times k}, \end{aligned}\right.$$

ce qui justifie la règle énoncée plus haut.

Dès lors, dans le calcul par la méthode des moindres carrés des erreurs e_l, si à ces erreurs $e_{l.1}$, $e_{l.2}$, ... correspondent des chaînes de k_1, k_2, ... triangles, dans lesquelles les erreurs d'un angle final observé, dont la formule de l'Association géodésique internationale (²) donne facilement des valeurs très suffisamment approchées, sont $\mathrm{M}^{\star}_1$, $\mathrm{M}^{\star}_2$, ..., on adoptera, pour les poids p_1, p_2, ..., des erreurs e_l, les valeurs :

(199)
$$p_1 = \frac{1}{\mathrm{M}_1^{\star 2} k_1}, \qquad p_2 = \frac{1}{\mathrm{M}_2^{\star 2} k_2}, \qquad \ldots.$$

La méthode qui vient d'être exposée est aussi applicable à des chaînes, en nombre supérieur à deux, issues d'un même côté commun. C'est précisément l'exemple que fournira la triangulation du nouvel arc équatorial (³).

(¹) § 47, p. 45.

(²) § 36, p. 34 à 36.

(³) § 102, p. C.13 et suiv.

DEUXIÈME SECTION.

APPLICATION DES THÉORIES EXPOSÉES DANS LA PREMIÈRE SECTION AU RÉSEAU GÉODÉSIQUE DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL.

I. — VÉRITABLE IMPORTANCE DE LA COMPENSATION DU RÉSEAU GÉODÉSIQUE CORRESPONDANT, SUR UN ELLIPSOÏDE DE RÉFÉRENCE CHOISI A PRIORI, À LA TRIANGULATION DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL.

64. *L'Introduction générale aux travaux géodésiques et astronomiques primordiaux de la Mission* (¹) contient un aperçu d'ensemble de la suite d'observations et de calculs qu'ont comportés ces travaux. Le lecteur doit s'y reporter pour se rendre un compte exact de la place occupée dans l'enchaînement logique des questions par la compensation des angles et le calcul des triangles effectués dans le présent fascicule.

Il suffit de rappeler ici que la figure de toute surface de niveau étant inconnue dans la région triangulée et les opérations exécutées ayant, entre autres buts, celui d'étudier complètement une de ces surfaces, cette compensation des angles et ce calcul des triangles impliquent forcément le choix *a priori* d'un ellipsoïde de référence unique. Il en résulte que s'ils fournissent des données suffisamment exactes pour toutes les applications courantes d'une triangulation de premier ordre (triangulations d'ordres inférieurs, topographie, etc.), ils ne seraient, en toute rigueur, légitimes que si les coordonnées du réseau géodésique obtenu, calculées sur l'ellipsoïde, fournissaient, par comparaison avec les coordonnées astronomiques qui ont été observées directement en certaines stations, des déviations de la verticale négligeables (²). Dans une région géodésiquement inexplorée et couverte de hautes montagnes, comme la contrée parcourue par la triangulation de l'arc équatorial, on ne saurait pouvoir faire choix, de prime abord, d'un ellipsoïde repré-

---

(¹) *Introduction générale aux travaux géodésiques et astronomiques primordiaux de la Mission*, insérée en tête du fascicule 1 du Tome II.

(²) Voir § 52, p. 50 à 53.

sentant fidèlement une même surface de niveau le long d'une zone s'étendant sur une amplitude d'environ 6° en latitude; on peut même affirmer qu'un tel ellipsoïde n'existe pas. On est, par suite, réduit à adopter comme ellipsoïde de référence, faute de mieux, un des ellipsoïdes antérieurement calculés pour représenter le mieux possible le géoïde dans son ensemble, (ou un ellipsoïde semblable si la surface de niveau étudiée est autre que le géoïde). Dès lors, pour toutes les recherches de haute Géodésie qui exigent l'étude de la surface de niveau dans la région considérée, les premiers calculs effectués sur l'ellipsoïde de référence (calcul des lignes géodésiques de l'ellipsoïde correspondant aux bases mesurées, calcul et compensation des angles géodésiques déduits des angles observés, calcul des triangles géodésiques, calcul des coordonnées de leurs sommets), doivent être considérés comme propres seulement à fournir les valeurs approchées des déviations de la verticale par rapport à cet ellipsoïde. Ces valeurs approchées sont obtenues soit en multipliant autant que possible les déterminations astronomiques et comparant les coordonnées astronomiques des stations (latitudes, longitudes et azimuts astronomiques observés) aux coordonnées géodésiques des sommets du réseau calculées sur l'ellipsoïde, soit en évaluant directement, en une station donnée, l'influence des masses voisines perturbatrices, à l'aide de calculs fort pénibles, qui exigent la connaissance des formes du terrain aux environs de la station. Ensuite, en toute rigueur, un nouveau calcul des angles géodésiques, déduits des angles observés, fait cette fois en tenant compte des déviations (¹), doit être suivi d'une nouvelle compensation, d'un nouveau calcul des triangles et d'un nouveau calcul des coordonnées. Ces secondes réductions (ou, ce qui revient au même, des corrections appropriées) sont indispensables pour avoir, sur l'ellipsoïde de référence, un réseau dont les sommets soient rigoureusement les projections des stations par des normales à l'ellipsoïde et connaître par suite les valeurs exactes des déviations de la verticale par rapport à ce dernier. C'est seulement après les avoir effectuées qu'on est en droit de poursuivre les recherches de haute Géodésie proposées (²).

Il est donc essentiel de formuler ici la restriction suivante : les valeurs des angles géodésiques compensés et les longueurs des côtés fournies par les Tableaux du présent fascicule, les coordonnées des sommets et les déviations de la verticale calculées dans les fascicules suivants (³) s'appliquent à un réseau qui, au seul point de vue, il est vrai, des recherches de haute Géodésie, ne doit point être considéré comme définitif, et auquel il faut, au moyen de nouvelles réductions ou de correc-

---

(¹) Il faut aussi théoriquement refaire à nouveau le calcul des lignes géodésiques de l'ellipsoïde correspondant aux bases mesurées; mais, en fait, l'influence des déviations de la verticale sur leurs longueurs ne se traduit que par des corrections excessivement faibles, le plus souvent négligeables. Voir § 66, p. 84.

(²) La remarque en a été déjà incidemment faite à propos de la compensation d'un réseau étendu, § 52, p. 50 à 53.

(³) Tome III, fascicule 3 : *Latitudes, longitudes et azimuts géodésiques ;* Tome IV, fascicule 2 : *Déviations de la verticale.*

tions, substituer un autre réseau très légèrement différent avant d'entreprendre dans un fascicule spécial ([1]) la discussion générale des travaux primordiaux de la Mission : étude d'une surface de niveau dans la région parcourue par la triangulation, longueurs et amplitudes des arcs de méridien équatoriaux, partiels ou total, susceptibles d'être utilisés pour le calcul de l'ellipsoïde terrestre général.

II. — SURFACE DE NIVEAU ET ELLIPSOÏDE DE RÉFÉRENCE CONSIDÉRÉS.

65. *L'Introduction générale aux travaux géodésiques et astronomiques primordiaux de la Mission* ([2]) expose en détail les raisons qui ont présidé au choix de la surface de niveau à étudier et de l'ellipsoïde de référence employé dans les calculs. Elle montre, en particulier, par suite de quelles considérations l'altitude moyenne, fort élevée, des stations (2992^{m}) a conduit à faire choix d'un ellipsoïde de référence dont la surface est surélevée d'environ 2800^{m} au-dessus de celle du géoïde et, par suite, à étudier une surface de niveau voisine de cet ellipsoïde. Il est inutile de reproduire ici cet exposé. On rappellera seulement les données qui déterminent les deux surfaces à comparer entre elles :

Surface de niveau. — La surface de niveau considérée est celle qui passe par le point situé sur la verticale du centre de la station 33 Loma de Quito à 17^{m},789 ([3]) au-dessus du repère qui indique ce centre.

Ellipsoïde de référence. — L'ellipsoïde de référence, de révolution, est déterminé en position par les conditions suivantes : 1° sa surface contient le point ci-dessus défini; 2° il est tangent en ce point à la surface de niveau; 3° son petit axe (axe de révolution) est parallèle à la ligne des pôles de la terre.

L'ellipsoïde de référence est déterminé, en dimensions, comme il suit :

1° Il est semblable à celui de Clarke (1880), c'est-à-dire qu'il a même aplatissement;

2° Son grand axe surpasse de 2800^{m} le grand axe de ce dernier.

Clarke donne ([4]) :

$$\text{Aplatissement } \alpha = \frac{a-b}{a} = \frac{1}{293,465},$$

$$\text{Demi grand axe équatorial } a = 20926202 \text{ pieds anglais.}$$

([1]) Tome IV, fascicule 4 : *Discussion générale des résultats. Conclusions.*

([2]) Voir note ([1]), p. 75.

([3]) Ce nombre a été adopté à l'origine des calculs définitifs relatifs au nouvel arc équatorial : les calculs provisoires du nivellement de précision, de Salinas au terme est de la base de Riobamba, et ceux du nivellement trigonométrique, avaient, en effet, donné pour altitude provisoire du repère du centre de la station 33 Loma de Quito, au-dessus de l'Océan, 2782^{m},211. Le point, où la verticale de ce centre perce l'ellipsoïde de référence, avait donc pour altitude provisoire au-dessus de l'Océan 2800^{m} et l'on pouvait être certain que les altitudes définitives des diverses stations, au-dessus du niveau moyen de l'Océan, seraient égales à leurs altitudes par rapport à l'ellipsoïde de référence, augmentées d'un nombre très voisin de 2800^{m}.

([4]) CLARKE, *Geodesy*, Oxford, Clarendon Press, 1880, p. 319.

En admettant avec lui [1] :

$$1 \text{ mètre} = 39,370432 \text{ pouces anglais}, \qquad (1 \text{ pied} = 12 \text{ pouces}),$$

on trouve :

$$a = 6378249^{m},2.$$

Les éléments qui déterminent les dimensions de l'ellipsoïde de référence sont donc :

$$\text{Aplatissement } \alpha = \frac{a_0 - b_0}{a_0} = \frac{1}{293,465} = 0,00340\,75613\,78699, \log\alpha = \bar{3}\cdot53244\,36873.$$

$$\text{Demi grand axe équatorial } a_0 = 6381049^{m},2, \qquad \log a_0 = 6\cdot8048920932.$$

L'*Introduction aux travaux géodésiques et astronomiques primordiaux de la Mission* [2] donne pour cet ellipsoïde un Tableau des valeurs numériques et logarithmes de diverses quantités usuelles et des relations existant entre ces quantités, ainsi que six Tables des valeurs numériques ou logarithmes de certaines fonctions de la latitude qui interviennent fréquemment dans les théories et les calculs. On reproduit ici le Tableau en question et la Table III, *Rayons de courbure moyens et facteurs de l'excès*, utilisée pour le calcul des excès [3].

	Nombres.	Logarithmes.
$1 - \alpha$.	0,9965924386	$\bar{1}\cdot9985175878$
$2 - \alpha$.	1,9965924386	$0\cdot3002894220$
b_0, demi petit axe $= a_0(1 - \alpha)$.	6 359 305^{m},4	$6\cdot8034096810$
$c_0 = \dfrac{a_0^2}{b_0}$.	6 402 867^{m},4	$6\cdot8063745054$
$e^2 = \dfrac{a_0^2 - b_0^2}{a_0^2}$, carré de l'excentricité.	0,0068035113	$\bar{3}\cdot8327331093$
$1 - e^2$.	0,9931964887	$\bar{1}\cdot9970351755$
$2 - e^2$.	1,9931964887	$0\cdot2995501134$
$e'^2 = \dfrac{a_0^2 - b_0^2}{b_0^2}$.	0,0068501161	$\bar{3}\cdot8356979338$
$1 + e'^2$.	1,0068501161	$0\cdot0029648240$
$n = \dfrac{a_0 - b_0}{a_0 + b_0}$.	0,0017066885	$\bar{3}\cdot2321542653$
$m = \dfrac{a_0^2 - b_0^2}{a_0^2 + b_0^2}$.	0,0034133671	$\bar{3}\cdot5331829959$
$r = a_0\left(1 - \dfrac{\alpha}{3}\right)$, rayon moyen, (rayon de la sphère d'égal volume, approximativement).	6 373 801^{m},3	$6\cdot8043985178$
$Q = \dfrac{a_0\pi}{2}\left(1 - \dfrac{\alpha}{2} + \dfrac{\alpha^2}{16}\right)$, (quadrant, approximativement).	10 006 258^{m},4	$7\cdot0002717123$

[1] Clarke, *Geodesy*, Oxford, Clarendon Press, 1880, p. 322.

[2] Voir note [1], p. 75.

[3] Voir plus haut § 10, 11 et 12, p. 10 à 12 et plus loin § 91, p. 135 et 136.

Relations entre α, e, e', n et m (¹).

(1) $$1 - \alpha = \frac{1-n}{1+n}.$$

(2) $$e^2 = \alpha(2-\alpha).$$

(3) $$\alpha = 1 - (1-e^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{e^2}{2} + \frac{e^4}{8} + \frac{e^6}{16} + \frac{5\,e^8}{128} + \ldots.$$

(4) $$\alpha = \frac{2n}{1+n} = 2n - 2n^2 + 2n^3 - 2n^4 + \ldots.$$

(5) $$n = \frac{\alpha}{2-\alpha} = \left(\frac{\alpha}{2}\right) + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^3 + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^4 + \ldots.$$

(6) $$e^2 = \frac{4n}{(1+n)^2} = 4n - 8n^2 + 12n^3 - 16n^4 + \ldots.$$

(7) $$n = \frac{1-(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}{1+(1-e^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{e^2}{4} + \frac{e^4}{8} + \frac{5\,e^6}{64} + \frac{7\,e^8}{128} + \ldots.$$

(8) $$e'^2 = \frac{e^2}{1-e^2} = e^2 + e^4 + e^6 + e^8 + \ldots.$$

(9) $$m = \frac{e^2}{2-e^2} = \frac{e^2}{2} + \frac{e^4}{4} + \frac{e^6}{8} + \frac{e^8}{16} + \ldots.$$

(10) $$m = \frac{2n}{1+n^2} = 2n - 2n^3 + 2n^5 - \ldots.$$

(11) $$m = \alpha + \frac{\alpha^2}{2} - \frac{\alpha^4}{4} - \frac{\alpha^5}{4} \quad \ldots.$$



(12) $$1 - e^2 = \frac{1-m}{1+m} = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2 = (1-\alpha)^2 = \frac{1}{1+e'^2}.$$

(¹) Voir Helmert, *loc. cit.* à la note (⁵), p. 8 du présent fascicule, p. 37 et 38.

RAYONS DE COURBURE MOYENS ET FACTEURS DE L'EXCÈS.

$$\begin{cases} W = (1 - e^2 \sin^2 L)^{\frac{1}{2}}, \\ V = (1 + e'^2 \cos^2 L)^{\frac{1}{2}}. \end{cases}$$

Rayon de courbure minimum (dans la section normale méridienne)........ $R_1 = \dfrac{a_0(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2 L)^{\frac{3}{2}}} = \dfrac{a_0(1-e^2)}{W^3} = \dfrac{c_0}{V^3}.$

Rayon de courbure maximum ou grande normale (dans la section normale perpendiculaire au méridien)......... $R_2 = \dfrac{a_0}{(1-e^2\sin^2 L)^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{a_0}{W} = \dfrac{c_0}{V}.$

Rayon de courbure moyen.......... .. $R = \sqrt{R_1 R_2} = \dfrac{a_0(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}{W^2} = \dfrac{c_0}{V^2}.$

Facteur de l'excès.................... $\dfrac{1}{2 R_1 R_2 \sin 1''}.$

$\dfrac{1}{\sin 1''} = \rho''$ (angle au centre correspondant à l'arc égal au rayon) = 636619",772368.

$$\log \rho'' = 5{\cdot}8038801230,$$

$$\log \frac{1}{\rho''} = \bar{6}{\cdot}1961198770.$$

L.	log R.	DIFFÉRENCES.	R.	DIFFÉRENCES.	$\log \dfrac{1}{2R_1R_2\sin 1''}$.	DIFFÉRENCES.
G			M	M		
0,00	6·80340968	+1	6.359.305,4	+0,1	$\bar{9}$·89603077	−2
10	40969	2	305,5	0,3	03075	4
20	40971	4	305,8	0,5	03071	8
30	40975	5	306,3	0,8	03063	10
40	40980	6	307,1	1,0	03053	13
50	40986	8	308,1	1,1	03040	16
60	40994	10	309,2	1,4	03024	19
70	41004	11	310,6	1,6	03005	22
80	41015	12	312,2	1,8	02983	25
90	41027	14	314,0	2,1	02958	27
1,00	6·80341041	15	6.359.316,1	2,2	$\bar{9}$·89602931	31
10	41056	17	318,3	2,5	02900	33
20	41073	18	320,8	2,6	02867	37
30	41091	20	323,4	2,9	02830	39
40	41111	21	326,3	3,1	02791	42
50	41132	23	329,4	3,3	02749	46
60	41155	24	332,7	3,5	02703	48
70	41179	25	336,2	3,8	02655	51
80	41204	27	340,0	3,9	02604	54
90	41231	29	343,9	4,2	02550	56
2,00	6·80341260	30	6.359.348,1	4,3	$\bar{9}$·89602494	60
10	41290	31	352,4	4,6	02434	63
20	41321	33	357,0	4,8	02371	65
30	41354	34	361,8	5,1	02306	69
40	41388	36	366,9	5,2	02237	71
50	41424	37	372,1	5,4	02166	75
60	41461	38	377,5	5,7	02091	77
70	41499	40	383,2	5,8	02014	80
80	41539	42	389,0	6,1	01934	83
90	41581	+43	395,1	+6,3	01851	−86
3,00	6·80341624		6.359.401,4		$\bar{9}$·89601765	

RAYONS DE COURBURE MOYENS ET FACTEURS DE L'EXCÈS (suite).

L.	log R.	DIFFÉRENCES.	R.	DIFFÉRENCES.	$\log \frac{1}{2 R_1 R_2 \sin 1''}$.	DIFFÉRENCES.
G			M	M		
3,00	6·80341624	+44	6.359.401,4	+6,5	9·89601765	−89
10	41668	46	407,9	6,7	01676	91
20	41714	47	414,6	6,9	01585	95
30	41761	49	421,5	7,2	01490	97
40	41810	50	428,7	7,3	01393	101
50	41860	52	436,0	7,6	01292	103
60	41912	53	443,6	7,8	01189	106
70	41965	55	451,4	8,0	01083	109
80	42020	56	459,4	8,2	00974	112
90	42076	57	467,6	8,4	00862	115
4,00	6·80342133	59	6.359.476,0	8,6	9·89600747	118
10	42192	60	484,6	8,8	00629	121
20	42252	62	493,4	9,0	00508	123
30	42314	63	502,4	9,3	00385	127
40	42377	65	511,7	9,5	00258	129
50	42442	66	521,2	9,7	00129	132
60	42508	68	530,9	9,9	9·89599997	136
70	42576	69	540,8	10,1	99861	138
80	42645	70	550,9	10,3	99723	141
90	42715	72	561,2	10,5	99582	143
5,00	6·80342787	73	6.359.571,7	10,7	9·89599439	147
10	42860	75	582,4	11,0	99292	149
20	42935	76	593,4	11,2	99143	153
30	43011	78	604,6	11,3	98990	155
40	43089	79	615,9	11,6	98835	158
50	43168	81	627,5	11,8	98677	161
60	43249	82	639,3	12,0	98516	164
70	43331	83	651,3	12,2	98352	167
80	43414	85	663,5	12,4	98185	170
90	43499	86	675,9	+12,7	98015	−172
6,00	6·80343585		6.359.688,6		9·89597843	

III — QUANTITÉS OBSERVÉES INTERVENANT COMME DONNÉES DANS LA COMPENSATION DES ANGLES ET LE CALCUL DES TRIANGLES DU RÉSEAU GÉODÉSIQUE DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL.

66. Les quantités observées qui interviennent dans la compensation des angles et le calcul des triangles d'un réseau géodésique sont les longueurs des lignes géodésiques correspondant aux bases mesurées et les angles géodésiques déduits des observations azimutales.

1. Bases.

La triangulation du nouvel arc de méridien équatorial s'appuie sur trois bases mesurées : base de Riobamba au centre, base de San Gabriel au Nord, base de Viviate au Sud.

Les bases de Riobamba et de Viviate sont brisées, formées chacune de deux sections. Les trois termes : ouest, moyen et est, constituent un triangle dont on a observé les angles azimutaux. Les angles des triangles correspondants sur l'ellipsoïde de référence sont :

Base de Riobamba.

Terme ouest........	$0^G.0019''{,}428$, (Tome III, fasc. 1, p. B. 60).
Terme moyen.......	199.9966,405, (Tome III, fasc. 2, p. 131).
Terme est..........	0.0024,561, (Tome III, fasc. 1, p. B. 64).

Base de Viviate.

Terme ouest........	$0^G.0019''{,}377$, (Tome III, fasc. 1, p. B. 112).
Terme moyen.......	199.9955,502, (Tome III, fasc. 1, p. B. 110).
Terme est..........	0.0020,856, (Tome III, fasc. 1, p. B. 109).

Néanmoins, on a considéré ces deux bases comme rectilignes et adopté pour longueur de chacune la somme des longueurs des deux sections qui la constituent.

Cette simplification est légitime. Par exemple, pour la base de Riobamba, on voit qu'en raison de la faiblesse des deux angles à terme ouest et terme est, les logarithmes de leurs cosinus n'atteignent même pas une unité du huitième ordre décimal. Dès lors, le logarithme de chaque section ne peut différer du logarithme de sa projection sur la droite (terme ouest-terme est) d'une unité du huitième ordre décimal. En prenant pour longueur de la base, considérée comme rectiligne, la somme des deux sections (terme ouest-terme moyen) et (terme moyen-terme est), on commet donc, d'après la formule (127), p. 42, une erreur relative qui n'atteint pas $\frac{0{,}00000001}{\text{M}}$, soit $\frac{1}{43.429.448}$, absolument négligeable.

Le même raisonnement s'applique à la base de Viviate.

En conséquence, le fascicule 2 du Tome II, qui renferme l'exposé des opérations et des calculs relatifs aux bases, donne, pour conclusion, les distances mesurées d'un terme extrême de chaque base à l'autre, considérées comme sommes de portées alignées et horizontales :

Base de Riobamba	9380m,76616,
Base de San Gabriel	6604m,83842,
Base de Viviate	8216m,58922.

Soient, pour une base :

L_m la latitude moyenne des deux termes,
$l_1, l_2, \ldots, l_n$ les longueurs des n portées horizontales,
$H_1, H_2, \ldots, H_n$ leurs altitudes par rapport à l'ellipsoïde de référence, comptées sur des normales à celui-ci, positives ou négatives suivant que les portées sont extérieures ou intérieures à l'ellipsoïde,
R_Z le rayon de courbure de l'ellipsoïde au point de latitude L_m, dans la section normale ayant pour azimut l'azimut moyen Z de la base.

On a :

$$R_Z = R_1 R_2 \frac{1}{R_1 \sin^2 Z + R_2 \cos^2 Z} = \frac{R_2(1-e^2)}{1-e^2+e^2\cos^2 L_m \cos^2 Z}, \tag{200}$$

avec :

$$R_1 = \frac{a_0(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2 L_m)^{\frac{3}{2}}}, \tag{201}$$

$$R_2 = \frac{a_0}{(1-e^2\sin^2 L_m)^{\frac{1}{2}}}. \tag{202}$$

Si l'on néglige les déviations de la verticale, en supposant que les verticales sont normales à l'ellipsoïde, les extrémités de deux portées horizontales consécutives peuvent être considérées comme situées sur la même normale à l'ellipsoïde et la longueur B_1 de la ligne géodésique, comprise entre les projections des deux termes sur l'ellipsoïde par des normales à celui-ci, est donnée par la formule :

$$B_1 = l_1 \frac{R_Z}{R_Z + H_1} + l_2 \frac{R_Z}{R_Z + H_2} + \ldots + l_n \frac{R_Z}{R_Z + H_n}, \tag{203}$$

ou, en négligeant les termes d'ordre supérieur à $\frac{H^2}{R_Z^2}$:

$$B_1 = l_1\left(1 - \frac{H_1}{R_Z} + \frac{H_1^2}{2R_Z^2}\right) + l_2\left(1 - \frac{H_2}{R_Z} + \frac{H_2^2}{2R_Z^2}\right) + \ldots + l_n\left(1 - \frac{H_n}{R_Z} + \frac{H_n^2}{2R_Z^2}\right), \tag{204}$$

ou enfin, à cause de la presque égalité des facteurs $l_1, l_2, \ldots, l_n$, en désignant par B la somme $(l_1 + l_2 + \ldots + l_n)$ et par H_m l'altitude moyenne des portées, $\frac{H_1 + H_2 + \ldots + H_n}{n}$:

$$B_1 = B\left(1 - \frac{H_m}{R_Z} + \frac{H_m^2}{2R_Z^2}\right), \tag{205}$$

$$B_1 - B = -B\frac{H_m}{R_Z}\left(1 - \frac{H_m}{2R_Z}\right). \tag{206}$$

Un calcul provisoire, par logarithmes à 7 décimales, des coordonnées géodésiques (latitudes, longitudes et azimuts) des sommets du réseau, effectué en adoptant les longueurs des côtés obtenues par le calcul provisoire de la triangulation fait, avant compensation, au moyen de logarithmes à 7 décimales ([1]), a donné, pour chacune des trois bases, des valeurs suffisamment exactes de L_m et Z, d'où l'on a déduit R_Z. Mais en différentiant l'équation (206), on voit qu'une erreur δH_m, commise sur H_m, entraîne sur la réduction $(B_1 - B)$ une erreur $\delta(B_1 - B)$ égale à $\frac{B\,\delta H_m}{R_Z}\left(-1 + \frac{H_m}{R_Z}\right)$. En supposant $\delta H_m = 1^m$ et substituant dans l'expression précédente à B, R_Z et H_m des valeurs numériques suffisamment approchées, on obtient :

Base de Riobamba $\delta(B_1 - B) = 1^{mm},47$,
Base de San Gabriel $\delta(B_1 - B) = 1^{mm},04$,
Base de Viviate $\delta(B_1 - B) = 1^{mm},29$.

Ceci montre que, pour le calcul des réductions $(B_1 - B)$, des valeurs approchées de H_m ne sauraient suffire. Aussi a-t-on employé les valeurs définitives déduites du calcul et de la compensation des altitudes des stations par rapport à l'ellipsoïde de référence ainsi que des profils des trois bases qui résultent des nivellements effectués au cours de leurs mesures aux fils Jäderin ([2]).

Le Tableau suivant donne les éléments et les résultats du calcul des B_1 :

BASES.	L_m.	Z.	$\log R_Z$.	H_m.	B.	$B_1 - B$.	B_1.	$\log B_1$.
	G ″	G ″		m	m	m	m	
Riobamba....	-1.8449	140.9810	6·80382392	− 14,484	9380,76616	+0,02135	9380,78751	3·97223930
San Gabriel..	+0.6275	168.6112	6·80259009	+ 14,340	6604,83842	-0,01492	6604,82350	3·81986122
Viviate......	-5.5086	62.2297	6·80398111	-2691,963	8216,58922	+3,47433	8220,06355	3·91487518

N'ayant, pour le moment, aucune idée des déviations de la verticale par rapport à l'ellipsoïde de référence, on ne peut encore tenir compte de leur effet dans la réduction des bases à l'ellipsoïde et il faut se contenter d'adopter les valeurs B_1 ci-dessus pour les longueurs des lignes géodésiques correspondant aux bases. Lorsqu'on possédera, après comparaison des coordonnées géodésiques et astronomiques, des valeurs approchées des déviations, on pourra corriger ces longueurs avant de poursuivre toute étude ultérieure de haute Géodésie; mais il est possible, dès à présent, de prévoir que les corrections à leur apporter seront, même dans le cas de fortes déviations, très faibles et probablement négligeables. En désignant par θ_Z la composante de la déviation dans l'azimut de la base, on démontre en effet sans difficulté que tenir compte des déviations revient simplement à remplacer dans la formule (204) l_{p+1} par :

$$l_{p+1}\cos\theta_Z + (H_{p+1} - H_p)\sin\theta_Z,$$

expression qu'il suffit ici d'indiquer sans plus amples développements.

([1]) Voir § 11, p. 12 et § 91, p. 135. ([2]) Tome III, fascicule 5 : *Nivellement trigonométrique*, et Tome II, fascicule 2 : *Bases*.

2. Angles géodésiques.

67. En chaque station, les observations azimutales ont fait connaître les angles dièdres que forment les divers plans verticaux, passant par les signaux observés, avec l'un d'eux pris comme origine. Soumis ou non à une compensation de station préalable, suivant la méthode d'observation employée (méthode des angles ou méthode des directions comportant exclusivement l'emploi de séries complètes ou de séries partielles associées de manière à constituer des séries complètes), ces angles sont inscrits dans les colonnes des *Tableaux numériques des observations* (¹) intitulées, selon le cas, *Directions compensées* ou *Directions observées*. Réduites aux centres des stations, affectées ensuite des corrections de l'altitude et de la ligne géodésique, et abstraction faite des déviations de la verticale, puisque celles-ci sont pour l'instant inconnues (²), ces directions ont fourni les directions des lignes géodésiques du réseau tracé sur l'ellipsoïde de référence, issues du sommet qui correspond à la station considérée; ce sont celles inscrites dans les colonnes *Directions corrigées* des Tableaux précités. Les angles géodésiques A_1, B_1, C_1, ..., déduits des observations azimutales, ou angles observés des triangles géodésiques, s'obtiennent par différence de ces directions corrigées prises deux à deux.

En raison des compensations de station préalables déjà effectuées quand les observations ont été faites par la méthode des angles (³), il n'y a jamais eu à introduire, dans les équations aux angles de la compensation du réseau, d'équations exprimant que la somme des angles géodésiques adjacents, formés par les directions successives issues d'un même sommet, est égale à 400 grades (⁴).

Il convient de bien spécifier qu'il faudra plus tard, sitôt que des valeurs approchées des déviations de la verticale auront été obtenues, et avant de poursuivre l'étude de la surface de niveau, faire subir à chacun de ces angles géodésiques une petite correction x, dépendant des déviations, et dont l'expression, mentionnée pour le moment à titre d'indication seulement, est la suivante :

$$x = +\xi(\cot z_{1.2} \sin Z_{1.2} - \cot z_{1.3} \sin Z_{1.3}) - \eta(\cot z_{1.2} \cos Z_{1.2} - \cot z_{1.3} \cos Z_{1.3}). \tag{207}$$

x, correction à faire subir à l'angle géodésique correspondant à l'angle azimutal des stations 2 et 3, observé à la station 1.

ξ et η, composantes de la déviation de la verticale à cette station.

$z_{1.2}$, $z_{1.3}$, distances zénithales des stations 2 et 3, observées de la station 1 par rapport au zénith astronomique de cette station (zénith situé sur la verticale).

$Z_{1.2}$, $Z_{1.3}$, azimuts astronomiques des stations 2 et 3, observés de la station 1, comptés à partir du Sud dans le sens des aiguilles d'une montre.

(¹) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, deuxième Partie : *Tableaux numériques des observations*.

(²) C'est dans ce sens, c'est-à-dire en supposant la verticale, normale à la surface de niveau et arête commune des dièdres observés, confondue avec la normale à l'ellipsoïde, qu'on a considéré, dans tout le fascicule 1 du Tome III : *Angles azimutaux*, (et notamment dans le Chapitre IX de la première Partie, consacré aux corrections à faire subir aux directions observées pour obtenir les directions sur l'ellipsoïde de référence), le terme *verticale* comme synonyme de *normale à l'ellipsoïde*. Ces deux termes doivent être nettement distingués dès qu'à côté de l'ellipsoïde de référence entre en considération la surface de niveau.

(³) Voir t. III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.38 à A.45.

(⁴) Voir § 4, p. 5 et 6.

IV. — MÉTHODE GÉNÉRALE SUIVIE DANS LA COMPENSATION DU RÉSEAU GÉODÉSIQUE DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL.

1. Pas de corrections aux bases.

68. Pour les raisons qui s'appliquent à tout réseau, exposées plus haut ([1]), la compensation du réseau du nouvel arc équatorial a été faite en considérant les bases mesurées comme exactes et faisant porter uniquement sur les observations azimutales les corrections destinées à rendre le réseau géométrique.

2. Pas d'accord des bases.

69. Il a paru inutile de tenir compte, dans la compensation du réseau tout entier, des deux équations de condition qui eussent exprimé l'accord des trois bases mesurées, en compliquant le problème pour obtenir des corrections qui n'eussent différé de celles obtenues sans accord des bases que de quantités de l'ordre des erreurs des observations. D'ailleurs, les trois bases ont été mesurées à l'aide d'instruments divers et dans des conditions très différentes. Les valeurs B_1 ([2]) adoptées après discussion pour chacune d'elles résultent en effet des opérations suivantes :

Base de Riobamba. — On n'a pas tenu compte de deux mesures de la base à l'aide d'un appareil Jäderin, du modèle primitif, bimétallique (un fil d'acier invar et un fil de laiton) effectuées plus spécialement dans le but d'étalonner les fils. La valeur B adoptée résulte de mesures faites avec l'appareil Brunner à règle bimétallique (platine iridié et laiton). La base a été divisée en deux sections : section ouest mesurée une seule fois, section est mesurée deux fois; B est la somme de la longueur trouvée pour la section ouest et de la moyenne des deux longueurs trouvées pour la section est.

Base de San Gabriel. — La valeur B adoptée est la moyenne de deux mesures effectuées à l'aide de l'appareil Jäderin, du modèle primitif, bimétallique (un fil d'acier invar et un fil de laiton), déjà antérieurement utilisé pour la base de Riobamba.

Base de Viviate. — On n'a pas tenu compte de trois mesures de la base effectuées à l'aide d'un appareil Jäderin modifié, du modèle Carpentier, monométallique (3 fils d'acier invar accouplés deux à deux, chaque mesure se faisant avec les deux fils d'un couple). La valeur B adoptée résulte de mesures faites avec le nouvel appareil du Service géographique de l'Armée, à règle monométallique en acier invar. La

---

([1]) Voir § 2, p. 2 et 3.
([2]) Voir § 66, p. 84.

base a été divisée en deux sections : section ouest mesurée une seule fois, section est mesurée deux fois; B est la somme de la longueur trouvée pour la section ouest et de la moyenne des deux longueurs trouvées pour la section est.

Il ressort évidemment du résumé précédent que les valeurs B, loin d'être affectées de la même erreur moyenne, ont des poids très différents. Il ne paraît pas possible de déterminer ces poids et de les introduire dans une compensation, concurremment avec les poids des observations azimutales, sans tomber dans l'arbitraire.

Néanmoins, pour se rendre compte de la grandeur des corrections qu'apporterait l'accord des bases aux angles et aux côtés du réseau géodésique déjà compensé sans accord des bases, on a, par la méthode précédemment exposée, réalisé cet accord pour un enchaînement simple de triangles extraits du réseau compensé [1].

V. — CONFIGURATION GÉNÉRALE DU RÉSEAU GÉODÉSIQUE DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL ; SES RAISONS.

Avant d'indiquer sur quelles considérations repose la division du réseau total en figures compensées séparément, quelques explications sur sa configuration trouvent ici leur place naturelle.

1. Inclinaison du réseau par rapport à la direction Nord-Sud.

70. Quiconque jette un coup d'œil sur une carte de la triangulation [2] a d'abord l'attention attirée par l'inclinaison de l'ensemble du réseau relativement à la direction Nord-Sud. Tandis que de Quito à Cuenca, dans la région centrale, autrefois triangulée par les académiciens Godin, Bouguer, La Condamine et leurs adjoints les officiers espagnols Juan et Ulloa, le réseau est dirigé à peu près dans le sens du méridien, au Nord il s'infléchit fortement vers l'Est, au Sud vers l'Ouest, affectant ainsi la forme de la lettre S.

Au Nord, il faut en voir la raison dans la disposition même des Cordillères, qui, au delà du rio Chota, s'incurvent à l'Est vers Pasto, et dans l'impossibilité presque absolue d'établir une triangulation à l'Occident de la région andine sans se heurter à des difficultés véritablement insurmontables dans des contrées basses, couvertes parfois de forêts impénétrables, humides et torrides, où les visibilités sont le plus souvent contrariées par des nuages persistants [3].

Au Sud, on ne pouvait rencontrer un terrain favorable à la mesure indispensable d'une base dans les vallées des rios Macara, Quiroz ou Suipira, étroitement encaissées

---

(1) Voir plus haut §§ 60, 61, 62, 63, p. 63 à 74 et plus loin § 102, p. C. 13 et suiv.

(2) Voir la planche I à la fin du fascicule.

(3) Voir t. III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.15.

entre les contreforts qui descendent des Cordillères élevées de Sabanilla et Huancabamba; il a fallu forcément le rechercher à l'Ouest, près de la Mer, dans les plaines de Piura. Il en est résulté d'ailleurs qu'on a pu relier à la Mer une des dernières stations au moyen d'un nivellement géométrique, ce qui permettra une intéressante comparaison des résultats de ce nivellement avec les altitudes des stations par rapport à l'ellipsoïde de référence, trigonométriquement déduites de celle de la station origine Loma de Quito. De plus, il a été possible d'établir sur le littoral une station astronomique de latitude, différence de longitudes et azimut, afin d'y déterminer la déviation de la verticale et d'avoir, par la valeur de la composante est-ouest, une idée du relèvement du géoïde produit par l'attraction du massif des Andes. Malheureusement ces deux avantages ont été chèrement achetés.

Comparons en effet l'amplitude de l'arc de Bouguer et La Condamine (Cochesqui-Tarqui), 3° 7′, ou celle de l'arc des officiers espagnols (Mira-Cuenca), 3° 27′, à l'amplitude de l'arc du Service géographique de l'Armée (Tulcan-Payta), 5° 54′. Celle-ci surpasse donc de 2° 47′ l'amplitude de l'arc de Bouguer et La Condamine. Le Service géographique a gagné 45′ au Nord, puis 2° 2′ au Sud, au prix de travaux qui ont duré respectivement deux ans et cinq mois (octobre 1901-février 1904), puis deux ans et un mois (juin 1904-juin 1906). En raison de l'inclinaison obligée des extrémités du réseau sur le méridien, les vœux de l'Association géodésique internationale [1], formellement appuyés par l'Académie des Sciences [2], en faveur d'un arc à peu près double de ceux du XVIIIe siècle et atteignant une amplitude de 6° environ, ont été, on le voit, fort péniblement réalisés.

2. — Allongement des côtés du réseau aux extrémités nord et sud.

71. Une autre particularité remarquable de la configuration du réseau consiste dans son élargissement vers les extrémités nord et sud, qui contraste avec un rétrécissement marqué au milieu, dans la partie où il recouvre les anciens triangles des académiciens et de leurs adjoints, triangles de faibles dimensions en raison des instruments dont ils disposaient et du genre de signaux qu'ils employaient [3]. Abstraction faite des petits côtés qui figurent dans les rattachements des bases et des stations astronomiques, le côté géodésique le plus court est (24) (Cahuito-Chimborazo), dans la région centrale; il a 9871^{m} seulement, tandis que le plus long côté (129) (Chilla Cocha-Colambo) atteint 85647^{m}.

---

[1] *Comptes rendus des séances de la douzième Conférence générale de l'Association géodésique internationale*, réunie à Stuttgart, du 3 au 12 octobre 1898, rédigés par le secrétaire perpétuel A. Hirsch, Berlin, Reimer, 1899, p. 130, 131 et 143, 144.

[2] Henri Poincaré, *Rapport sur le projet de revision de l'arc méridien de Quito* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXXXI, 23 juillet 1900, p. 215 à 236.

[3] D'abord, à partir de septembre 1737, pyramides de tiges d'aloès, garnies de paille, nattes ou toiles claires; ensuite, depuis le commencement de 1738 jusqu'en août 1739, tentes mêmes des opérateurs.

Un semblable réseau obligerait, si l'on avait spécialement en vue la description géométrique du pays, suivie de l'établissement de sa carte, à des opérations complémentaires de premier ordre dans les régions où sont établis les grands triangles. Cette constitution n'a au contraire absolument aucun inconvénient pour une triangulation principalement destinée à donner la longueur d'un arc, surtout, comme il arrive dans le cas présent, lorsque le passage des petits aux grands côtés s'effectue à l'aide de figures présentant des directions surabondantes et d'ailleurs convenablement conformées.

Les raisons de cette texture du réseau sont de deux sortes, les unes pour ainsi dire morales, les autres physiques. Les premières tiennent aux circonstances diverses dans lesquelles ont été faites les reconnaissances des différentes parties de la triangulation, les secondes à la configuration même du pays.

Lors de la reconnaissance sommaire de toute la zone interandine depuis Pasto en Colombie jusqu'à Ayabaca et Suyo au Pérou, effectuée de juillet à novembre 1899 par les capitaines Maurain et Lacombe, la préoccupation dominante de ces officiers fut, aux termes des instructions reçues, de vérifier la possibilité de mesurer un arc à peu près double de ceux du XVIIIe siècle, en étendant les opérations vers le Nord et vers le Sud. En raison du temps très limité dont ils disposaient, la région centrale, de Quito à Cuenca, retint peu leur attention : il était bien évident qu'en reprenant les anciens triangles, complétés et légèrement modifiés lorsque leur conformation laissait à désirer, on parviendrait à assurer dans cette région un enchaînement satisfaisant.

La reconnaissance définitive des différentes parties de cet enchaînement, effectuée plus tard, est due aux capitaines Maurain et Lallemand. En voici les quatre phases principales : 1° en août et septembre 1901, le capitaine Maurain a reconnu le rattachement de la base de Riobamba et de la station astronomique 33 Loma de Quito; 2° jusqu'en juin 1902, avec de nombreuses interruptions dans ses opérations, il a ensuite assuré la reconnaissance de toutes les autres stations comprises entre 23 Milin au Nord et 39 Shiniguallay au Sud, inclus; 3° en juin et juillet 1902, le capitaine Lallemand, continuant une campagne de reconnaissance de toute la région nord, commencée dès le mois de novembre 1901 à la station extrême nord 1 Tulcan et continuée en descendant vers le Sud, a reconnu Sincholagua nord, 20 Corazon et 22 Cerro Ami Grande; 4° enfin, d'août 1903 à mars 1904, le capitaine Maurain a reconnu 10 stations, de 40 Danas à 49 Borma inclus.

Les facilités que ces officiers retiraient de la documentation fournie par les anciens travaux les ont conduits, pour accélérer leurs opérations, à fixer souvent leur choix sur les sommets occupés au XVIIIe siècle. Bien qu'aucun centre des académiciens ou des officiers espagnols n'ait été conservé, ni même aucun vestige de leur passage retrouvé dans les *páramos* où furent leurs stations géodésiques, on peut affirmer

que 18 stations nouvelles sont établies sans conteste sur des sommets déjà utilisés autrefois, et à peu de distance des anciens centres (1).

Étant données les difficultés rencontrées dans la région centrale, à la fois par la reconnaissance, malgré les renseignements puisés dans les œuvres de Bouguer, La Condamine, Juan et Ulloa, et par les observations, malgré la faible longueur des côtés, on peut se demander à présent s'il n'eût pas été préférable de s'affranchir davantage des travaux du XVIIIe siècle en cherchant, au prix d'une reconnaissance encore plus pénible et plus longue, à constituer un réseau présentant moins de stations et de plus grands côtés.

Mais, par contre, au Nord et au Sud, les observations le long de grands côtés se sont heurtées à de tels obstacles (invisibilité des mires ou des héliotropes, le plus souvent cachés par des nuages, mauvaises visibilités même par des circonstances atmosphériques moyennes, difficultés de toutes sortes pour l'organisation, la surveillance et le ravitaillement à grandes distances des postes d'héliotropes, etc.) qu'il est difficile d'affirmer que ces inconvénients auraient été, dans la région centrale, entièrement rachetés par la diminution du nombre des stations. Encore aujourd'hui, si l'on fait abstraction des exigences du terrain pour considérer seulement les circonstances atmosphériques et les conditions d'organisation du travail, il est impossible de décider laquelle des deux solutions eût pu être préférable au point de vue de la facilité et de la rapidité des observations : stations nombreuses, rapprochées et côtés courts, ou stations en petit nombre et côtés longs.

En revanche, si l'on fait intervenir les considérations tirées de la configuration du pays, il apparaît que les côtés courts s'imposaient au centre, les côtés longs au Nord et au Sud.

Entre Quito et Cuenca, les crêtes parallèles de la Cordillère orientale et de la Cor-

---

(1) En voici la liste. Dans leurs Ouvrages, les académiciens et leurs adjoints désignent les stations sous des noms fréquemment assez divers, et emploient souvent, pour le même nom, des orthographes variées. Ces anciens noms sont écrits en italiques, entre parenthèses et avec l'orthographe espagnole la plus exacte parmi les diverses orthographes usitées par eux :

14 Casitagua (*Campanario*).
15 Pambamarca (*Pambamarca*).
16 Pichincha (*Pichincha*).
20 Corazon (*Corazon, Chousalong* selon Bouguer).
21 Sincholagua (*Chinchulagua*).
23 Milin (*Milin*).
25 Huangotasin (*Vengotasin*).
27 Huicotango (*Ivicatsu*).
29 Mulmul (*Mulmul*).
37 Zagrun (*Sesgun, Zagroum* selon Bouguer et La Condamine).
38 Lanlanguso (*Lalanguso*).
39 Shiniguallay (*Senegualap*).
41 Tio Loma (*Tioloma, Satchatian* selon La Condamine).
43 Quinua Loma (*Quinoaloma*).
44 Bueran (*Bueran*).
45 Yausai (*Yasuai*).
46 Ñamurelte (*Ñamurelte*).
49 Borma (*Borma*).

Les nouvelles stations Igualata et Cuenca sont assez distantes des anciennes stations (*Guayama, Ygoalata* selon La Condamine) et (*Cuenca*).

dillère occidentale, fort élevées, ne laissent entre elles qu'un couloir étroit et se rapprochent parfois jusqu'à une vingtaine de kilomètres l'une de l'autre, tandis que des nœuds transversaux, *páramos* de Tiupullo, Sanancajas et Igualata, Tiocajas, Azuay, parfois plus hauts que les deux chaînes principales, s'opposent à toute longue visée d'une Cordillère à l'autre.

Au contraire, au nord du nœud du Mojanda, les Cordillères, sans s'abaisser sensiblement jusqu'au delà de Pasto, s'écartent, comprenant entre elles le cirque étendu d'Ibarra et la vallée du rio Chota. Ce n'est pas sans raison que les académiciens et les officiers espagnols, ne pouvant observer à très grande distance, avaient dû renoncer à étendre leur chaîne méridienne sur un degré au nord de Quito, bien que Bouguer ait, avant le début des opérations de triangulation, exploré, dans cette intention, les provinces actuelles de l'Imbaburá et du Carchi (1). Aussi la station astronomique nord de Bouguer et La Condamine fut-elle Cochesqui, *hacienda* sur les flancs méridionaux du massif du Mojanda, sur la rive droite du rio Pisque, à une quarantaine de kilomètres seulement au nord de Quito. Godin et les officiers espagnols parvinrent, il est vrai, à faire franchir à leur triangulation le nœud du Mojanda, le cirque d'Ibarra et le rio Chota, en établissant sur la rive droite de celui-ci, près du village de Mira, leur station astronomique nord de Pueblo Viejo, mais au moyen d'un seul triangle [Cosin (2) — Cuicocha (3) — Mira], ayant en Mira un angle de 37° 51′.

Les obstacles qu'il a fallu surmonter à plusieurs reprises pour assurer l'enchaînement dans le Nord ont été relatés ailleurs (4). Ils témoignent de la difficulté de la tâche confiée à l'officier chargé de la reconnaissance de toute cette région. Au cours de cette opération, commencée en novembre 1901 à 1 Tulcan (3002^{m}), interrompue quelque temps par la mesure de la base de San Gabriel (19 décembre 1901-5 janvier 1902) et terminée en avril 1902 à 12 Culangal (4263^{m}), il fut obligé d'avoir recours à de longs côtés pour franchir les dépressions du rio Chota et d'Ibarra, proposant des figures auxquelles quelques modifications durent encore être apportées, par la suite, au cours des observations. Dans la triangulation entre Tulcan et Quito, le plus long côté (66) (El Pelado-Yana Urcu) atteint 52497^{m}.

Au sud de Cuenca, non seulement les Cordillères s'écartent, mais elles s'abaissent en même temps, les chaînes transversales s'espacent. Depuis le nœud du Portete, qui relie les sommets de 50 Minas (4096^{m}) à ceux de 52 Tinajillas (3489^{m}), jusqu'au puissant massif de Huagra Uma dont le sommet de 54 Chilla Cocha (3591^{m}) est un

(1) « A peu de distance de cette ville (Quito), le pays étant inconnu et couvert de bois, il fut obligé de suivre ou de cotoyer la grande route de *Carthagène* » (La Condamine, *Journal du voyage fait par ordre du roi à l'Équateur, servant d'introduction historique à la mesure des trois premiers degrés du méridien*, Paris, Imprimerie royale, 1751, p. 30.)

(2) Le *cerro* volcanique Cusin.

(3) La lagune de Cuicocha, sur les flancs du volcan Cotacachi.

(4) Voir notamment t. III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.52, A.53.

contrefort et celui de 55 Fierro Urcu (3788^{m}) un des points culminants, il n'existe aucune crête transversale bien accusée, rien que des ondulations s'abaissant par gradins successifs jusqu'au rio Jubones. De même, entre le Huagra Uma et les sommets si caractéristiques de 56 Guachanama (3086^{m}) et 57 Colambo (3094^{m}), qui dépassent encore 3000^{m}, les affluents supérieurs du rio Tumbez et surtout le torride plateau parcouru par le rio Catamayo forment de larges et profondes coupures. Pour franchir les vallées du Jubones et du Catamayo, il a fallu ainsi employer deux grandes figures (un pentagone et un quadrilatère) dont les côtés passent à 2000^{m} et 2500^{m} environ au-dessus des thalwegs de ces vallées. Plus au Sud, la Cordillère occidentale s'abaisse complètement et disparaît, tandis que la Cordillère orientale équatorienne se maintient à de hautes altitudes et se continue au Pérou, doublée bientôt à l'Est par le *Ramal central* péruvien et devenant ainsi Cordillère occidentale. La triangulation descend alors dans les plaines de Payta et les derniers côtés diminuent de longueur au voisinage de la base de Viviate.

Dans cette région sud, la reconnaissance a été faite en deux fois : de juin à novembre 1904, le capitaine Perrier a reconnu les stations en territoire équatorien, de 50 Minas à 57 Colambo, y compris 53 Machala sur le littoral. De mai à septembre 1905, les capitaines Peyronel et Lallemand ont reconnu les 13 stations en territoire péruvien [1].

---

[1] Le Tableau suivant complète les indications sur les diverses reconnaissances, incidemment fournies ci-dessus à propos de la configuration du réseau :

	Sections de la triangulation, (du Nord au Sud).	Nombres de stations.	Dates des reconnaissances.	Officiers opérateurs.
	Reconnaissance sommaire de la zone interandine, de Pasto (Colombie) à Ayabaca et Suyo (Pérou)......		Juillet-novembre 1899.	Capitaines Maurain et Lacombe.
Reconnaissances définitives.	1 Tulcan à 22 Cerro Ami Grande, moins 8, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, plus Sincholagua nord.....................	14	Novembre 1901-juillet 1902 (*).	Capitaine Lallemand.
	23 Milin à 39 Shiniguallay, moins 32 et 34, plus Chujuj.......	16	Août 1901-juin 1902 (*).	Capitaine Maurain.
	40 Danas à 49 Borma.........	10	Août 1903-mars 1904 (*).	Capitaine Maurain.
	50 Minas à 57 Colambo.......	8	Juin-novembre 1904.	Capitaine Perrier.
	58 La Masa à 70 Chocan, moins 68.......................	12	Mai-septembre 1905 (*).	Capitaines Peyronel et Lallemand.
	Total...............	60		

(*) Avec des interruptions.

VI. — FIGURES CONSTITUANT LE RÉSEAU GÉODÉSIQUE DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL [1]. POIDS DES OBSERVATIONS AZIMUTALES, UNITÉ DE POIDS ADOPTÉE DANS LES CALCULS DE COMPENSATION DU RÉSEAU.

1. Division du réseau en réseau primordial et figures supplémentaires.

72. La triangulation de premier ordre effectuée en Équateur et au Pérou par le Service géographique de l'Armée, en mesurant toujours les angles à l'aide de cercles azimutaux [2] comprend : 1° un réseau primordial qui, assurant l'enchaînement entre les stations astronomiques extrêmes de Tulcan et Payta, est destiné à fournir la longueur de l'arc de méridien compris, sur l'ellipsoïde de référence, entre les parallèles correspondant à ces stations ; 2° dix figures supplémentaires rattachant au réseau primordial 15 nouveaux points qui sont, du Nord au Sud :

1° Mire méridienne nord de la station astronomique 1 Tulcan, (Angasmayo), point seulement intersecté;

2° Mire méridienne sud de la station astronomique 1 Tulcan, (la Rinconada), point seulement intersecté;

---

12 autres stations ont fait l'objet de reconnaissances isolées spéciales. Ce sont :

Stations (du Nord au Sud).	Dates des reconnaissances.	Officiers opérateurs.
8 Yana Urcu	Juin 1903.	Lieutenant Perrier.
13 Cayambe	Avril 1903.	Capitaine Maurain.
14 Casitagua	Avril 1903.	Capitaine Lallemand.
15 Pambamarca	Novembre 1901.	Lieutenant Perrier.
16 Pichincha	(?) Août 1902.	Capitaine Maurain.
17 Quito (Observatoire)	Février 1901.	Capitaines Maurain et Lallemand.
18 Panecillo	Février 1901.	Id.
19 Poingasi	Avril 1903.	Capitaine Lallemand.
21 Sincholagua sud	Janvier 1903.	Capitaine Maurain.
32 Terme ouest de la base de Riobamba	Mars-avril 1901.	Capitaines Maurain et Lallemand.
34 Terme est de la base de Riobamba	Mars-avril 1901.	Id.
68 Payta	Janvier 1901.	Id.

En admettant approximativement, pour fixer les idées, que la durée totale de ces reconnaissances isolées soit équivalente à la durée totale des interruptions signalées dans les reconnaissances d'ensemble, on voit, par le premier des deux Tableaux précédents, que la détermination de l'enchaînement, le choix des stations et la construction des signaux ont exigé un travail équivalent à celui d'un officier opérant sans interruption sur le terrain pendant 44 mois.

Pour de plus amples détails sur les reconnaissances, le lecteur est prié de se reporter à l'*Historique de la Mission*, (t. I).

[1] Planche I : *Arc de méridien équatorial. Ensemble du réseau primordial et des figures supplémentaires.*

[2] A une seule exception près, celle des observations exécutées à la station astronomique 1 Tulcan, au théodolite à microscopes, pour le rattachement de la mire méridienne nord, (Angasmayo). Voir § 76, p. 104 et 105. On verra plus loin (§ 82, p. 116) qu'il n'a pas été tenu compte, dans la constitution du réseau de premier ordre, des observations faites au théodolite à microscopes à la mire méridienne nord de la station astronomique 47 Cuenca, § 76, p. 106.

3° Padre Urcu, point qui, après avoir dû faire partie du réseau primordial, en a été exclu à la suite de modifications reconnues nécessaires durant les observations, seulement intersecté, mais jouant un rôle important dans la triangulation générale du pays effectuée par la Mission (¹);

4° Mire méridienne sud de la station astronomique 9 Pinllar, (Cunrro), point seulement intersecté;

5° 13 Cayambe, station de latitude;

6° 14 Casitagua, station de latitude;

7° 17 Quito (Observatoire), station de latitude et différences de longitudes;

8° 19 Poingasi, station de latitude;

9° Sincholagua nord, point qui, après avoir dû faire partie du réseau primordial, en a été exclu à la suite de modifications reconnues nécessaires durant les observations, station de latitude (²);

10° Terme moyen de la base de Riobamba et

11° Huaira Urcu, stations qui devaient servir à la vérification trigonométrique de la base de Riobamba, vérification qui a été abandonnée (³);

12° Chujuj, point qui, après avoir dû faire partie du réseau primordial, en a été exclu à la suite de la destruction du signal de Chujuj, station de latitude (⁴);

13° 53 Machala, station de latitude et différence de longitudes;

14° 64 Terme moyen de la base de Viviate et

15° 67 Viviate, stations servant à la vérification trigonométrique de la base de Viviate.

Cunrro, 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire), 19 Poingasi et 53 Machala sont rattachés par de simples triangles.

L'ensemble de la triangulation de premier ordre comprend ainsi 78 points (⁵) dont 74 stationnés [70 stations principales numérotées 1 à 70, 4 stations supplémentaires : Sincholagua nord (⁶), Chujuj (⁶), Terme moyen de la base de Riobamba (⁷), Huaira Urcu (⁷)] et 4 seulement intersectés (les trois mires méridiennes et Padre Urcu).

On va indiquer comment le réseau primordial est constitué et les raisons qui ont conduit à considérer dix figures supplémentaires.

Si l'on examine les poids d'une direction finale observée aux 70 stations princi-

---

(¹) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.52, A.53.

(²) Ibid., p. A.53 à A.56.

(³) Ibid., p. A.59 à A.62.

(⁴) Ibid., p. A.59 à A.63.

(⁵) Parmi lesquels le point Mire méridienne nord de la station astronomique 47 Cuenca n'est pas compris. Voir plus haut, note (²), p. 93.

(⁶) Voir t. III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.120 à B.123.

(⁷) Voir plus loin § 86, p. 131 à 133.

pales (1) ainsi que ces mêmes poids à Sincholagua nord (2), Chujuj (2), Terme moyen de la base de Riobamba (3) et Huaira Urcu (3), exprimés en prenant pour unité de poids le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction faite à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz, à quatre microscopes (diamètre du cercle : $0^m,42$), on voit que ces poids peuvent être presque tous considérés comme égaux au poids moyen d'une direction finale pour l'ensemble des stations principales, soit 21,14 (4).

Le poids d'une direction finale observée ne s'écarte sensiblement de la valeur 21,14 que quatre fois : 1° dans les observations exécutées à la station astronomique 1 Tulcan, au théodolite à microscopes, pour le rattachement de la mire méridienne nord, (Angasmayo) (poids = 6,090) (5); 2° dans les observations faites à 8 Yana Urcu pour le rattachement E de la mire méridienne sud de la station astronomique 9 Pinllar, (Cunrro) (poids = 10); 3° à 55 Fierro Urcu (poids = 22,8 à 32,4); 4° à 65 Punta Arena (poids = 12).

Il a été tenu compte de la première exception dans la compensation de la figure I qui assure le rattachement de la mire méridienne nord de la station astronomique 1 Tulcan (6).

La seconde exception n'entraîne aucune conséquence, le triangle de rattachement de la mire méridienne de la station astronomique 9 Pinllar ayant un angle conclu à cette mire et ne donnant lieu à aucune compensation.

En raison des faibles erreurs de fermeture des huit triangles qui ont un sommet en 55 Fierro Urcu (7) et pour ne pas compliquer inutilement la compensation des deux figures (8) dont ce point fait partie, on n'a pas tenu compte de l'exception qui le concerne.

Enfin, on a très facilement tenu compte de la dernière exception en répartissant inégalement sur les trois angles les erreurs de fermeture de chacun des deux triangles ayant un sommet en Punta Arena (9), [107] [Punta Arena-Erco-El Buitre] et [108] [El Ahorcado-PuntaArena-El Buitre], d'après la méthode générale précédemment indiquée (10).

Ainsi, dans la compensation du réseau, exception faite pour la figure I et les triangles [107] et [108], les observations azimutales ont été considérées comme

(1) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, Tableau, p. A.47 à A.49.
(2) Ibid., p. B.120 et B.121.
(3) Voir plus loin § 86, p. 131 et 132.
(4) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. C.19.
(5) Voir plus loin § 76, p. 105.
(6) Voir plus loin, p. A.45 et A.46.
(7) La valeur absolue de la plus forte atteint 6",225, mais les valeurs absolues de toutes les autres sont comprises entre 0",073 et 3",866. Voir p. B.16 à B.18.
(8) Figure 9, p. A.36 et suiv.; figure 10, p. A.39 et suiv.
(9) Voir p. B.18.
(10) Voir plus haut § 36, p. 35.

ayant même poids dans toutes les figures. L'unité de poids adoptée dans les calculs de compensation a été le poids d'un angle final observé à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz, à quatre microscopes (diamètre du cercle : $0^m,42$), par 10 couples ou 20 réitérations, poids dix fois supérieur à celui d'une observation de couple ou d'une observation de direction effectuée avec le même instrument.

Il convient donc de remarquer expressément que l'unité de poids adoptée pour les calculs de compensation du réseau (t. III, fasc. 2) est égale à 10 fois l'unité de poids adoptée pour les calculs relatifs aux observations azimutales (t. III, fasc. 1).

Dans la constitution du réseau primordial reliant Tulcan à Payta, diverses raisons ont fait accepter ou rejeter certains des 74 points stationnés. Étant donnée l'égalité des poids des observations, il est inutile de faire des figures de rattachement des bases l'objet de compensations spéciales, comme parfois on le fait quand les observations y sont d'un poids plus élevé. Aussi ces figures sont-elles traitées comme faisant partie du réseau primordial. (Il convient de remarquer que la station astronomique 33 Loma de Quito est comprise dans la figure de rattachement de la base de Riobamba.)

Pour le même motif, il n'y a point lieu d'exclure du réseau primordial les stations astronomiques 9 Pinllar, 18 Panecillo, 24 Latacunga, 47 Cuenca et la station 51 Ñarihuiña spécialement destinée au rattachement de la station astronomique 53 Machala. Les observations faites en ces stations, surabondantes au point de vue strict de la liaison à établir entre les deux stations astronomiques extrêmes, ne peuvent, grâce aux figures qu'elles permettent de former, qu'augmenter la précision des résultats. On s'en rend compte par le simple examen de la triangulation [1].

Le même examen montre que les stations 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire), 19 Poingasi, Sincholagua nord, Terme moyen de la base de Riobamba, Huaira Urcu, Chujuj, 53 Machala, 64 Terme moyen de la base de Viviate et 67 Viviate ne peuvent contribuer que fort peu ou point du tout à assurer l'enchaînement général de Tulcan à Payta. Dès lors, bien que le poids d'une direction finale soit le même pour ces stations que pour les autres, il a paru inutile de compliquer la compensation en les introduisant dans le réseau primordial, et suffisant de les y rattacher au moyen de figures supplémentaires simples.

2. Réseau primordial.

73. Le réseau primordial ainsi constitué comprend 63 sommets et 152 côtés dont un, (40) (Cerro Ami Grande-Huangotasin), le long duquel les observations ont été faites dans une direction seulement [2]. Les formules de Gauss [3] donnent le nombre

---

[1] Planche I : *Arc de méridien équatorial. Ensemble du réseau primordial et des figures supplémentaires.*

[2] En voir la raison, t. III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.56 : c. *Deuxième destruction du signal de Huangotasin.*

[3] § 4, p. 7.

des équations de condition de la compensation des angles (ou des directions) de ce réseau, faite sans accord des bases :

Nombre des équations aux angles......	$a = (l - l') - (s - s') + 1$	$= (152 - 1) - (63 - 0) + 1$	$= 89$
Nombre des équations aux côtés	$c = l - 2s + 3$	$= 152 - (2 \times 63) + 3$	$= 29$
Nombre total des équations de condition.	$r = 2l - l' - 3s + s' + 4$	$= (2 \times 152) - 1 - (3 \times 63) + 0 + 4$	$= 118$

Or, le réseau se décompose facilement en 29 figures accolées successivement, dont chacune n'a avec la précédente qu'un côté commun. D'après ce qui a été précédemment exposé, on ne change rien aux résultats de la compensation des angles en compensant séparément chacune de ces figures ([1]). En voici la succession du Nord au Sud, avec l'indication de leurs sommets, également cités du Nord au Sud, et les valeurs de s, s', l, l', a, c, r, qui correspondent à chacune. 18 d'entre elles sont de simples triangles dont la compensation est immédiate, sauf pour les triangles |107| |Punta Arena-Ereo-El Buitre| et |108| |El Ahorcado-Punta Arena-El Buitre|, dans chacun desquels les trois angles observés n'ont pas même poids; les autres figures, plus compliquées, sont numérotées de I à II :

([1]) § 55, p. 55 et 56.

		s	s'	l	l'	a	c	$r = a + c$
1° Figure 1	Tulcan-Troya-El Pelado-Machines-Mirador-Terme nord de la base de San Gabriel-Terme sud de la base de San Gabriel-El Redondo.	8	0	18	0	11	5	16
2° Figure 2	[El Pelado-Yana Urcu-Pinllar-El Redondo].	4	»	6	»	3	1	4
3° Figure 3	Yana Urcu-El Redondo-Pusag Cocha-Culangal-Pambamarca-Pichincha-Panecillo-Corazon-Sincholagua sud.	9	»	20	»	12	5	17
4°	Triangle [35] [Corazon-Sincholagua sud-Cerro Ami Grande]	3	»	3	»	1	0	1
5° Figure 4	Corazon-Cerro Ami Grande-Milin-Latacunga-Huangotasin-Sagoatoa-Huicotango.	7	»	15	1	8	4	12
6° Figure 5	[Sagoatoa-Huicotango-Cahuito-Mulmul].	4	»	6	0	3	1	4
7°	Triangle [17] [Cahuito-Mulmul-Chimborazo]. . . .	3	»	3	»	1	0	1
8°	Triangle [16] [Mulmul-Chimborazo-Aupate]	3	»	3	»	1	0	1
9° Figure 6	Chimborazo-Igualata-Terme ouest de la base de Riobamba-Loma de Quito-Terme est de la base de Riobamba-Aupate-Yana Ashpa-Zagrun-Lanlanguso.	9	»	20	»	12	5	17
10°	Triangle [71] [Zagrun-Lanlanguso-Shiniguallay] .	3	»	3	»	1	0	1
11°	Triangle [72] [Lanlanguso-Shiniguallay-Danas] . .	3	»	3	»	1	0	1
12° Figure 7	[Shiniguallay-Danas-Tio Loma-Ñaupan].	4	»	6	»	3	1	4
13°	Triangle [77] [Tio Loma-Ñaupan-Quinua Loma] . .	3	»	3	»	1	0	1
14°	Triangle [78] [Ñaupan-Quinua Loma-Bucran] . . .	3	»	3	»	1	0	1
15°	Triangle [79] [Quinua Loma-Bucran-Yausai] . . .	3	»	3	»	1	0	1
16° Figure 8	Bucran-Yausai-Ñamurelte-Cuenca-Soldados-Borma-Tinajillas.	7	»	14	»	8	3	11
17°	Triangle [91] [Soldados-Minas-Tinajillas].	3	»	3	»	1	0	1
18° Figure 9	Minas-Ñarihuiña-Tinajillas-Chilla Cocha-Fierro Urcu.	5	»	9	»	5	2	7
19° Figure 10	[Chilla Cocha-Fierro Urcu-Guachanama-Colambo].	4	»	6	»	3	1	4
20°	Triangle [103] [Guachanama-Colambo-los Pozos].	3	»	3	»	1	0	1
21°	Triangle [104] [Guachanama-La Masa-los Pozos] .	3	»	3	»	1	0	1
22°	Triangle [105] [La Masa-los Pozos-Ereo].	3	»	3	»	1	0	1
23°	Triangle [106] [La Masa-El Buitre-Ereo]	3	»	3	»	1	0	1
24°	Triangle [107] [El Buitre-Ereo-Punta Arena] . . .	3	»	3	»	1	0	1
25°	Triangle [108] [El Buitre-Punta Arena-El Ahorcado]	3	»	3	»	1	0	1
26°	Triangle [109] [El Buitre-Terme est de la base de Viviate-El Ahorcado].	3	»	3	»	1	0	1
27° Figure 11	Terme est de la base de Viviate-Terme ouest de la base de Viviate-El Ahorcado-Chocan.	4	»	6	»	3	1	4
28°	Triangle [114] [El Arenal-Terme est de la base de Viviate-Chocan]	3	»	3	»	1	0	1
29°	Triangle [115] [El Arenal-Payta-Chocan]	3	»	3	»	1	0	1
	TOTAUX ([1]) (Ensemble du réseau) . .	119	0	180	1	89	29	118
		−56		−28				
		63		152				

([1]) En faisant les sommes des nombres s et l relatifs aux 29 figures, on doit évidemment retrouver les nombres s et l relatifs à l'ensemble du réseau, augmentés respectivement du nombre des sommets et du nombre des côtés communs à deux figures consécutives, soit 2×28 et 28. Les sommes des nombres a, c et r, relatifs aux 29 figures, sont respectivement égales aux nombres a, c et r relatifs à l'ensemble du réseau.

3. Figures supplémentaires.

a. — Ensemble des figures supplémentaires.

74. Le réseau primordial étant ainsi constitué, les figures supplémentaires à considérer pour rattacher à ce réseau les 15 autres points énumérés plus haut, sont au nombre de 10. En voici la succession, du Nord au Sud, avec l'indication de leurs sommets, également cités du Nord au Sud, celle des côtés du réseau primordial sur lesquels elles s'appuient et, pour chacune, les nombres s, s', l, l', a, c, les nombres a' et c' des équations supplémentaires aux angles et aux côtés qui expriment l'invariabilité des angles et des longueurs des côtés du réseau primordial déjà compensé, enfin le nombre total des équations de condition, $r = a + c + a' + c'$. Trois d'entre elles sont de simples triangles ou sont composées de simples triangles. (Le triangle [124] [Yana Urcu-Pinllar-Cunrro], ayant un angle conclu, ne donne lieu à aucune compensation.) Les autres, plus compliquées, sont numérotées de I à VII.

	Côtés du réseau primordial sur lesquels s'appuient les figures supplémentaires.	s	s'	l	l'	a	c	a'	c'	r
1° Rattachement de la mire méridienne nord de la station astronomique 1 Tulcan, (Angasmayo). Figure I [*Mire méridiennne nord* (¹)-Tulcan-El Pelado-Machines]........................	(85) (Tulcan-El Pelado) (86) (Tulcan-Machines)	4	1	5	3	0	0	0	1	1
2° Rattachement de la mire méridienne sud de la station astronomique 1 Tulcan, (la Rinconada). Figure II [Tulcan-*Mire méridienne sud* (¹)-El Pelado-Machines].......	(85) (Tulcan-El Pelado) (86) (Tulcan-Machines)	4	1	5	3	0	0	0	1	1
3° Rattachement de Padre Urcu. Figure III [El Pelado-Mirador-*Padre Urcu* (¹)-Pinllar]..................................	(73) (El Pelado-Mirador) (68) (El Pelado-Pinllar)	4	1	5	3	0	0	0	1	1
4° Rattachement de la mire méridienne sud de la station astronomique 9 Pinllar, (Cunrro). Triangle [124] [Yana Urcu-Pinllar-*Mire méridienne sud* (²)]..........................	(67) (Yana Urcu-Pinllar)	3	1	3	2	0	0	0	0	0
5° Rattachement de 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire) et 19 Poingasi. Triangles [125], [126], [127], [128]; [*Cayambe-Casitagua*-Pambamarca-*Quito (Observatoire)*-Panecillo-*Poingasi*].......................	(49) (Pambamarca-Panecillo)	6	0	9	0	4	0	0	0	4

(¹) Point seulement intersecté. Les angles y sont conclus.
(²) Point seulement intersecté. L'angle y est conclu.



	Côtés du réseau primordial sur lesquels s'appuient les figures supplémentaires.	s	s'	l	l'	a	c	a'	c'	r
6° Rattachement de Sincholagua nord. Figure IV [Pambamarca-Pichincha-Panecillo-*Sincholagua nord*-Corazon-Sincholagua sud].	(54) (Pambamarca-Pichincha) (49) (Pambamarca-Panecillo) (48) (Pambamarca-Sincholagua sud) (53) (Pichincha-Corazon) (47) (Panecillo-Corazon) (45) (Corazon-Sincholagua sud)	6	0	11	0	4(¹)	0(¹)	7	3	14
7° Rattachement de Terme moyen de la base de Riobamba et de Huaira Urcu. Figure V [Terme ouest de la base de Riobamba-*Terme moyen de la base de Riobamba*-Terme est de la base de Riobamba-*Huaira Urcu*]...	(1) (Terme ouest-Terme est)	4	0	5	0	2	0	1	1	4
8° Rattachement de Chujuj. Figure VI [Chimborazo-Aupate-Yana Ashpa-*Chujuj*-Zagrun]........................	(10) (Chimborazo-Aupate) (14) (Chimborazo-Yana Ashpa) (16) (Aupate-Zagrun) (17) (Yana Ashpa-Zagrun)	5	0	8	0	3(²)	0(²)	4	2	9
9° Rattachement de 53 Machala. Triangle [143] [Ñarihuiña-*Machala*-Chilla Cocha].	(123) (Narihuiña-Chilla Cocha)	3	0	3	0	1	0	0	0	1
10° Rattachement de 64 Terme moyen de la base de Viviate et de 67 Viviate. Figure VII [Terme est de la base de Viviate-*Terme moyen de la base de Viviate*-Terme ouest de la base de Viviate-*Viviate*]..................	(144) (Terme est-Terme ouest)	4	0	5	0	2	0	1	1	4

Quelques détails sur les figures supplémentaires précédentes et les points qu'elles relient au réseau primordial sont à présent indispensables (³).

(¹) Il est facile de se rendre compte que deux des six équations aux angles et les deux équations aux côtés à considérer, d'après les formules $a = (l - l') - (s - s') + 1$ et $c = l - 2s + 3$, sont satisfaites si les autres équations de condition le sont, parce que les deux figures [Pambamarca-Pichincha-Corazon-Sincholagua sud] et [Pambamarca-Panecillo-Corazon-Sincholagua sud] sont déjà compensées.

(²) Il est facile de se rendre compte qu'une des quatre équations aux angles et l'équation aux côtés à considérer, d'après les formules $a = (l - l') - (s - s') + 1$ et $c = l - 2s + 3$, sont satisfaites si les autres équations de condition le sont, parce que la figure [Chimborazo-Aupate-Yana Ashpa-Zagrun] est déjà compensée.

(³) Par la suite, il va être fréquemment question d'instruments des trois types suivants : 1° grand cercle méridien portatif à quatre microscopes Brunner frères (diamètre du cercle : $0^m,42$) ; 2° cercle azimutal à quatre microscopes Brunner frères ou Huetz (diamètre du cercle : $0^m,42$) ; 3° théodolite à microscopes Huetz (diamètre du cercle vertical à deux microscopes : $0^m,14$; diamètre du cercle horizontal à deux microscopes : $0^m,22$).

Le plus souvent ils seront désignés par abréviation sous les noms de *grand cercle méridien*, *cercle azimutal à quatre microscopes*, *théodolite à microscopes*.

Pour les détails relatifs à ces instruments, le lecteur est prié de se reporter aux fascicules suivants :

Grands cercles méridiens :

Tome III, fascicule 6 : *Latitudes astronomiques observées aux cercles méridiens.*
Tome IV, fascicule 1 : *Différences de longitudes et azimuts astronomiques.*

b. — Figures I et II et triangle [124] : Rattachement des mires méridiennes des stations astronomiques 1 Tulcan et 9 Pinllar.

75. *Coup d'œil d'ensemble sur les observations d'azimuts astronomiques effectuées au cours des opérations du nouvel arc équatorial et sur les observations géodésiques relatives aux signaux dont l'azimut astronomique a été déterminé.* — Les figures I, II et le triangle [124] assurent le rattachement complet au réseau de trois mires méridiennes lointaines installées en vue de déterminer les azimuts astronomiques des signaux de la triangulation observés des stations 1 Tulcan et 9 Pinllar.

A ce propos, il convient ici de donner une idée des déterminations d'azimuts astronomiques effectuées au cours des opérations du nouvel arc équatorial, en indiquant de quelle manière a été géodésiquement observé chaque signal auxiliaire dont l'azimut astronomique a été déterminé (1). On en tirera immédiatement des conclusions au sujet des azimuts astronomiques observés et de l'azimut astronomique de départ adopté pour le calcul des coordonnées géodésiques des sommets du réseau. On terminera par l'examen des figures qui rattachent à la triangulation certains des signaux auxiliaires dont l'azimut astronomique a été déterminé.

76. *Stations où les observations astronomiques d'azimut ont été effectuées au grand cercle méridien.* — Des observations astronomiques d'azimut ont été exécutées en 10 stations (2).

Les plus précises sont celles qui ont été faites concurremment avec des observations de différences de longitudes, par la méthode des observations méridiennes d'étoiles, à l'aide d'un grand cercle méridien, avec emploi d'une mire méridienne lointaine.

Cercles azimutaux à quatre microscopes :

Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.21 et suiv.

Théodolites à microscopes :

Tome III, fascicule 4 : *Nivellement de précision.*
Tome III, fascicule 5 : *Nivellement trigonométrique.*
Tome III, fascicule 7 : *Latitudes astronomiques observées aux théodolites à microscopes.*
Tome V, fascicule 1 : *Géodésie, topographie et pétrographie de la région interandine septentrionale de la République de l'Équateur.*
Tome V, fascicule 2 : *Géodésie de la région interandine centrale de la République de l'Équateur.*
Tome V, fascicule 3 : *Géodésie de la région interandine méridionale de la République de l'Équateur.*

(1) Pour les détails plus particulièrement relatifs aux observations astronomiques, voir t. IV, fascicule 1 : *Différences de longitudes et azimuts astronomiques.*

(2) Sans compter, bien entendu, les nombreuses déterminations astronomiques d'azimut, de précision plus faible, exécutées par observations du Soleil, à l'aide de théodolites à verniers, soit pendant les opérations de reconnaissance, soit en vue de déterminer la déclinaison magnétique.

STATIONS OÙ LES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES D'AZIMUT ONT ÉTÉ EFFECTUÉES AU GRAND CERCLE MÉRIDIEN.

STATIONS.	MIRES méridiennes lointaines dont l'azimut astronomique a été déterminé.	AZIMUTS ASTRONOMIQUES des mires méridiennes lointaines. Observateurs.	Instruments. (Grands cercles méridiens Brunner frères.)	Dates.	RATTACHEMENTS GÉODÉSIQUES des directions des mires méridiennes lointaines. Observateurs.	Instruments.	Dates.	Poids de la direction finale *Mire méridienne*(¹).	Renvois aux Tableaux numériques des observations.
1 Tulcan......	Nord, (Angasmayo).	Lieut. Perrier.	n° 1.	Mars-avr. 1902.	Lieut. Perrier.	Théodolite à microscopes Huetz n° 3.	20 avril 1902.	6,090	Voir plus loin p. 104 et 105.
	Sud, (la Rinconada).					Cercle azimutal à 4 microscopes Brunner fr. n° 1.	30 mars-10 avril 1902.	20	T. III, fasc. 1: *Angles azimutaux.* p. B.3.
9 Pinllar	Sud, (Cunrro).	Lieut. Perrier.	n° 1.	Mai-juin 1903.	Lieut. Perrier.	(Cercles azimutaux à 4 microscopes.) Brunner fr. n° 1.	31 mai-6 août 1903.	20	p. B.19.
18 *Panecillo*....	*Nord.*	*Cap. Maurain.*	*n° 3.*	*Oct.-nov.* 1901.	*Lieut. Perrier.*	*Brunner fr. n° 1.*	3-4 *déc.* 1901.	20	*Observations devenues inutiles et non publiées, voir plus loin* § 77, *p.* 107.
33 Loma de Quito (Riobamba).	Nord	Cᵗ Bourgeois.	n° 1.	Oct.-nov. 1901.	Cap. Lacombe.	Brunner fr. n° 2.	18-23 nov. 1901.	21	T. III, fasc. 1: *Angles azimutaux.* p. B.62, B.63.
47 Cuenca......	Nord.	Cap. Maurain.	n° 3.	Mars-avr. 1904.	Cap. Lallemand.	Brunner fr. n° 2.	18 mai-9 juin 1904.	20	p. B.85.
68 Payta	Sud.	Cᵗ de Fonlongue.	n° 1.	Avr.-mai 1906.	Cᵗ de Fonlongue.	Huetz n° 1.	6-7 avr. 1906.	20	p. B.114, B.115.

(¹) L'unité de poids adoptée ici est le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction faite à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz à 4 microscopes (diamètre du cercle : $0^m,42$). Voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, notamment p. A.33 et Tableaux p. A.47 à A.49.

A Tulcan la direction de la mire méridienne nord, à Pancecillo et Payta la direction de la mire méridienne unique, a été simplement rattachée par mesure d'un seul angle à l'une des directions issues de la station astronomique, soit par la méthode des directions (Tulcan, Pancecillo), soit par la méthode des angles (Payta). A Tulcan la direction de la mire méridienne sud, à Pinllar, Loma de Quito et Cuenca la direction de la mire méridienne unique, a été au contraire comprise dans l'ensemble des directions observées de la station astronomique par la méthode des angles.

Seules les mires méridiennes des stations astronomiques Tulcan, Pinllar et Cuenca ont été complètement rattachées au réseau comme il suit, par des observations géodésiques supplémentaires, effectuées de stations autres que la station astronomique :

La mire méridienne nord de la station astronomique I Tulcan, (Angasmayo), a été intersectée de 3 El Pelado par le lieutenant Perrier à l'aide du cercle azimutal à quatre microscopes Brunner frères nº I (30 décembre 1902-21 janvier 1903). L'observateur a mesuré à 20 réitérations, par la méthode des directions, l'angle (Tulcan-Mire méridienne nord) (1).

La même mire a été intersectée de 4 Machines par le même officier à l'aide du même instrument (12-19 mars 1903). L'observateur a mesuré à 20 réitérations, par la méthode des directions, l'angle (Tulcan-Mire méridienne nord) (2).

La mire méridienne sud de la station astronomique I Tulcan, (La Rinconada), a été intersectée de 3 El Pelado par le même officier à l'aide du même instrument (23-27 décembre 1902). L'observateur a mesuré à 20 réitérations, par la méthode des directions, l'angle (Machines-Mire méridienne sud) (3).

La même mire a été intersectée de 4 Machines par le même officier à l'aide du même instrument (10-21 mars 1903). L'observateur a mesuré à 20 réitérations, par la méthode des directions, l'angle (Mire méridienne sud-Tulcan) (4).

La mire méridienne sud de la station astronomique 9 Pinllar, (Cunrro), a été intersectée de 8 Yana Urcu par le capitaine Lallemand à l'aide du cercle azimutal à quatre microscopes Brunner frères nº 2 (28 août-5 septembre 1903). L'observateur a mesuré à 10 réitérations, par la méthode des directions, l'angle (Mire méridienne sud-Pinllar) (5).

Par suite, en adoptant la même unité de poids que dans le Tableau ci-contre, les directions finales Angasmayo et la Rinconada ont, en 3 El Pelado et 4 Machines, le poids 20; la direction finale Cunrro a, en 8 Yana Urcu, le poids 10.

---

(1) Tome III, fascicule I : *Angles azimutaux*, p. B.8.

(2) Ibid., p. B.11.

(3) Ibid., p. B.8.

(4) Ibid., p. B.11.

(5) Ibid., p. B.18.

A la mire méridienne nord de la station astronomique 47 Cuenca, le maréchal des logis Damerval a stationné, sous la direction du capitaine Lallemand. Il en a effectué le relèvement sur quatre signaux de la triangulation, à l'aide du théodolite à microscopes Huetz nº 6, par la méthode des angles. En adoptant toujours la même unité de poids, le poids d'une direction finale issue de cette station est égal à 2,620 (1).

Tel est l'ensemble des observations d'angles azimutaux auxquelles ont donné lieu les mires méridiennes lointaines, observations qui ont été naturellement complétées par des mesures de distances zénithales effectuées aux théodolites à microscopes Huetz. Les résultats numériques de celles d'entre elles qui ont été faites à l'aide d'un cercle azimutal à quatre microscopes sont consignés dans les Tableaux de la deuxième Partie du fascicule 1 du Tome III; les renvois ci-dessus insérés permettent de s'y reporter. Il suffit donc de donner ici, à titre de complément, les résultats des autres observations, faites à l'aide d'un théodolite à microscopes. Chaque observation d'une direction comprenait deux visées, accompagnées des lectures des microscopes (et quelquefois du niveau à pattes) correspondantes : l'une dans la position cercle à droite, l'autre dans la position cercle à gauche (2).

Station de TULCAN.

Théodolite
à microscopes Huetz nº 3.

Une division du niveau
à pattes = 43'',70.

POINT D'OBSERVATION AU CENTRE.

20 avril 1902.

Méthode des directions.

Observateur :
lieutenant Perrier.

I. — *Angles* (Troya-Mire méridienne nord) *observés.*

SENS.	CALAGE	HEURES.	VALEURS observées.
	G	h m	G ''
D	0	9.16	176.3929,5
»	40	10. 0	28,1
»	80	12.45	19,6
»	120	13.27	28,3
»	160	13.59	36,8
			176.3928,46

(1) Voir plus loin, p. 106 et 107.

(2) Pour plus de détails sur les observations azimutales faites à l'aide des théodolites à microscopes et leur calcul, voir spécialement t. V, fascicule 1 : *Géodésie, topographie et pétrographie de la région intcrandine septentrionale de la République de l'Équateur.*

II. — *Corrections aux directions observées et directions corrigées.*

DIRECTIONS.	DIRECTIONS observées.	CORRECTIONS de l'altitude.	CORRECTIONS de la ligne géodésique.	DIRECTIONS corrigées.
	"	"	"	G "
Troya.	0,00	+0,163	0,000	0.0000,000
Mire méridienne nord.	28,46	0,000(¹)	0,000	176.3928,297

Erreur moyenne d'une observation de direction (²)....... $m = \pm 4'',320 = \pm 1'',403$.

Erreur moyenne d'une direction finale (²)....... $m^* = \frac{m}{\sqrt{5}} = \pm 1'',932 = \pm 0'',626$.

En prenant pour unité de poids le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction faite à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz à quatre microscopes (diamètre du cercle : $0^m,42$), l'erreur moyenne d'une observation de direction effectuée avec cet instrument, telle qu'elle résulte de l'ensemble des déterminations exécutées par la méthode des directions, étant $\pm 4'',767$ (³), on a pour les observations au théodolite précédentes :

Poids d'une observation de direction (comprenant deux visées, l'une dans la position cercle à droite, l'autre dans la position cercle à gauche) $= \frac{(4,767)^2}{(4,320)^2} = 1,218$.

Poids d'une direction finale.. $= 1,218 \times 5 = 6,090$.

(¹) Valeur de H employée pour le calcul de la correction de l'altitude : $+157^m$.

(²) Pour la définition et le calcul de ces erreurs, voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux;* troisième Partie : *Calcul des erreurs, conclusions.*

(³) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. C.19.

Station de MIRE MÉRIDIENNE NORD de la station astronomique 47 CUENCA.

Théodolite
à microscopes Huetz n° 6.

Une division du niveau
à pattes = 45",70 [1].

POINT D'OBSERVATION AU CENTRE.

11 juin 1904.

Méthode des angles.

Observateur :
maréchal des logis
Damerval.

I. — *Angles observés.*

SENS.	CALAGES.	CUENCA-BORMA. 58G.78.		CALAGES.	CUENCA-YAUSAI. 138G.27.		CALAGES.	CUENCA-ÑAMURELTE. 197G.93.	
	G	h m	"	G	h m	"	G	h m	"
D	0.0	8.30	49,3	33.3	11.25	55,9	66.7	9.10	98,1
I	»	»	49,0	»	»	40,0	»	»	106,5
			49,15			47,95			102,30

SENS.	CALAGES.	BORMA-YAUSAI. 79G.48.		CALAGES.	BORMA-ÑAMURELTE. 139G.15.		CALAGES.	YAUSAI-ÑAMURELTE. 59G.66.	
	G	h m	"	G	h m	"	G	h m	"
D	66.67	10.45	76,2	0.0	8.45	35,2	33.3	10.15	67,9
I	»	»	89,0	»	»	44,1	»	»	53,7
			82,60			39,65			60,80

II. — *Corrections aux directions observées et directions corrigées.*

DIRECTIONS.	DIRECTIONS provisoires.	ÉQUATIONS normales.	DIRECTIONS compensées.	CORRECTIONS de l'altitude.	CORRECTIONS de la ligne géodésique.	DIRECTIONS corrigées.
		"	"	"	"	G "
Cuenca	00,0	4 A = − 0,40	00,000	0,000	0,000	0.0000,000
Borma	49,0	4 B = + 29,90	56,575	+ 0,107	− 0,002	58.7856,680
Yausai	48,0	4 C = − 23,25	42,288	− 0,264	+ 0,010	138.2742,034
Ñamurelte	102,0	4 D = − 6,25	100,538	− 0,022	0,000	197.9400,516

[1] Ce niveau n'a pas été lu. Même si l'axe principal du théodolite était parfaitement vertical, les inclinaisons de l'axe des tourillons de la lunette ne seraient jamais nulles, en raison du défaut de rigoureuse perpendicularité des deux axes, mais seraient égales et de signes contraires dans les deux positions, cercle à droite et cercle à gauche. En pratique, on peut considérer les corrections à apporter, en raison de ces inclinaisons, aux lectures brutes du cercle horizontal, comme se détruisant dans la moyenne des lectures des deux positions.

Erreur moyenne d'une observation de direction (1)......... $m = \pm 6'',453 = \pm 2'',090$.
Erreur moyenne d'une observation de couple qui serait exempte de toute erreur de division (1)................. $\mu = \pm 5'',656 = \pm 1'',833$.
Erreur moyenne de division totale d'une direction observée (1) $\delta = \pm 2'',196 = \pm 0'',712$.
Erreur moyenne d'une direction finale (1)......... $m^* = \pm \frac{m}{\sqrt{4}} = \pm 3'',226 = \pm 1'',045$.

En prenant pour unité de poids le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction faite à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz à quatre microscopes (diamètre du cercle : $0^{m},42$), l'erreur moyenne d'une observation de direction effectuée avec cet instrument, telle qu'elle résulte de l'ensemble des déterminations exécutées par la méthode des angles, étant $\pm$ 5'',223 (2), on a pour les observations au théodolite précédentes :

Poids d'une observation de direction (comprenant deux visées, l'une dans la position cercle à droite, l'autre dans la position cercle à gauche) $= \frac{(5,223)^2}{(6,453)^2} = 0,655$.
Poids d'une direction finale...................................... $0,655 \times 4 = 2,620$.

77. *Stations où les observations astronomiques d'azimut ont été effectuées au cercle azimutal à quatre microscopes ou au théodolite à microscopes.* — Comme l'indique le Tableau de la page 102, la direction de la mire méridienne lointaine nord dont le capitaine Maurain avait, en octobre-novembre 1901, de 18 Panecillo, déterminé l'azimut astronomique, fut aussitôt reliée par le lieutenant Perrier, le 3 et le 4 décembre suivant, à la direction Pambamarca de la triangulation, par la mesure à l'aide du cercle azimutal à quatre microscopes Brunner frères nº 1, à 20 réitérations, de l'angle (Pambamarca-Mire méridienne nord). Mais le 5 juillet 1902, avant que les autres observations azimutales aient été faites à Panecillo, c'est-à-dire avant que la direction du signal (mire), élevé sur le sommet de Pambamarca, et déjà observé par le lieutenant Perrier, ait été complètement rattachée aux autres directions issues de Panecillo, le capitaine Lallemand constata, de Quito, la disparition de ce signal; il avait été, au mois de mai, complètement détruit par les Indigènes, ainsi que les repères qui eussent permis d'en reconstituer le centre. A la fin du mois de septembre suivant, le capitaine Maurain constata également la destruction du pilier et du repère qui marquaient l'emplacement du collimateur optique ayant servi de mire méridienne. Il fallait donc reprendre complètement toutes les opérations ayant pour objet la détermination des azimuts astronomiques des signaux de la triangulation observés de Panecillo. Afin d'éviter la réinstallation laborieuse d'une station de cercle méridien et de cercle azimutal, le capitaine Maurain a opéré, en novembre 1902, par une méthode spéciale, à l'aide d'un seul instrument, le cercle azimutal à quatre microscopes Brunner frères nº 3 : l'azimut astronomique d'un collimateur optique, servant

(1) Pour la définition et le calcul de ces erreurs, voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux;* troisième Partie : *Calcul des erreurs, conclusions.*
(2) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. C.19.

de signal auxiliaire, installé sur la loma de Ichimbia, presque exactement dans la direction d'un nouveau signal construit à Pambamarca, a été déterminé par l'observation d'étoiles de faibles déclinaisons, voisines de leur élongation maxima, tandis que le petit angle compris entre les directions de ces deux signaux a été mesuré à l'aide du micromètre oculaire de la lunette du cercle.

Le détail de toutes ces observations trouvera place dans le fascicule 1 du Tome IV, consacré aux *Différences de longitudes et azimuts astronomiques*. Mais afin de pouvoir donner plus loin (1) pour la station de Panecillo, comme pour les autres stations astronomiques d'azimut, les angles compris entre le plan vertical du signal auxiliaire dont l'azimut astronomique a été déterminé et les plans verticaux des signaux de la triangulation, il convient d'insérer ici un résumé des mesures du petit angle (Ichimbia-Pambamarca) (2).

Station de PANECILLO.

Cercle azimutal à quatre microscopes Brunner frères N° 3 (3).

POINT D'OBSERVATION AU CENTRE.

Observateur : Capitaine Maurain.

24-30 novembre 1910.

Angles (Signal auxiliaire de Ichimbia-Pambamarca) *observés au micromètre oculaire de la lunette du cercle azimutal.*

Tambour.	Dates.	Heures.	Nombres de pointés (4). Ichimbia.	Pambamarca.	Totaux.	Valeurs observées.
		h m				"
D	24 Novembre.	7. 0	10	10	20	9,854
G	24 »	»	20	10	30	9,396
D	25 »	17.30	20	40	60	6,437
G	25 »	»	20	30	50	8,350
D	26 »	17. 0	20	40	60	8,234
G	26 »	»	20	40	60	8,093
D	29 »	16.55	20	20	40	8,825
D	30 »	7. 0	20	20	40	9,858
D	30 »	»	20	20	40	8,726
G	30 »	»	20	20	40	10,057
G	30 »	»	20	20	40	9,594

Moyenne pondérée des valeurs obtenues tambour à droite : 8",361.
Moyenne pondérée des valeurs obtenues tambour à gauche : 8,959.

$$\text{Moyenne adoptée : } \frac{8'',361 + 8'',959}{2} = 8'',660.$$

(1) § 80, p. 112.

(2) La méthode employée est celle décrite au Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.30 et suivantes : *Petits angles mesurés au micromètre oculaire de la lunette du cercle azimutal.*

(3) Voir les constantes de l'instrument au Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.22.

(4) Ici, contrairement à ce qui a lieu pour les neuf autres angles mesurés à l'aide du micromètre oculaire de la lunette d'un cercle azimutal [*loc. cit.* à la note (2) ci-dessus], les nombres des pointés sur les deux signaux ne

78. Le capitaine Durand a déterminé, par observations du Soleil, les azimuts astronomiques suivants, de précision moindre :

STATIONS.	SIGNAUX AUXILIAIRES dont l'azimut astronomique a été déterminé (1).	AZIMUTS ASTRONOMIQUES DES SIGNAUX AUXILIAIRES. Instruments. Déterminations de l'heure.	Déterminations de l'azimut.	Dates. (Temps moyen astronomique).
61 Ereo............	Signal auxiliaire....	Théodolite à microscopes Huetz n° 6.	Théodolite à microscopes Huetz n° 6.	8-9 janv. 1906.
69 El Ahorcado.....	Signal auxiliaire....		Cercle azimutal à quatre microscopes Brunner fr. n° 1..........	28-29 janv. 1906.
70 Chocan..........	Signal auxiliaire.... (Viviate) (2).			9-10 févr. 1906.

STATIONS.	SIGNAUX AUXILIAIRES dont l'azimut astronomique a été déterminé (1).	RATTACHEMENTS GÉODÉSIQUES DES DIRECTIONS DES SIGNAUX AUXILIAIRES. Instrument.	Dates.	Poids de la direction finale *Signal auxiliaire* (3).	Renvois aux Tableaux numériques des observations.
61 Ereo............	Signal auxiliaire....	Cercle azimutal à quatre microscopes Brunner frères n° 1.	19-24 févr. 1906.	20	Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux.* P. B. 107, B. 108.
69 El Ahorcado.....	Signal auxiliaire....		24 jan.-2 fév. 1906.	20	P. B. 115, B. 116.
70 Chocan.	Signal auxiliaire.... (Viviate) (2).		7-10 fév. 1906.	20	P. B. 117, B. 118.

(1) Ce sont les signaux ayant servi de référence pour les observations azimutales effectuées par la méthode des directions. Voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux,* 61 station de Ereo, p. B.107, B.108 ; 69 station de El Ahorcado, p. B.115, B.116 ; 70 station de Chocan, p. B.117, B.118.

(2) Bien que le signal de Viviate appartienne à la triangulation, il doit être considéré ici comme signal auxiliaire, le côté (Chocan-Viviate) n'existant point dans la triangulation.

(3) L'unité de poids adoptée ici est le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction faite à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz, à quatre microscopes (diamètre du cercle : $0^{m},42$). Voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux,* notamment p. A.33 et Tableaux p. A.47 à A.49.

Enfin, le capitaine Perrier a déterminé à la station 56 Guachanama, par observations du Soleil, l'azimut astronomique d'un signal même de la triangulation, celui de 57 Colambo, en employant le théodolite à microscopes Huetz n° 3, aussi bien pour deux déterminations de l'heure que pour une de l'azimut, le 7 avril 1906 (temps moyen astronomique).

Les observations azimutales de premier ordre à la station 56 Guachanama ont été effectuées par le même officier, à l'aide du cercle azimutal à quatre

---

sont pas égaux pour une détermination quelconque. Le calcul de l'erreur moyenne de l'unité de poids et de l'erreur moyenne de la moyenne adoptée ne peut alors se faire par les formules simples données pour ces autres angles (Ibid., p. A.31).

microscopes Brunner frères n° 1, du 26 février au 29 mai 1906 [1], (poids d'une direction finale, en adoptant la même unité de poids que dans le Tableau précédent : 20).

79. En se reportant à ce qui a été dit plus haut [2] sur les déterminations d'azimuts astronomiques en général, il est à présent facile de comprendre comment seront définitivement arrêtés les azimuts astronomiques des signaux de la triangulation observés des stations astronomiques d'azimut et comment a été fixé l'azimut astronomique de départ adopté pour le calcul des coordonnées géodésiques des sommets du réseau.

80. *Azimuts astronomiques observés.* — En chaque station astronomique d'azimut, l'azimut astronomique d'un signal quelconque de la triangulation s'obtiendra en combinant convenablement l'azimut astronomique d'un signal déterminé avec l'angle azimutal compris entre les plans verticaux de ce signal et du signal de la triangulation considéré. Le cas échéant, les angles azimutaux observés doivent avoir préalablement subi la compensation de station et avoir été réduits, tout comme l'azimut astronomique, au centre de la station.

Le Tableau suivant indique quels ont été, aux dix stations astronomiques d'azimut, les points d'observation : 1° pour les observations astronomiques fournissant l'azimut astronomique d'un signal (signal auxiliaire ou signal même de la triangulation) ; 2° pour les observations géodésiques assurant le rattachement de la direction de ce signal à celles des signaux de la triangulation.

	Points d'observation.	
	Observations astronomiques.	Observations géodésiques.
1 Tulcan	Excentrique.	Au centre.
9 Pinllar	Excentrique.	Au centre.
18 Panecillo	Au centre.	Au centre.
33 Loma de Quito	Excentrique.	Au centre.
47 Cuenca	Excentrique.	Au centre.
56 Guachanama	Excentrique.	Excentrique.
61 Ereo	Excentrique.	Excentrique.
68 Payta	Excentrique.	Au centre.
69 El Ahorcado	Excentrique.	Excentrique.
70 Chocan	Excentrique.	Excentrique.

La réduction au centre des observations astronomiques et celle des observations géodésiques précitées exigent l'une et l'autre qu'on possède, entre autres éléments, une valeur approchée de la distance du signal dont l'azimut astronomique a été déterminé. Cette distance est connue avec précision pour les signaux employés à

(1) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.99 à B.101.
(2) §§ 56 et suiv., p. 56 et suiv.

Tulcan, Pinllar, Cuenca et Guachanama, qui sont complètement rattachés à la riangulation, avec une approximation suffisante pour le signal employé à Chocan, Viviate, [ce signal est bien un des signaux mêmes de la triangulation, mais le côté (Chocan-Viviate) n'existe pas dans celle-ci]. A Loma de Quito et Payta, la distance du signal auxiliaire est inconnue ; mais en chacune de ces stations, le signal auxiliaire (mire méridienne), le point d'observation excentrique d'où a été déterminé son azimut astronomique et le centre de la station ont été choisis aussi exactement que possible sur le même méridien, ce qui annule pratiquement la correction à apporter à l'azimut astronomique du signal auxiliaire pour le réduire au centre, circonstance qui se présente d'ailleurs aussi à Tulcan (pour les deux mires méridiennes employées), Pinllar et Cuenca. Enfin à Ereo et El Ahorcado, la distance du signal auxiliaire n'est connue qu'avec une très grossière approximation, mais toutes les observations astronomiques et géodésiques sans exception ayant été faites du *même* point excentrique, on déduit de l'azimut astronomique du signal auxiliaire observé l'azimut astronomique d'un signal quelconque de la triangulation (par exemple El Buitre), azimut qu'il est possible de réduire alors au centre de la station, tout comme les observations azimutales relatives aux signaux de la triangulation.

Voici donc, pour les dix stations astronomiques d'azimut, les angles azimutaux compensés et réduits au centre de la station qui, dans une des parties de la publication relative aux déterminations astronomiques ([1]), seront combinés avec les azimuts astronomiques observés, également réduits au centre (azimuts astronomiques de signaux auxiliaires pour six stations, de Colambo pour Guachanama, de El Buitre pour Ereo et El Ahorcado, de Viviate pour Chocan), de manière à donner finalement, aux centres de ces dix stations, les azimuts astronomiques des signaux de la triangulation :

1 TULCAN.

Premier signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Mire méridienne nord, (Angasmayo).
Angles azimutaux au centre ([2]).

	G "
Mire méridienne nord – El Pelado	124.2445,528
Mire méridienne nord – Machines	163.7788,329
Mire méridienne nord – Mire méridienne sud	200.0014,099
Mire méridienne nord – Troya	223.6071,540

Deuxième signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Mire méridienne sud, (la Rinconada).
Angles azimutaux au centre ([2]).

	G "
Mire méridienne sud – Troya	23.6057,441
Mire méridienne sud – Mire méridienne nord	199.9985,901
Mire méridienne sud – El Pelado	324.2431,429
Mire méridienne sud – Machines	363.7774,230

([1]) Tome IV, fascicule 1 : *Différences de longitudes et azimuts astronomiques.*

([2]) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.3, et Tome III, fascicule 2 : *Compensation des angles, Calcul des triangles*, p. 104 et 105.

A Tulcan, en raison du faible poids de la direction finale mire méridienne nord (6,090), les azimuts astronomiques des signaux, déduits de l'azimut astronomique de cette mire, doivent être regardés comme destinés seulement à vérifier ceux qui sont déduits de l'azimut astronomique de la mire méridienne sud, considérés comme fondamentaux.

9 Pinllar.

Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Mire méridienne sud, (Cunrro).
Angles azimutaux au centre (1).

	G ″
Mire méridienne sud - El Redondo	28.1738,639
Mire méridienne sud - El Pelado	167.9403,963
Mire méridienne sud - Yana Urcu	281.5363,446

18 Panecillo.

Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Signal auxiliaire, (Ichimbia).
Angles azimutaux au centre (2).

	G ″
Signal auxiliaire – Pambamarca	0.0008,660
Signal auxiliaire – Quito (Observatoire)	18.2878,561
Signal auxiliaire – Culangal	35.6243,941
Signal auxiliaire – Casitagua	58.9663,332
Signal auxiliaire – Corazon	245.2948,893
Signal auxiliaire – Sincholagua sud	299.3807,676
Signal auxiliaire – Poingasi	299.6386,862
Signal auxiliaire – Sincholagua nord	300.2928,220

33 Loma de Quito (Riobamba).

Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Mire méridienne nord.
Angles azimutaux au centre (3).

	G ″
Mire méridienne nord – Chimborazo	35.8352,547
Mire méridienne nord – Zagrun	211.2220,171
Mire méridienne nord – Terme est de la base de Riobamba	266.5347,088
Mire méridienne nord – Aupate	280.4167,140
Mire méridienne nord – Igualata	387.8158,986

47 Cuenca.

Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Mire méridienne nord.
Angles azimutaux au centre (4).

	G ″
Mire méridienne nord – Borma	269.3077,250
Mire méridienne nord – Yausai	342.0122.976
Mire méridienne nord – Ñamurelte	398.2226,574

(1) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.19.

(2) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.35 à B.38 et Tome III, fascicule 2 : *Compensation des angles, Calcul des triangles*, p. 108.

(3) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.62 et B.63.

(4) Ibid. p. B.85.

56 Guachanama.

Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Colambo.
Angles azimutaux au centre (¹).

Colambo – Fierro Urcu	$62^{G}.5381''{,}871$
Colambo – Chilla Cocha	98.3996,330
Colambo – la Masa	275.5914,235
Colambo – los Pozos	325.7219,309

61 Ereo.

Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé au point d'observation excentrique : Signal auxiliaire.
Signal dont l'azimut astronomique a été réduit au centre de la station : El Buitre.
Angles azimutaux au centre (²).

El Buitre – Punta Arena	$59^{G}.0560''{,}409$
El Buitre – Los Pozos	224.5381,748
El Buitre – La Masa	289.4289,747

68 Payta.

Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Mire méridienne sud.
Angles azimutaux au centre (³).

Mire méridienne sud – Chocan	$71^{G}.4715''{,}196$
Mire méridienne sud – El Arenal	166.0899,159

69 El Ahorcado.

Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé au point d'observation excentrique : Signal auxiliaire.
Signal dont l'azimut astronomique a été réduit au centre de la station : El Buitre.
Angles azimutaux au centre (⁴).

El Buitre – Terme est de la base de Viviate	$59^{G}.5670''{,}113$
El Buitre – Terme ouest de la base de Viviate	76.8245,555
El Buitre – Chocan	123.3867,929
El Buitre – Punta Arena	349.5426,387

70 Chocan.

Signal dont l'azimut astronomique a été déterminé : Viviate (⁵).
Angles azimutaux au centre (⁶).

Viviate – Terme est de la base de Viviate	$18^{G}.9165''{,}651$
Viviate – Terme ouest de la base de Viviate	36.7359,537
Viviate – El Arenal	47.2039,540
Viviate – Payta	104.5240,999
Viviate – El Ahorcado	343.7726,846

(¹) Tome III, fascicule I : *Angles azimutaux*, p. B.99 à B.101.
(²) Ibid., p. B.107 et B.108.
(³) Ibid., p. B.114 et B.115.
(⁴) Ibid., p. B.115 et B.116.
(⁵) Voir au sujet de Viviate, considéré comme signal auxiliaire, la remarque, note (²) du Tableau p. 109.
(⁶) Tome III, fascicule I : *Angles azimutaux*, p. B.117 et B.118.

81. *Azimut astronomique de départ adopté pour le calcul des coordonnées géodésiques des sommets du réseau.* — Le point origine adopté pour le calcul des coordonnées géodésiques des sommets du réseau tracé sur l'ellipsoïde de référence, point en lequel l'ellipsoïde et la surface de niveau à étudier sont tangents, a été précédemment défini comme se trouvant sur la verticale du centre de la station 33 Loma de Quito et à $17^{m},789$ au-dessus du repère qui indique ce centre.

La mire méridienne nord, dont l'azimut astronomique a été déterminé à cette station n'est pas complètement rattachée à la triangulation, mais sa direction a été comprise dans l'ensemble des directions observées de la station. La détermination d'un azimut astronomique de départ exige donc une compensation préalable des angles compris entre le plan vertical de la mire méridienne d'une part, les plans verticaux contenant les tangentes aux côtés géodésiques de l'autre (1). L'exemple théorique précédemment donné se rapporte au cas d'une station à six directions, y compris celle de la mire méridienne; c'est précisément celui de Loma de Quito. Il suffit donc ici de transcrire sans autre explication les calculs relatifs à cette compensation :

Directions (2).

1. Zagrun.
2. Terme est de la base de Riobamba.
3. Aupate.
4. Igualata.
5. Mire méridienne nord.
6. Chimborazo.

Angles du réseau primordial compensés (3).

$$P_{1.2} = 55^{G}.3126'',410,$$
$$P_{1.3} = 69^{G}.1949'',083,$$
$$P_{1.4} = 176^{G}.5941'',347,$$
$$P_{1.6} = 224^{G}.6136'',248.$$

Angles observés (4).

$$A_1 = 211^{G}.2220'',274,$$
$$B_1 = 266^{G}.5347'',068,$$
$$C_1 = 280^{G}.4167'',281,$$
$$D_1 = 387^{G}.8158'',893,$$
$$F_1 = 35^{G}.8352'',957.$$

(1) § 58, p. 59 à 62.

(2) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.63. On n'a évidemment pas conservé ici la direction Chujuj, bien qu'elle ait été observée, car elle correspond à un signal qui a été détruit après les observations. Voir ibid., p. A.59 et suiv.

(3) Voir plus loin figure 6, p. A.24 à A.29.

(4) Voir note (2) ci-dessus.

Équations de condition auxquelles doivent satisfaire les inconnues A, B, C, D, F.

$$+A-B \qquad\qquad + 55^{G}.3126'',410 = 0,$$
$$+A \qquad -C \qquad + 69.1949,083 = 0,$$
$$+A \qquad\qquad -D \qquad + 176.5941,347 = 0,$$
$$+A \qquad\qquad\qquad -F + 224.6136,248 = 0.$$

Équations de condition auxquelles doivent satisfaire les corrections (1), (2), (3), (4), (6).

$$+(1)-(2) \qquad\qquad -0'',384 = 0,$$
$$+(1) \qquad -(3) \qquad +2,076 = 0,$$
$$+(1) \qquad\qquad -(4) \qquad +2,728 = 0,$$
$$+(1) \qquad\qquad\qquad -(6) + 3,565 = 0.$$

Équations corrélatives.

$$(1) = +\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4,$$
$$(2) = -\lambda_1,$$
$$(3) = \qquad -\lambda_2,$$
$$(4) = \qquad\qquad -\lambda_3,$$
$$(6) = \qquad\qquad\qquad -\lambda_4.$$

Équations normales.

$$2\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 - 0,384 = 0,$$
$$\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + 2,076 = 0,$$
$$\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3 + \lambda_4 + 2,728 = 0,$$
$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + 2\lambda_4 + 3,565 = 0,$$

d'où, par les transformations indiquées (¹) :

$$\lambda_1 = +1,981,$$
$$\lambda_2 = -0,479,$$
$$\lambda_3 = -1,131,$$
$$\lambda_4 = -1,968,$$

et enfin :

$$(1) = -1'',597,$$
$$(2) = -1,981,$$
$$(3) = +0,479,$$
$$(4) = +1,131,$$
$$(6) = +1,968.$$

$$A = 211^{G}.2218'',677,$$
$$B = 266.5345,087,$$
$$C = 280.4167,760,$$
$$D = 387.8160,024,$$
$$F = 35.8354,925.$$

(¹) § 58, p. 62.

L'azimut astronomique de départ adopté pour le calcul des coordonnées géodésiques des sommets du réseau a été celui du côté (9) (Loma de Quito-Aupate), obtenu en combinant convenablement l'angle C, soit (Mire méridienne nord-Aupate) avec l'azimut astronomique observé de la mire méridienne nord [1].

82. *Signaux auxiliaires dont l'azimut astronomique a été déterminé et qui sont rattachés à la triangulation.* — Ces signaux sont au nombre de quatre [2] :

1° Mire méridienne nord de la station astronomique 1 Tulcan, (Angasmayo);
2° Mire méridienne sud de la station astronomique 1 Tulcan, (La Rinconada);
3° Mire méridienne sud de la station astronomique 9 Pinllar, (Cunrro);
4° Mire méridienne nord de la station astronomique 47 Cuenca.

Chacun a joué un rôle important dans la triangulation générale du pays, soit qu'il ait servi de référence pour les nombreuses séries d'observations de points secondaires faites de stations du premier ordre, soit qu'en y stationnant, on ait intersecté des points secondaires, soit qu'ils aient été observés pour effectuer le relèvement de stations secondaires.

La compensation et le calcul des triangles des figures qui rattachent les trois premiers à la triangulation sont publiés dans le présent fascicule (figures I et II, comprenant les triangles [116] à [121] et triangle [124]). La figure de rattachement de la mire méridienne sud de la station astronomique 9 Pinllar est d'ailleurs un triangle, [124], comprenant un angle conclu et, par suite, ne donnant lieu à aucune compensation. Dans la compensation de la figure I, on doit ne pas oublier qu'en prenant pour unité de poids le poids des angles finals (Tulcan-El Pelado-Mire méridienne nord) et (Tulcan-Machines-Mire méridienne nord), le poids de l'angle (Mire méridienne nord-Tulcan-El Pelado) est seulement 0,467 [3].

En ce qui concerne la mire méridienne de la station astronomique 47 Cuenca, la position de cette mire ayant été fixée par un relèvement, sa figure de rattachement n'a pas été compensée par le calcul, mais par une méthode graphique spéciale dont il sera fait un emploi étendu dans la description géométrique générale du pays. Aussi cette compensation n'est-elle pas insérée ici. Le lecteur est prié de se reporter au fascicule consacré à la triangulation de la région centrale [4].

c. — *Figure III : Rattachement de Padre Urcu.*

83. La figure III assure le rattachement de Padre Urcu au réseau primordial. Les raisons pour lesquelles ce point a été exclu de ce réseau, après avoir dû en faire

(1) On trouvera toutes les données relatives à la détermination et au calcul de ce dernier dans le Tome IV fascicule 1 : *Différences de longitudes et azimuts astronomiques.*

(2) Sans compter Viviate, signal auxiliaire employé à 70 Chocan, et qui appartient lui-même à la triangulation.

(3) P. A.46.

(4) Tome V, fascicule 2 : *Géodésie de la région interandine centrale de la République de l'Équateur.*

partie et avoir été, comme tel, observé de 5 Mirador, 3 El Pelado et 9 Pinllar, ont été développées dans l'explication des anomalies que présentent les observations d'angles azimutaux (1). Le rôle important qu'a joué Padre Urcu dans la triangulation générale de la région nord (2), comme point intersecté avec une haute précision, justifie la compensation de la figure qui le rattache au réseau primordial.

Les observations de Padre Urcu faites à 3 El Pelado, 5 Mirador et 9 Pinllar, insérées dans le fascicule consacré aux angles azimutaux (3), ne sont pas les seules observations de ce point qui aient été exécutées au cercle azimutal. De la station 10 El Redondo, le signal de Padre Urcu, bien qu'il fût réduit depuis le 14 juin 1903 à un simple pilier tronconique de gazons, haut de $1^{m},60$, offrait d'excellents pointés et une référence commode pour les nombreuses séries d'observations des points remarquables de la région, exécutées en vue de la triangulation générale du pays. Aussi, le lieutenant Perrier l'a-t-il intersecté de cette station à l'aide du cercle azimutal à quatre microscopes Brunner frères n° 1 (30 août 1903), en mesurant à quatre réitérations l'angle (Terme sud de la base de San Gabriel-Padre Urcu). On n'a pas cru devoir compliquer la figure de rattachement de Padre Urcu et sa compensation en tenant compte de ces observations; mais, comme on aura à les utiliser ultérieurement (4), en voici les résultats numériques :

---

(1) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*; VIII : *Explication de quelques anomalies*, p. A.52 et A.53.

(2) Voir Tome V, fascicule 1 : *Géodésie, topographie et pétrographie de la région interandine septentrionale de la République de l'Équateur.*

(3) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.6, B.7, B.12, B.13, B.119.

(4) Dans le fascicule 1 du Tome V : *Géodésie, topographie et pétrographie de la région interandine septentrionale de la République de l'Équateur.*

Station de EL REDONDO.

Cercle azimutal
à quatre microscopes
Brunner frères N° 1 (1).

POINT D'OBSERVATION AU CENTRE.

30 août 1903.

Observateur :
Lieutenant Perrier.

Méthode des directions.

$n = 2 \qquad p = 4$ (2).

I. — *Angles* (Terme sud de la base de San Gabriel-Padre Urcu) *observés.*

TAMBOUR.	SENS.	CALAGES.	HEURES.	VALEURS observées.
		G	h m	G "
D	D	0	13.49	95.2 38,66
G	D	25	15. 1	40,09
G	I	50	14.22	33,34
D	I	75	14.42	36,15
				95.2437,060

II. — *Corrections aux directions observées et directions corrigées.*

DIRECTIONS (3).	DIRECTIONS observées.	CORRECTIONS de l'altitude.	CORRECTIONS de la ligne géodésique.	DIRECTIONS corrigées.
	"	"	"	G "
*Terme sud........	00,000	−0,014	+0,013	0.0000,000
Padre Urcu........	37,060	+0,335 (4)	−0,013	95.2437,383

Erreur moyenne d'une observation de direction (5).. $m = \pm 1'',483 = \pm 0'',480$.
Erreur moyenne d'une direction finale (5) .... $m^* = \pm 0'',741 = \pm 0'',240$.

---

(1) Voir les constantes de l'instrument Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.22.

(2) Conformément aux notations du fascicule 1 du Tome III : *Angles azimutaux*, *n* désigne le nombre des directions issues de la station, *p* le poids d'une direction finale, en prenant pour unité de poids le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction faite à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz, à quatre microscopes (diamètre du cercle : $0^m,42$).

(3) Conformément à la disposition typographique adoptée dans le fascicule 1 du Tome III : *Angles azimutaux*, l'astérisque qui précède une direction indique qu'un héliotrope était installé à la station correspondante et qu'une partie, sinon la totalité des observations, a été faite sur cet héliotrope.

(4) Valeur de H employée pour le calcul de la correction de l'altitude : $+ 1008^m$.

(5) Pour la définition et le calcul de ces erreurs, voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux;* troisième Partie : *Calcul des erreurs, conclusions.*

d. — Triangles [125], [126], [127] *et* [128] :
Rattachement de 13 *Cayambe,* 14 *Casitagua,* 17 *Quito* (*Observatoire*) *et* 19 *Poingasi.*

84. Les conditions dans lesquelles s'est effectué le rattachement de la station astronomique (de latitude et différences de longitudes) 17 Quito (Observatoire) et des stations astronomiques de latitude 13 Cayambe, 14 Casitagua, 19 Poingasi, ont été exposées dans l'explication des anomalies que présentent les observations d'angles azimutaux [1].

La figure de rattachement s'appuie sur le côté (49) (Pambamarca-Panecillo) du réseau primordial. Complète, telle qu'elle résulte des observations azimutales exécutées, elle comprend le pentagone [Casitagua-Pambamarca-Quito-Panecillo-Poingasi] et le triangle [128] [Cayambe-Casitagua-Pambamarca]. Pour cette figure, $s=6$, $s'=0$, $l=11$, $l'=0$, $a=6$, $c=2$, $a'=0$, $c'=0$, $r=8$. La compensation de ses angles s'effectue en compensant séparément le pentagone et le triangle.

Si l'on supprime les petits côtés (Panecillo-Quito) $= 2367^{m},427$ et (Panecillo-Poingasi) $= 3594^{m},852$, la figure de rattachement se réduit à quatre triangles dont l'un, [125] [Casitagua-Panecillo-Pambamarca], s'appuie sur le côté (49) (Pambamarca-Panecillo) du réseau primordial, tandis que les trois autres, [126] [Quito-Pambamarca - Casitagua], [127] [Poingasi - Pambamarca - Casitagua] et [128] [Cayambe-Casitagua-Pambamarca], s'appuient sur le côté (164) (Casitagua-Pambamarca) du précédent.

La première solution, celle qui conserve les petits côtés (Panecillo-Quito) et (Panecillo-Poingasi), paraît tout d'abord la plus logique et *a priori* il semble n'exister aucune raison de supprimer ces côtés. La compensation des angles et le calcul des triangles de la figure de rattachement se présentent alors comme il suit [2]:

---

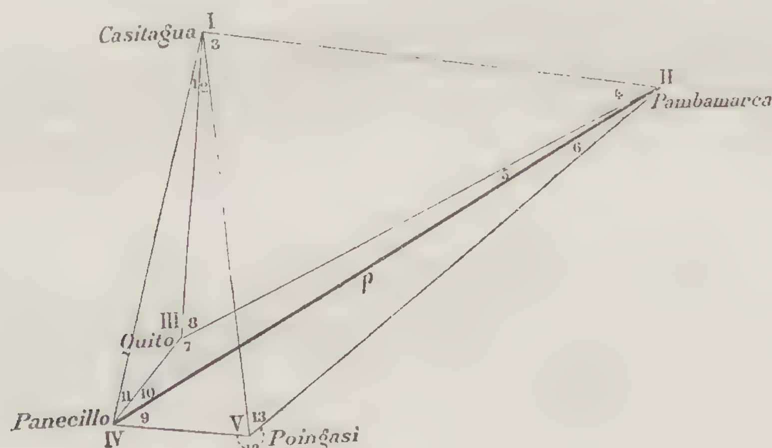
(1) Voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux;* VIII : *Explication de quelques anomalies*, p. A.53 à A.56.

(2) Voir plus loin § 92 et 93, p. 137 à 139, des explications sur les Tableaux numériques de la première Partie et de la deuxième Partie du présent fascicule, applicables également aux Tableaux ci-après, sauf exceptions mentionnées p. 124.

Rattachement de 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire) et 19 Poingasi en tenant compte des côtés (Panecillo-Quito) et (Panecillo-Poingasi).

1° *Compensation des angles.*

La figure de rattachement se divise elle-même en deux figures : 1° le pentagone |Casitagua-Pambamarca-Quito-Panecillo-Poingasi|; 2° le triangle |128| |Cayambe-Casitagua-Pambamarca|. Voici la compensation des angles du pentagone :



Renvoi aux stations.
(T. III, fasc. 1.)

Casitagua.......	14
Pambamarca.....	15 *bis*
Quito...........	17
Panecillo........	18 *bis*
Poingasi.........	19

Figure *i*.

ÉLÉMENT COMPENSÉ.

Côté.

$\log p = 4{\cdot}58221102$ côté (49)

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

	G ″			G ″
Casitagua.....	102.5478,550 + (1) + (2) + (3)		Quito.........	64.6803,011 + (8)
Panecillo......	58.9684,909 + (10) + (11)		Pambamarca...	37.2965,303 + (4)
Pambamarca..	38.4841,934 + (4) + (5)		Casitagua......	98.0233,875 + (2) + (3)
Σ =	200.0005,393		Σ =	200.0002,189
ε =	5,226		ε =	4,783
E =	+ 0,167		E =	− 2,594

(1) $0 = +0'',167 + (1) + (2) + (3) + (4) + (5) + (10) + (11)$ $0 = -2'',594 + (2) + (3) + (4) + (8)$

	G ″			G ″
Quito.........	154.7916,697 − (7) − (8)		Quito.........	180.5280,292 + (7)
Casitagua.....	4.5244,675 + (1)		Panecillo......	18.2870,220 + (10)
Panecillo......	40.6814,689 + (11)		Pambamarca...	1.1876,631 + (5)
Σ =	199.9976,061		Σ =	200.0027,143
ε =	0,241		ε =	0,202
E =	− 24,180		E =	+ 26,941

(2) $0 = -24'',180 + (1) - (7) - (8) + (11)$ (3) $0 = +26'',941 + (5) + (7) + (10)$

Poingasi....... 58^{G}.5284$''$,010 + (13)
Pambamarca... 44.4526,299 + (4) + (5) + (6)
Casitagua...... 97.0186,395 + (3)

Σ = 199.9996,704
ε = 5,941
E = − 9,237

$o = -9'',237 + (3) + (4) + (5) + (6) + (13)$

Poingasi....... 93^{G}.6722$''$,349 − (12)
Pambamarca... 5.9684,365 + (6)
Panecillo...... 100.3621,382 + (9)

Σ = 200.0028,096
ε = 1,081
E = + 27,015

(4) $o = +27'',015 + (6) + (9) - (12)$

Poingasi .... 35^{G}.1438$''$,339 − (12) − (13)
Casitagua....... 5.5292,155 + (1) + (2)
Panecillo....... 159.3306,291 + (9) + (10) + (11)

Σ = 200.0036,785
ε = 0,366
E = + 36,419

(5) $o = +36'',419 + (1) + (2) + (9) + (10) + (11) - (12) - (13)$

ÉQUATIONS AUX CÔTÉS [1].

$$1 = \frac{\sin \text{I.IV.II} \sin \text{II.V.IV} \sin \text{II.I.V}}{\sin \text{II.I.IV} \sin \text{II.IV.V} \sin \text{I.V.II}}$$

I.IV.II = 58^{G}.9683$''$,167 + (10) + (11) log sin = $\bar{1}$·90275639 + 51,3 [(10) + (11)]
II.V.IV = 93.6721,989 − (12) » = $\bar{1}$·99785111 − 6,8 (12)
II.I.V = 97.0184,414 + (3) » = $\bar{1}$·99952352 + 3,2 (3)

$\bar{1}$·90013102

II.I.IV = 102^{G}.5476$''$,808 + (1) + (2) + (3) log sin = $\bar{1}$·99965215 − 2,7 [(1) + (2) + (3)]
II.IV.V = 100.3621,021 + (9) » = $\bar{1}$·99999298 − 0,4 (9)
I.V.II = 58.5282,030 + (13) » = $\bar{1}$·90048350 + 52,0 (13)

$\bar{1}$·90012863

(6) $o = +0,239 + 0,0027\,(1) + 0,0027\,(2) + 0,0059\,(3) + 0,0004\,(9) + 0,0513\,(10) + 0,0513\,(11)$
$- 0,0068\,(12) - 0,0520\,(13)$

$$1 = \frac{\sin \text{III.I.IV} \sin \text{I.II.III} \sin \text{II.IV.III}}{\sin \text{I.IV.III} \sin \text{II.I.III} \sin \text{III.II.IV}}$$

III.I.IV = 4^{G}.5244$''$,595 + (1) log sin = $\bar{2}$·85132092 + 958,2 (1)
I.II.III = 37.2963,709 + (4) » = $\bar{1}$·74265276 + 102,8 (4)
II.IV.III = 18.2870,153 + (10) » = $\bar{1}$·45227366 + 230,9 (10)

$\bar{2}$·04624734

I.IV.III = 40^{G}.6814$''$,609 + (11) log sin = $\bar{1}$·77554595 + 91,8 (11)
II.I.III = 98.0232,280 + (2) + (3) » = $\bar{1}$·99979060 + 2,1 [(2) + (3)]
III.II.IV = 1.1876,564 + (5) » = $\bar{2}$·27078550 + 3656,8 (5)

$\bar{2}$·04612205

(7) $o = +12,529 + 0,9582\,(1) - 0,0021\,(2) - 0,0021\,(3) + 0,1028\,(4) - 3,6568\,(5)$
$+ 0,2309\,(10) - 0,0918\,(11)$

---

[1] Voir p. 124 une remarque au sujet de ces équations aux côtés.

RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

(1) $0 = + \ 0,167 + (1) + (2) + (3) + (4) + (5) + (10) + (11)$

(2) $0 = - 24,180 + (1) - (7) - (8) + (11)$

(3) $0 = + 26,941 + (5) + (7) + (10)$

(4) $0 = + 27,015 + (6) + (9) - (12)$

(5) $0 = + 36,419 + (1) + (2) + (9) + (10) + (11) - (12) - (13)$

(6) $0 = + \ 0,239 + 0,0027\,(1) + 0,0027\,(2) + 0,0059\,(3) + 0,0004\,(9) + 0,0513\,(10) + 0,0513\,(11) - 0,0068\,(12) - 0,0520\,(13)$

(7) $0 = + 12,529 + 0,9582\,(1) - 0,0021\,(2) - 0,0021\,(3) + 0,1028\,(4) - 3,6568\,(5) + 0,2309\,(10) - 0,0918\,(11)$

ÉQUATIONS NORMALES.

		λ_1.	λ_2.	λ_3.	λ_4.	λ_5.	λ_6.	λ_7.
(I)	0 = + 0,167	+ 7.	+ 2.	+ 2.	»	+ 4.	+ 0,1139	− 2,4609
(II)	0 = − 24,180	+ 2.	+ 4.	− 1.	»	+ 2.	+ 0,0540	+ 0,8664
(III)	0 = + 26,941	+ 2.	− 1.	+ 3.	»	+ 1.	+ 0,0513	− 3,4259
(IV)	0 = + 27,015	»	»	»	+ 3.	+ 2.	+ 0,0072	»
(V)	0 = + 36,419	+ 4.	+ 2.	+ 1.	+ 2.	+ 7.	+ 0,1672	+ 1,0952
(VI)	0 = + 0,239	+ 0,1139	+ 0,0540	+ 0,0513	+ 0,0072	+ 0,1672	+ 0,008063	+ 0,009705
(VII)	0 = + 12,529	− 2,4609	+ 0,8664	− 3,4259	»	+ 1,0952	+ 0,009705	+ 14,362652

QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = + 4,7760740$ $\lambda_3 = - 14,5046838$ $\lambda_5 = - \ 9,8889734$ $\lambda_7 = - 3,0742874$

$\lambda_2 = + 3,1372441$ $\lambda_4 = - \ 2,8574945$ $\lambda_6 = + 185,4765854$

CORRECTIONS AUX ANGLES.

Station	Angle	Correction
Casitagua	(1)	= − 4",420650
	(2)	= − 4,605656
	(3)	= + 5,876842
Pambamarca	(4)	= + 4,460037
	(5)	= + 1,513444
	(6)	= − 2,857495
Quito	(7)	= − 17,641928
	(8)	= − 3,137244
Panecillo	(9)	= − 12",672277
	(10)	= − 10,812488
	(11)	= + 7,821513
Poingasi	(12)	= + 11,485227
	(13)	= + 0,244191

2° *Triangles.*

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS.	
						Logarithmes.	Numéros.
	[125]	G ″	″	G ″	″		
14	Casitagua	102.5478,550	− 3,1495	102.5475,4005	73,659	4·58221102	(49)
18 *bis*	Panecillo.................	58.9684,909	− 2,9910	58.9681,9180	80,176	4·48531365	(164)
15 *bis*	Pambamarca.............	38.4841,934	+ 5,9735	38.4847,9075	46,165	4·33718462	(165)
		200.0005,393	+ 0,167	5,226			
	[126]						
17	Quito.....................	64.6803,011	− 3,1372	64.6799,8738	98,279	4·48531365	(164)
15 *bis*	Pambamarca.............	37.2965,303	+ 4,4600	37.2969,7630	68,169	4·29855125	(166)
14	Casitagua........	98.0233,875	+ 1,2712	98.0235,1462	33,552	4·55568453	(167)
		200.0002,189	− 2,594	4,783			
17	Quito.....................	180.5280,292	−17,6419	180.5262,6501	62,583	4·58221102	(49)
18 *bis*	Panecillo.................	18.2870,290	−10,8125	18.2859,4075	59,340	4·55568453	(167)
15 *bis*	Pambamarca.............	1.1876,631	+ 1,5134	1.1878,1444	78,077	3·37427666	
		200.0027,143	+26,941	0,202			
17	Quito.....................	154.7916,697	+20,7792	154.7937,4762	37,396	4·33718462	(165)
14	Casitagua................	4.5244,675	− 4,4207	4.5240,2543	40,174	3·37427667	
18 *bis*	Panecillo................	40.6814,689	+ 7,8215	40.6822,5105	22,430	4·29855124	(166)
		199.9976,061	−24,180	0,241			
	[127]						
19	Poingasi	58.5284,010	+ 0,2442	58.5284,2542	82,274	4·48531365	(164)
15 *bis*	Pambamarca.............	44.4526,299	+ 3,1160	44.4529,4150	27,435	4·39296499	(168)
14	Casitagua	97.0186,395	+ 5,8768	97.0192,2718	90,291	4·58435374	(169)
		199.9996,704	− 9,237	5,941			
19	Poingasi	93.6722,349	−11,4852	93.6710,8638	10,504	4·58221102	(49)
15 *bis*	Pambamarca	5.9684,365	− 2,8575	5.9681,5075	81,147	3·55568143	
18 *bis*	Panecillo.................	100.3621,382	−12,6723	100.3608,7097	08,349	4·58435374	(169)
		200.0028,096	+27,015	1,081			
19	Poingasi	35.1438,339	−11,7294	35.1426,6096	26,487	4·33718462	(165)
14	Casitagua	5.5292,155	− 9,0263	5.5283,1287	83,007	3·55568106	
18 *bis*	Panecillo.................	159.3306,291	−15,6633	159.3290,6277	90,506	4·39296492	(168)
		200.0036,785	+36,419	0,366			
	[128]						
13	Cayambe..................	51.9073,523	+ 0,8620	51.9074,3850	73,227	4·48531365	(164)
14	Casitagua	24.0969,356	+ 0,8620	24.0970,2180	69,060	4·19086016	(170)
15 *bis*	Pambamarca	123.9958,008	+ 0,8620	123.9958,8700	57,713	4·59158936	(171)
		200.0000,887	− 2,586	3,473			

Dans la compensation précédente, la petitesse des angles III.I.IV et III.II.IV, et par suite les fortes valeurs des accroissements des logarithmes de leurs sinus pour des accroissements de l'arc égaux à une seconde centésimale, ont obligé exceptionnellement à exprimer les coefficients des corrections et les termes connus dans les équations aux côtés en unités du cinquième (et non du sixième) ordre décimal du logarithme, à conserver dans les coefficients des inconnues et les termes connus des équations normales 6 décimales (au lieu de 5), à résoudre ces équations avec 7 décimales (au lieu de 5) et à calculer les corrections avec 6 décimales (au lieu de 5) [1].

Mais ce qui frappe surtout, c'est la grandeur inusitée des corrections. L'erreur moyenne de l'observation dont le poids a été pris pour unité de poids dans les calculs de compensation, c'est-à-dire, dans le cas présent, l'erreur moyenne d'un angle final observé, déduite de ces calculs de compensation, est donnée [2] par la formule :

$$M^* = \pm\sqrt{\frac{\text{somme des carrés des corrections}}{\text{nombre des équations de condition}}}.$$

On trouve :

$$M^* = \pm\sqrt{\frac{897,3604}{7}} = \pm 11'',322,$$

valeur tout à fait anormale.

Or, aux stations du pentagone, on a obtenu [3] les valeurs moyennes suivantes pour les erreurs moyennes m d'une observation de direction (ou d'une observation de couple), calculées par trois méthodes différentes :

		Valeurs moyennes : $m = \frac{m_v + m_u + m_w}{3}$.
14	Casitagua	$\pm 7'',221$,
15 *bis*	Pambamarca	3,855,
17	Quito	5,896,
18 *bis*	Panecillo	5,880,
19	Poingasi	5,848.

En prenant pour unité de poids le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction, les poids p d'une direction finale observée sont respectivement en ces stations 20, 20, 24, 20 et 24; il en résulte pour une direction finale les erreurs moyennes $m^* = \frac{m}{\sqrt{p}}$:

(1) Voir plus haut § 18, p. 19, § 22, p. 23 et 24, et plus loin § 91, p. 135 à 137.

(2) Voir plus haut §§ 31 à 35, p. 31 à 34.

(3) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, Tableaux des pages C.8 et C.9, C.10 et C.11.

		m^*.
14	Casitagua	$\pm 1'',615$,
15 *bis*	Pambamarca	0,862,
17	Quito	1,204,
18 *bis*	Panecillo	1,315,
19	Poingasi	1,194.

Ainsi, la considération des valeurs directement observées, indépendamment de toute idée de compensation du réseau, conduit aux valeurs suivantes de l'erreur moyenne d'un angle final observé, $M^* = m^* \sqrt{2}$:

		M^*.
14	Casitagua	$\pm 2'',283$,
15 *bis*	Pambamarca	1,219,
17	Quito	1,702,
18 *bis*	Panecillo	1,859,
19	Poingasi	1,688.

Valeur moyenne : $M^* = \pm 1'',750$.

On constate donc ici, dans le sens habituel, ce désaccord déjà signalé [1] entre les deux valeurs de la même erreur M^* obtenues l'une a priori, après les observations et abstraction faite de toute compensation, l'autre par les calculs de compensation même. Celle-ci est supérieure de $9'',572$ à celle-là. On peut alors affirmer que les observations sont entachées d'erreurs systématiques considérables, et il est aisé d'en deviner la raison.

L'examen plus attentif des valeurs des corrections aux angles montre en effet que les plus fortes corrections portent sur les angles suivants :

En Quito	Panecillo-Pambamarca,
En Panecillo	Poingasi-Pambamarca, Pambamarca-Quito, Quito-Casitagua,
En Poingasi	Panecillo-Pambamarca,

angles tous formés par l'un des petits côtés (Panecillo-Quito) ou (Panecillo-Poingasi).

Si l'on se reporte aux conditions dans lesquelles ont été effectuées les observations le long de ces petits côtés, on fait les constatations suivantes :

1° Au point de vue des signaux :

a. Les mires en bois observées à Panecillo de Quito et Poingasi et à Poingasi de Panecillo avaient les dimensions normales employées dans les autres opérations de la triangulation [2], circonstance bien défavorable pour des observations à d'aussi courtes distances : les pointés au double fil mobile du cercle azimutal étaient

(1) Voir plus haut, § 38, p. 36 et 37.

(2) Voir t. III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.10.

rendus incertains par les dimensions apparentes exagérées de la mire, et les influences des erreurs de phase et des erreurs de centrage du signal étaient considérablement augmentées.

b. Aucun signal n'a été installé en Quito pour les observations faites de Panecillo : l'observateur pointait alternativement les deux bords verticaux de la tour principale et centrale de l'Observatoire (tour de l'équatorial) [1], circonstance éminemment favorable aux erreurs de phase et de centrage.

2° Au point de vue des observations :

a. A Quito, tous les angles s'appuyant sur la direction Panecillo ont été mesurés le 5 mai 1903 entre 8^h5^m et 9^h55^m (matin), et le 6 mai 1903 entre 8^h10^m et 10^h30^m (matin) [2].

b. A Panecillo, tous les angles s'appuyant sur la direction Poingasi ont été mesurés le 16 avril 1903 entre 8^h30^m (matin) et 15^h20^m (soir), et le 18 avril 1903 entre 12^h35^m et 16^h20^m (soir); presque tous les angles s'appuyant sur la direction Quito ont été mesurés le 16 avril 1903 entre 13^h10^m et 15^h20^m (soir), et le 21 avril 1903 entre 14^h25^m et 16^h15^m (soir) [3].

c. A Poingasi, tous les angles s'appuyant sur la direction Panecillo ont été mesurés le 26 avril 1903 entre 7^h25^m et 8^h50^m (matin), et le 27 avril 1903 entre 7^h40^m et 9^h45^m (matin) [4].

Cette rapidité relative des observations, faites, en une station et pour une direction déterminée, en général toujours aux mêmes heures de la journée, était malheureusement imposée par les circonstances [5]. Elle explique comment les erreurs de pointé, de phase et de centrage, fort à craindre, on a indiqué pour quelles raisons, dans les observations le long des petits côtés (Panecillo-Quito), (Panecillo-Poingasi), ont eu, sur les valeurs observées des directions correspondantes et sur ces valeurs seulement, une influence constante en grandeur et en signe.

Dès lors, il est bien toujours légitime d'effectuer les compensations de station par la méthode des moindres carrés; c'est admettre implicitement que les directions en question sont remplacées dans ces compensations par des directions légèrement différentes, ou, autrement dit, sous-entendre que leurs valeurs finales restent, après les compensations de station, affectées chacune d'une certaine erreur systématique. L'existence de ces erreurs ne peut évidemment être révélée que lorsqu'on

---

(1) Voir t. III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.8; lignes 5 et 4 en remontant : Au lieu de « le centre de la terrasse exactement circulaire qui recouvre la tour principale et centrale de l'Observatoire (tour de l'équatorial) », lire « sur l'axe de la tour principale et centrale de l'Observatoire (tour de l'équatorial), au niveau du sol extérieur ».

(2) Ibid., p. B.34.

(3) Ibid., p. B.36 et B.37.

(4) Ibid., p. B.38.

(5) Ibid., p. A.53 à A.56.

s'applique ensuite à rendre le réseau géométrique. Mais précisément, toute compensation du réseau, basée sur la méthode des moindres carrés et, par suite, sur l'existence d'erreurs uniquement accidentelles, devient alors illégitime.

Dans ces conditions, il est rationnel de supprimer les deux petits côtés (Panecillo-Quito) et (Panecillo-Poingasi) en effectuant la compensation des angles comme si les directions correspondantes n'avaient pas été observées. C'est la solution qui a été adoptée. Les triangles de rattachement de chacune des stations astronomiques 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire) et 19 Poingasi sont d'ailleurs parfaitement conformés.

Le Tableau suivant, dressé pour les quatre triangles de la figure de rattachement qui subsistent quand on supprime les petits côtés, permet de comparer les valeurs qu'acquièrent les angles et les côtés de ces triangles compensés, suivant qu'on conserve ou non les petits côtés.

RATTACHEMENT DE 13 CAYAMBE, 14 CASITAGUA, 17 QUITO (OBSERVATOIRE) ET 19 POINGASI.

Comparaison des triangles communs aux deux solutions.

Solution I. — On conserve les côtés (Panecillo-Quito) et (Panecillo-Poingasi).
Solution II. — On ne conserve pas les côtés (Panecillo-Quito) et (Panecillo-Poingasi).

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.		ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.			ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.			CÔTÉS. Logarithmes.			CÔTÉS. Longueurs.			NUMÉROS.
			Solution I.	Solution II.	Solution I.	Solution II.	Différences II—I.	Solution I.	Solution II.	Différences II—I.	Solution I.	Solution II.	Différences II—I.	Solution I.	Solution II.	Différences II—I.	
	[125]	G "	"	"	G "	"	"	G "	"	"			$10^{-8}\times$	m	m	m	
14	Casitagua...........	102.5478,550	—3,1495	—0,0556	102.5475,4005	78,4944	+3,0939	102.5473,659	76,753	+3,094	4·58221102	4·58221102	0	38212,990	38212,990	0,000	(49)
18*bis*	Panecillo...........	58.9684,909	—2,9910	—0,0557	58.9681,9180	84,8533	+2,9353	58.9680,176	83,111	+2,935	4·48531365	4·48531524	+159	30571,282	30571,394	+0,112	(164)
15*bis*	Pambamarca........	38.4841,934	+5,9735	—0,0557	38.4847,9075	41,8783	—6,0292	38.4846,165	40,136	—6,029	4·33718462	4·33717875	—587	21736,250	21735,956	—0,294	(165)
		200.0005,393	+0,167	+0,167	5,226	5,226											
	[126]																
17	Quito..............	64.6803,011	—3,1372	+0,8647	64.6799,8738	803,8757	+4,0019	64.6798,279	802,281	+4,002	4·48531365	4·48531524	+159	30571,282	30571,394	+0,112	(164)
15*bis*	Pambamarca........	37.2965,303	+4,4600	+0,8647	37.2969,7630	66,1677	—3,5953	37.2968,169	64,574	—3,595	4·29855125	4·29854744	—381	19886,174	19886,000	—0,174	(166)
14	Casitagua...........	98.0233,875	+1,2712	+0,8646	98.0235,1462	34,7396	—0,4066	98.0233,552	33,145	—0,407	4·55568453	4·55568441	— 12	35948,811	35948,801	—0,010	(167)
		200.0002,189	—2,594	—2,594	4,783	4,783											
	[127]																
19	Poingasi...........	58.5284,010	+0,2442	+3,0790	58.5284,2542	87,0890	+2,8348	58.5282,274	85,109	+2,835	4·48531365	4·48531524	+159	30571,282	30571,394	+0,112	(164)
15*bis*	Pambamarca........	44.4526,299	+3,1160	+3,0790	44.4529,4150	29,3780	—0,0370	44.4527,435	27,398	—0,037	4·39296499	4·39296507	+ 8	24715,249	24715,254	+0,005	(168)
14	Casitagua...........	97.0186,395	+5,8768	+3,0790	97.0192,2718	89,4740	—2,7978	97.0190,291	87,493	—2,798	4·58435374	4·58435376	+ 2	38401,991	38401,993	+0,002	(169)
		199.9996,704	—9,237	—9,237	5,941	5,941											
	[128]																
13	Cayambe...........	51.9073,523	+0,8620	+0,8620	51.9074,3850	74,3850	0,0000	51.9073,227	73,227	0,000	4·48531365	4·48531524	+159	30571,282	30571,394	+0,112	(164)
14	Casitagua...........	24.0969,356	+0,8620	+0,8620	24.0970,2180	70,2180	0,0000	24.0969,060	69,060	0,000	4·19086016	4·19086175	+159	15518,871	15518,929	+0,058	(170)
15*bis*	Pambamarca........	123.9958,008	+0,8620	+0,8620	123.9958,8700	58,8700	0,0000	123.9957,713	57,713	0,000	4·59158936	4·59159095	+159	39047,152	39047,295	+0,143	(171)
		200.0000,887	—2,586	—2,586	3,473	3,473											

On verra (¹), en comparant de même les valeurs obtenues dans les deux cas pour les coordonnées géodésiques des sommets de la figure de rattachement, que la solution adoptée, quelle qu'elle soit, ne saurait avoir d'influence sensible sur les résultats de la comparaison des coordonnées astronomiques et géodésiques des stations. Néanmoins, il était indispensable de s'arrêter à l'une des solutions, à l'exclusion de l'autre, et la précédente discussion était nécessaire pour justifier celle qui a été choisie.

e. — Figure IV : Rattachement de Sincholagua nord.

85. La figure IV assure le rattachement au réseau primordial de Sincholagua nord. Ce point devant primitivement faire partie de ce réseau a été, comme tel, observé de 15 Pambamarca, 16 Pichincha, 18 Panecillo, 20 Corazon et, de plus, on y a stationné. Les raisons pour lesquelles il a été ensuite exclu du dit réseau ont été développées à propos des anomalies que présentent les observations d'angles azimutaux (²). Mais Sincholagua nord est un point important de la triangulation générale de la région centrale (³); c'est aussi une station astronomique de latitude. Ces deux motifs justifient la compensation de la figure qui le rattache au réseau primordial.

f. — Figure V : Rattachement de Terme moyen de la base de Riobamba et de Huaira Urcu.

86. En introduisant dans la triangulation le point Huaira Urcu, on s'était proposé de vérifier trigonométriquement les opérations de mesure de la base de Riobamba, divisée en deux sections par le point Terme moyen. Il était possible ainsi de calculer chaque section, en partant de la valeur mesurée de l'autre section, ou de la valeur mesurée de la base entière, et réciproquement la base entière, en partant de la valeur mesurée de l'une ou l'autre section (⁴).

Il a été expliqué, à propos des anomalies que présentent les observations d'angles azimutaux (⁵), comment cette vérification projetée, inutile d'ailleurs, a été rendue illusoire par la destruction du pilier et de la mire du Terme moyen, et la mauvaise installation de la mire de Huaira Urcu. Aussi les observations azimutales faites en Terme moyen et Huaira Urcu n'ont-elles pas été insérées dans le fascicule consacré aux angles azimutaux. Il y a néanmoins intérêt à les utiliser, ainsi que les observations réciproques faites du Terme ouest et du Terme est, pour fixer définitivement sans ambiguïté le point de Huaira Urcu dans la triangulation générale de la région centrale, en effectuant la compensation des angles de la figure V

(¹) Tome III, fascicule 3 : *Latitudes, longitudes et azimuts géodésiques.*
(²) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*; VIII : *Explication de quelques anomalies*, p. A.53 à A.56.
(³) Voir Tome V, fascicule 2 : *Géodésie de la région interandine centrale de la République de l'Équateur.*
(⁴) Voir la figure, p. A.56.
(⁵) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*; VIII : *Explication de quelques anomalies*, p. A.60 et A.61.

qui le rattache au réseau primordial. Voici donc, à titre de document, les Tableaux numériques de ces observations :

STATION DE TERME MOYEN DE LA BASE DE RIOBAMBA.

POINT D'OBSERVATION AU CENTRE.

Cercle azimutal à quatre microscopes de Brunner frères N° 2 (1).

18-22 Octobre 1901.

Méthode des angles.

Observateur : Capitaine LACOMBE.

$n = 3, \quad q = 16, \quad p = 24$ (2).

I. — *Angles observés.*

TAMBOUR.	SENS.	CALAGES.	HUAIRA URCU-TERME EST. 101G.88.			CALAGES.	HUAIRA URCU-TERME OUEST. 301G.89.			CALAGES.	TERME OUEST-TERME EST. 200G.00.		
		G		h m	"	G		h m	"	G		h m	"
D	D	4.2	18 oct.	5. 0	83,06	0.0	18 oct.	4.37	22,78	8.3	18 oct.	5.18	30,46
»	I	»	18 »	»	94,22	»	18 »	»	25,90	»	18 »	»	32,57
»	D	16.7	19 »	17. 5	88,29	12.5	19 »	18.50	18,51	20.8	20 »	7.20	28,66
»	I	»	19 »	»	89,53	»	19 »	»	22,52	»	20 »	»	33,84
»	D	29.2	19 »	16.28	85,40	25.0	19 »	6.47	20,05	33.3	20 »	7.35	30,06
»	I	»	19 »	»	86,30	»	19 »	»	18,67	»	20 »	»	35,28
»	D	41.7	19 »	17.27	87,39	37.5	19 »	19. 4	17,91	45.8	20 »	7.52	34,99
»	I	»	19 »	»	90,08	»	19 »	»	16,51	»	20 »	»	30,38
G	D	54.2	20 »	8.26	88,17	50.0	20 »	8.43	27,56	58.3	20 »	8.11	30,61
»	I	»	20 »	»	83,07	»	20 »	»	21,02	»	20 »	»	38,64
»	D	66.7	21 »	15.17	92,46	62.5	21 »	15. 0	19,04	70.8	21 »	15.51	41,53
»	I	»	21 »	»	88,60	»	21 »	»	21,36	»	21 »	»	40,12
»	D	79.2	21 »	15.32	88,68	75.0	21 »	16.30	16,52	83.3	21 »	16.11	35,76
»	I	»	21 »	»	86,54	»	21 »	»	19,54	»	21 »	»	42,05
»	D	91.7	22 »	6.53	88,73	87.5	22 »	7. 9	23,10	95.8	22 »	6.58	29,08
»	I	»	22 »	»	83,75	»	22 »	»	18,41	»	22 »	»	30,86
					87,767				20,587				34,056

II. — *Corrections aux directions observées et directions corrigées.*

DIRECTIONS.	DIRECTIONS provisoires.	ÉQUATIONS normales.	DIRECTIONS compensées.	CORRECTIONS de réduction au centre des stations observées.	CORRECTIONS de l'altitude.	CORRECTIONS de la ligne géodésique.	DIRECTIONS corrigées.
	"	"	"		"	"	G "
Huaira Urcu....	00,0	24 A = — 2,835	00,000	+36",178(3)	+0,065(3)	0,000	0.0000,000
Terme est......	87,0	24 B = + 5,690	87,355		+0,022	0,000	101.8851,134
Terme ouest....	21,0	24 C = — 2,855	20,999		— 0,027	0,000	301.8884,729

(1) Voir les constantes de l'instrument Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.22.

(2) Conformément aux notations du fascicule 1 du Tome III : *Angles azimutaux*, n désigne le nombre des directions issues de la station, q le double du nombre de couples observés, p le poids d'une direction finale, en prenant pour unité de poids le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction effectuée à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz à quatre microscopes (diamètre du cercle : $0^m,42$).

(3) Les éléments du calcul de la correction de réduction au centre de Huaira Urcu, définis Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.65 et suiv., sont : $H = 198^m$, $L = -1^G.886$, $\rho = 0^m,370$, $\rho' = 0^m,3700$, $\lambda = 182^G.0827''$. La valeur précédente de H a aussi servi pour le calcul de la correction de l'altitude.

Erreur moyenne d'une observation de direction (¹) .... $m = \pm 2'',872 = \pm 0'',930$.

Erreur moyenne d'une observation de couple qui serait exempte de toute erreur de division (¹) .... $\mu = \pm 2'',288 = \pm 0'',741$.

Erreur moyenne de division totale d'une direction observée (¹) .... $\delta = \pm 1'',228 = \pm 0'',398$.

Erreur moyenne d'une direction finale (¹) .... $m^* = \pm \frac{m}{\sqrt{24}} = \pm 0'',586 = \pm 0'',190$.

Station de HUAIRA URCU.

POINT D'OBSERVATION AU CENTRE.

Cercle azimutal à quatre microscopes de Brunner frères N° 2 (²).

12-14 janvier 1902.

Observateur : Capitaine Lacombe.

Méthode des angles.

$n = 3, \quad q = 16, \quad p = 24$ (³).

I. — *Angles observés.*

TAMBOUR.	SENS.	CALAGES.	TERME OUEST-TERME EST. 295^G.23.			CALAGES.	TERME OUEST-TERME MOYEN. 337^G.47.			CALAGES.	TERME EST-TERME MOYEN. 42^G.24.		
		G		h m	"	G		h m	"	G		h m	"
D	D	4.2	12 janv.	16.40	05,23	0.0	12 janv.	16.25	31,85	8.3	12 janv.	16.55	32,07
»	I	»	12 »	»	07,32	»	12 »	»	32,37	»	12 »	»	31,91
»	D	16.7	13 »	8.15	16,07	12.5	13 »	8.30	34,55	20.8	13 »	7. 5	33,28
»	I	»	13 »	»	15,77	»	13 »	»	34,25	»	13 »	»	36,92
»	D	29.2	13 »	9. 0	09,32	25.0	13 »	8.45	36,00	33.3	13 »	9.20	32,41
»	I	»	13 »	»	08,33	»	13 »	»	38,13	»	13 »	»	31,67
»	D	41.7	13 »	9.55	06,39	37.5	13 »	9.40	41,37	45.8	13 »	10.15	34,08
»	I	»	13 »	»	05,84	»	13 »	»	40,01	»	13 »	»	29,68
G	D	54.2	13 »	13.45	10,54	50.0	13 »	13.15	30,70	58.3	13 »	14. 0	20,27
»	I	»	13 »	»	05,60	»	13 »	»	33,54	»	13 »	»	24,02
»	D	66.7	13 »	15.10	14,54	62.5	13 »	14.35	31,81	70.8	13 »	15.30	22,40
»	I	»	13 »	»	08,65	»	13 »	»	31,31	»	13 »	»	24,91
»	D	79.2	13 »	16.50	09,55	75.0	13 »	15.45	28,59	83.3	13 »	17. 5	25,13
»	I	»	13 »	»	04,50	»	13 »	»	29,97	»	13 »	»	26,37
»	D	91.7	14 »	9.50	10,79	87.5	14 »	9.20	33,69	95.8	14 »	9.35	26,47
»	I	»	14 »	»	10,23	»	14 »	»	34,97	»	14 »	»	26,86
					09,292				33,944				28,653

(¹) Pour la définition et le calcul de ces erreurs, voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux;* troisième Partie : *Calcul des erreurs, conclusions.*

(²) Voir les constantes de l'instrument, Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. A.22.

(³) Conformément aux notations du fascicule 1 du Tome III : *Angles azimutaux*, n désigne le nombre des directions issues de la station, q le double du nombre de couples observés, p le poids d'une direction finale, en prenant pour unité de poids le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction effectuée à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz à quatre microscopes (diamètre du cercle : $0^m,42$).

II. — *Corrections aux directions observées et directions corrigées.*

DIRECTIONS.	DIRECTIONS provisoires.	ÉQUATIONS normales.	DIRECTIONS compensées.	CORRECTIONS de l'altitude.	CORRECTIONS de la ligne géodésique.	DIRECTIONS corrigées.
	"	"	"	"	"	G . "
Terme ouest......	00,0	24 A = — 1,890	00,000	—0,016	0,000	0.0000,000
Terme est	07,0	24 B = + 21,110	07,959	—0,011	0,000	295.2307,964
Terme moyen.....	36,0	24 C = — 19,220	35,278	—0,015	0,000	337.4735,279

Erreur moyenne d'une observation de direction (¹)................... $m = \pm 3'',939 = \pm 1'',276$.

Erreur moyenne d'une observation de couple qui serait exempte de toute erreur de division (¹)... $\mu = \pm 1'',309 = \pm 0'',424$.

Erreur moyenne de division totale d'une direction observée (¹)........ $\delta = \pm 2'',627 = \pm 0'',851$.

Erreur moyenne d'une direction finale (¹).................. $m^* = \pm \frac{m}{\sqrt{24}} = \pm 0'',804 = \pm 0'',260$.

Les fortes corrections aux angles résultant de la compensation des angles de la figure V proviennent des erreurs de fermeture anormales des trois triangles de la figure, dont les valeurs s'expliquent par les conditions, précédemment exposées (²), dans lesquelles ont été faites les observations.

g. — Figure VI : Rattachement de Chujuj.

87. La figure VI assure le rattachement au réseau primordial du second centre de la station de Chujuj, substitué au premier après la destruction du signal centré sur celui-ci. Il a déjà été expliqué, à propos des anomalies des observations d'angles azimutaux (³), pourquoi le point de Chujuj, qui devait d'abord contribuer aux rattachements de la base de Riobamba et de la station astronomique (de latitude, différence de longitudes et azimut) 33 Loma de Quito, a été exclu du réseau primordial à la suite de la destruction du premier signal. Il a été en même temps signalé que le second centre de Chujuj, où l'on a stationné et sur lequel a été établi un second signal observé de 35 Aupate, 37 Zagrun, 36 Yana Ashpa et 30 Chimborazo, doit être considéré seulement à la fois comme un point important de la triangulation générale de la région centrale (⁴) et comme une station astronomique de latitude, ce qui légitime la compensation de la figure le rattachant au réseau primordial.

(¹) Pour la définition et le calcul de ces erreurs, voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux;* troisième Partie : *Calcul des erreurs, conclusions.*

(²) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux;* VIII : *Explication de quelques anomalies*, p. A.59 à A.62.

(³) Ibid., p. A.59 à A.63.

(⁴) Voir t. V, fascicule 2 : *Géodésie de la région interandine centrale de la République de l'Équateur.*

h. — Triangle [143] : Rattachement de 53 Machala.

88. Le triangle [143] assure le rattachement de la station astronomique (de latitude et différence de longitudes) 53 Machala.

i. — Figure VII : Rattachement de 64 Terme moyen de la base de Viviate et de 67 Viviate.

89. En introduisant dans la triangulation le point 67 Viviate, on s'est proposé de vérifier trigonométriquement les opérations de mesure de la base de Viviate, divisée en deux sections par le point Terme moyen. On peut ainsi calculer chaque section, en partant de la valeur mesurée de l'autre section, ou de la valeur mesurée de la base entière, et réciproquement la base entière, en partant de la valeur mesurée de l'une ou l'autre section. Les résultats de cette vérification sont exposés dans le fascicule relatif aux bases ([1]).

Mais on peut considérer aussi Terme moyen de la base de Viviate et Viviate comme deux points importants de la triangulation générale de la région sud, dont il y a intérêt à fixer définitivement la position.

Si l'on prenait la base de Viviate comme base fondamentale, la position de Terme moyen serait définie sans ambiguïté par les longueurs p et q des lignes géodésiques correspondant, sur l'ellipsoïde de référence, aux longueurs mesurées des deux sections de la base. Mais, comme l'on rapporte tous les côtés de la triangulation à la base fondamentale de Riobamba, il faut considérer la ligne géodésique correspondant à la base de Viviate comme ayant pour longueur B′, valeur calculée en partant de la longueur de la ligne géodésique qui correspond à la longueur mesurée de la base de Riobamba, et définir, sur cette ligne géodésique correspondant à la base de Viviate, le point correspondant à Terme moyen par deux longueurs p' et q', telles que :

$$\frac{p'}{q'} = \frac{p}{q},$$

$$p' + q' = B'.$$

Or on a :

$$\log\frac{p}{q} = \bar{1}\cdot 91034069 \quad ([2]),$$

$$\log B' = 3\cdot 91487653, \qquad B' = 8.220^{M},08920 \quad ([3]).$$

On en déduit facilement :

$$\log p' = 3\cdot 56670723, \qquad p' = 3.687^{M},28946,$$

$$\log q' = 3\cdot 65636653, \qquad q' = 4.532\ ,79974.$$

Dès lors, pour fixer sans ambiguïté la position de 67 Viviate, en rapportant tou-

([1]) Tome II, fascicule 2 : *Bases.*

([2]) Ibid.

([3]) Voir plus loin § 100, p. C.8.

jours tous les côtés de la triangulation à la base fondamentale de Riobamba, il suffit d'effectuer la compensation de la figure VII qui rattache Viviate au réseau primordial, en adoptant p' et q' pour longueurs des deux côtés (Terme est-Terme moyen) et (Terme moyen-Terme ouest).

VII. — PARTICULARITÉS RELATIVES AUX CALCULS EFFECTUÉS ET AUX TABLEAUX NUMÉRIQUES PUBLIÉS.

90. Dans les considérations qui précèdent, succédant à un exposé général des théories relatives à la compensation des angles et au calcul des triangles d'un réseau géodésique tracé sur un ellipsoïde de révolution, on a montré le véritable sens qu'il faut attacher à la compensation du réseau géodésique du nouvel arc équatorial, effectuée dans le présent fascicule; défini la surface de niveau qu'il s'agit d'étudier et l'ellipsoïde de référence qui lui sera comparé; précisé les quantités observées qui servent de données de départ; indiqué la méthode générale suivie dans la compensation; enfin, exposé les raisons de la configuration d'ensemble du réseau et la manière dont il a été rationnellement divisé en figures compensées séparément. Les Tableaux numériques des première et deuxième Parties du présent fascicule sont ainsi, dès à présent, complètement intelligibles. Il suffit, pour compléter cette introduction, d'indiquer quelques particularités relatives aux calculs effectués et à ces Tableaux qui les résument.

a. — Particularités relatives aux calculs effectués.

91. La compensation de chaque figure a été faite en prenant pour inconnues non point les corrections aux directions, mais les corrections aux angles, procédé tout indiqué, étant donnée la configuration spéciale du réseau (¹).

Les excès ont été calculés par la méthode précédemment indiquée (²). On se rappelle que pour obtenir leurs valeurs définitives, au moyen de deux approximations successives, deux calculs provisoires des triangles plans correspondant aux triangles géodésiques sont nécessaires, effectués le premier par logarithmes à 5 décimales, le second par logarithmes à 7 décimales. De même, il faut toujours procéder à un calcul provisoire des coordonnées géodésiques des sommets du réseau effectué par logarithmes à 5 décimales et dans de rares cas à un second calcul provisoire de ces coordonnées, qu'on fait alors par logarithmes à 7 décimales. Ce dernier a été fait uniquement parce qu'il était utile pour d'autres objets (³). Les deux calculs provisoires des triangles plans et les deux calculs provisoires des coordonnées précités sont les mêmes dont il a été déjà question à propos du mode de calcul des correc-

---

(¹) Voir plus haut, § 55, p. 55 et 56; § 73, p. 96 et 97.
(²) Voir plus haut, §§ 6 à 12, p. 7 à 12.
(³) Voir par exemple § 66, p. 84.

tions à faire subir aux directions observées pour obtenir les directions sur l'ellipsoïde de référence ([1]).

Il eût été complètement superflu de publier le calcul des excès. Il suffit d'indiquer que leur calcul définitif, dans la deuxième approximation, a été fait sur les feuilles intitulées : I. *Préparation des équations de condition.* VIII. *Calcul définitif des triangles*, et de renvoyer le lecteur à l'exemple, extrait des registres de calcul, inséré à la fin du fascicule.

Le nombre des décimales à employer dans les calculs a été fixé d'après les considérations plus haut exposées ([2]).

L'unité d'angle adoptée est la seconde centésimale.

Les angles géodésiques observés sont donnés et les excès calculés avec 3 décimales. Dans les équations aux angles, les coefficients des inconnues et les termes connus comportent donc 3 décimales.

Les Tables de logarithmes employées sont les Tables à 8 décimales du Service géographique de l'Armée ([3]). Les différences tabulaires des logarithmes des sinus y sont données pour un accroissement de l'arc égal à dix secondes centésimales. Dans les équations aux côtés, pour que les coefficients des inconnues et les termes connus soient du même ordre de grandeur que dans les équations aux angles, on exprime tous les nombres en unités du sixième ordre du logarithme ; les coefficients des inconnues, accroissements des logarithmes des sinus pour un accroissement de l'arc égal à une seconde centésimale, comportent alors 3 décimales et les termes connus en comportent 2 ([4]).

A l'exclusion de la méthode des coefficients indéterminés, les équations normales ont été résolues uniquement par celle des éliminations successives qui fournit à elle seule un nombre suffisant de vérifications.

Les coefficients des équations normales ont été calculés avec 6 décimales dont 5 ont été conservées, ceux des équations des systèmes successifs qui en dérivent, les quantités corrélatives, les corrections et les angles compensés ont été calculés avec 5 décimales ([4]). Dans le calcul des triangles, effectué à l'aide des Tables de logarithmes précitées, 4 décimales ont été conservées aux angles compensés des triangles géodésiques, 3 décimales aux angles compensés des triangles plans.

Toutes les vérifications précédemment mentionnées ([5]) ont été faites, sauf celles indiquées sous les numéros 4°, 5° et 6°, car elles supposent employée la méthode des

---

([1]) Tome III, fascicule I : *Angles azimutaux ;* IX : *Corrections à faire subir aux directions observées pour obtenir les directions sur l'ellipsoïde de référence*, p. A.67 et A.74.

([2]) Voir plus haut, § 51, p. 49 et 50.

([3]) Service géographique de l'Armée, *Tables des logarithmes à 8 décimales des nombres entiers de 1 à 120000 et des sinus et tangentes de dix en dix secondes d'arc, dans le système de la division centésimale du quadrant*, publiées par ordre du Ministre de la Guerre, Paris, Imprimerie nationale, 1891.

([4]) Sauf dans le cas exceptionnel d'une compensation d'ailleurs non définitivement adoptée, voir § 84, p. 124.

([5]) Voir plus haut, § 50, p. 47 à 49.

coefficients indéterminés. Les fermetures des équations normales et des équations de condition ont été calculées avec 5 décimales.

b. — Tableaux numériques de la première Partie : Compensation des angles.

92. Les Tableaux numériques qui suivent cette Introduction comprennent : dans une première Partie, ceux qui sont relatifs à la compensation des angles; dans une deuxième Partie, ceux qui sont relatifs aux triangles.

Les Tableaux de la première Partie (¹) fournissent pour chacune des figures du réseau primordial, numérotées de 1 à 11, et des figures supplémentaires, numérotées de I à VII :

1° Une *représentation de la triangulation* purement schématique. Parfois, si cette représentation était orientée et exactement tracée à une échelle déterminée, le rapprochement des différentes lignes créerait des confusions; aussi est-elle alors sensiblement déformée, afin de mettre surtout en évidence sans ambiguïté les relations des différents sommets entre eux. Sur cette petite figure sont portés les noms des stations, les nombres (en chiffres arabes) correspondant aux corrections relatives aux divers angles et les nombres (en chiffres romains) qui indiquent les sommets des triangles plans correspondant aux triangles géodésiques.

2° Un *renvoi aux stations*, permettant au lecteur de vérifier les valeurs observées des angles des triangles géodésiques, en se reportant aux observations azimutales.

3° Le résumé des calculs faits pour la formation des équations de condition :

Triangles et équations aux angles. — Pour tous les triangles sans exception de la figure, les Tableaux indiquent les expressions des angles géodésiques compensés, formées des angles géodésiques observés et des corrections correspondantes, l'excès calculé, l'erreur du triangle et l'équation aux angles qui en résulte. Les équations indépendantes conservées dans la compensation sont seules numérotées.

Équations aux côtés. — Les seules équations aux côtés portées sur les Tableaux sont les équations indépendantes utilisées dans la compensation. Chaque équation est inscrite d'abord sous forme d'un rapport de sinus égalé à l'unité. Puis sont indiqués les éléments nécessaires pour la mettre sous forme linéaire : angles compensés des triangles plans (dont chacun est égal à l'angle observé du triangle plan, plus la correction correspondante), logarithmes des sinus des angles compensés des triangles plans (dont chacun est égal au logarithme du sinus de l'angle observé du triangle plan, plus le produit de la correction correspondante par l'accroisse-

(¹) Dans ces Tableaux toute équation a été écrite en mettant le zéro au premier membre et le terme connu en tête du second membre, tandis que, dans l'*Introduction* et les *Conclusions* du présent fascicule, toute équation a été écrite en mettant le zéro au second membre et le terme connu à la fin du premier membre. Il suffit de signaler au lecteur cette différence de forme sans aucune importance.

ment de ce logarithme pour un accroissement de l'arc égal à 1"). Enfin l'équation est inscrite sous forme linéaire.

4° La *récapitulation des équations de condition.*

5° Les *équations normales*, avec 5 décimales.

6° Les *quantités corrélatives*, avec 5 décimales.

7° Les *corrections aux angles*, avec 5 décimales.

Pour les figures supplémentaires, les Tableaux donnent en plus :

1° Les *éléments déjà compensés* (¹) qu'il est strictement indispensable de connaître pour la formation des équations de condition : angles géodésiques et logarithmes des côtés sur lesquels s'appuie la figure supplémentaire. Les angles sont désignés par les majuscules P, Q, R, S, ..., les côtés par les minuscules *p*, *q*, *r*, *s*, ...

2° S'il y a lieu, les *équations aux angles supplémentaires* et les *équations aux côtés supplémentaires*, dont la formation n'offre en général aucune difficulté.

c. — Tableaux numériques de la deuxième Partie : Triangles.

93. Les Tableaux de la deuxième Partie fournissent, pour les triangles du réseau primordial et pour les triangles supplémentaires :

1re colonne : *les renvois aux stations*, permettant au lecteur de vérifier les valeurs observées des angles des triangles géodésiques, en se reportant aux observations azimutales.

2e colonne : *a*) les *numéros des triangles* (²). Ceux-ci sont inscrits dans l'ordre naturel suivi pour le calcul de proche en proche des côtés, à partir de la base fondamentale de Riobamba. Au nombre de 146, ils sont numérotés comme il suit :

[1] à [115], triangles du réseau primordial :

- [1] à [15], triangles de la figure de rattachement de la base de Riobamba et de la station astronomique 33 Loma de Quito, (figure 6) ;
- [16] à [70], triangles de la section nord du réseau primordial, numérotés du Sud au Nord, de Riobamba à Tulcan;
- [71] à [115], triangles de la section sud du réseau primordial, numérotés du Nord au Sud, de Riobamba à Payta.

[116] à [146], triangles supplémentaires.

b) Les noms des *sommets des triangles*, inscrits dans le même ordre que sur les feuilles de calcul définitif des triangles [voir note (¹) du Tableau VIII à la fin du fascicule].

(¹) Pour la figure V seule les éléments de départ ne résultent pas de compensations préalables.

(²) Les numéros et les noms des sommets des triangles ainsi que les noms des sommets de toute figure sont toujours inscrits entre crochets.

3e colonne : les *angles observés des triangles géodésiques* (3 décimales).

4e colonne : les *corrections aux angles* (4 décimales) *et les erreurs de fermeture* (3 décimales).

5e colonne : les *angles compensés des triangles géodésiques* (4 décimales) et les *excès des triangles géodésiques* (3 décimales).

6e colonne : les *angles compensés des triangles plans* (3 décimales).

7e colonne : les *logarithmes des côtés* (1) (8 décimales).

8e colonne : les *numéros des côtés* (2). Ceux-ci, au nombre de 192, sont numérotés comme il suit :

(1) à (152), côtés du réseau primordial :

- (1) à (20), côtés de la figure de rattachement de la base de Riobamba et de la station astronomique 33 Loma de Quito, (figure 6) ;
- (21) à (86), côtés de la section nord du réseau primordial, numérotés du Sud au Nord, de Riobamba à Tulcan;
- (87) à (152), côtés de la section sud du réseau primordial, numérotés du Nord au Sud, de Riobamba à Payta.

(153) à (192), côtés supplémentaires.

94. L'application des théories générales de la compensation des angles et du calcul des triangles d'un réseau géodésique a été faite au réseau du nouvel arc équatorial par le capitaine Perrier. Les calculs ont été exécutés, les Tableaux numériques pour l'impression dressés et les épreuves revisées par les soins ou sous la direction de cet officier et de M. Hasse, chef du Bureau des calculs de la Section de Géodésie du Service géographique de l'Armée. M. Hasse a lui-même effectué les calculs les plus importants, en particulier les compensations des figures du réseau primordial.

G. P.

---

(1) Les écarts obtenus entre les différentes valeurs du logarithme d'un même côté sont les suivants :

Pour 20 côtés	1 unité du 8e ordre décimal,
Pour 4 côtés	2 unités du 8e ordre décimal,
Pour le côté exceptionnel (176) (Sincholagua nord-Sincholagua sud).	9 unités du 8e ordre décimal.
Pour les autres côtés calculables par plusieurs enchaînements	0.

A cause de la petitesse du côté (176), (986m,618), l'écart correspondant sur la longueur du côté est seulement 0mm,21.

On a jugé inutile de compliquer les Tableaux en donnant les longueurs des côtés. Elles trouveront place dans des Tableaux insérés à la fin du fascicule 5 du Tome III : *Nivellement trigonométrique*, qui serviront de conclusion aux opérations géodésiques de la mesure du nouvel arc équatorial et contiendront les altitudes de tous les sommets du réseau de premier ordre de l'espace, les latitudes et longitudes géodésiques de tous les sommets du réseau géodésique correspondant tracé sur l'ellipsoïde de référence, ainsi que les azimuts géodésiques, les logarithmes et les longueurs des côtés du réseau géodésique, issus de chacun de ces sommets.

(2) Les numéros des côtés et les noms de leurs sommets extrêmes sont toujours inscrits entre parenthèses.

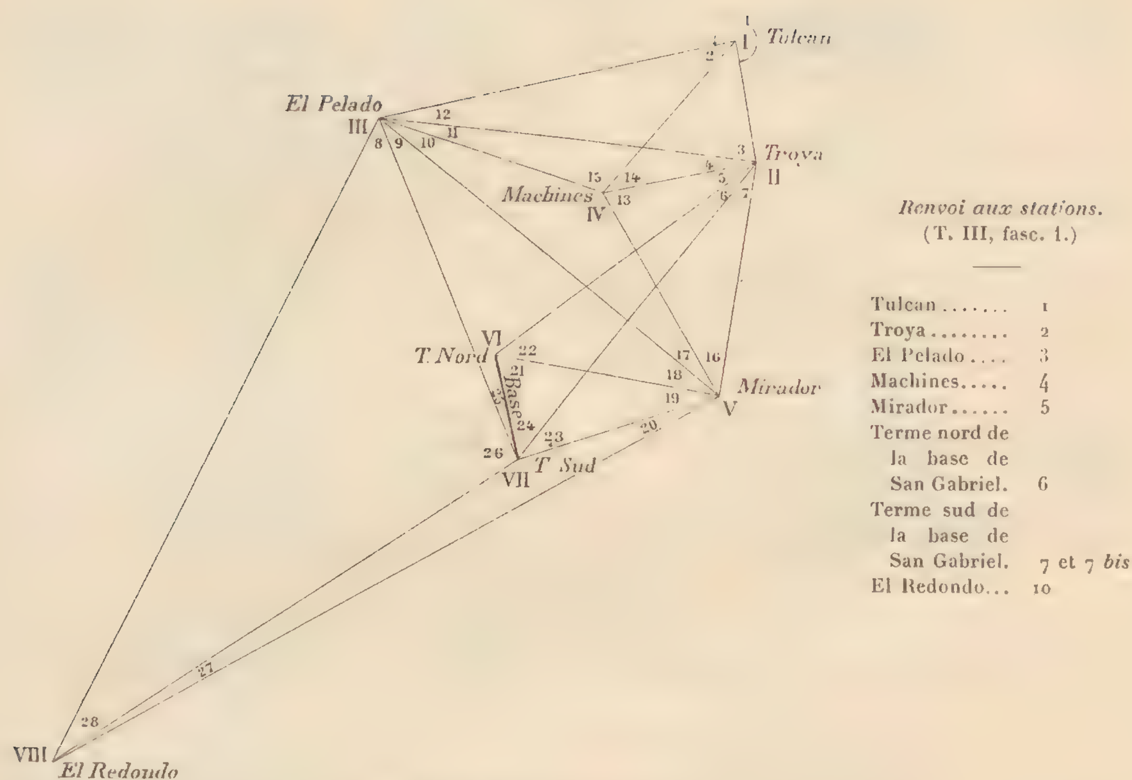


PREMIÈRE PARTIE.

COMPENSATION DES ANGLES.

RÉSEAU PRIMORDIAL.

FIGURE 1.



Renvoi aux stations.
(T. III, fasc. 1.)

Tulcan	1
Troya	2
El Pelado	3
Machines	4
Mirador	5
Terme nord de la base de San Gabriel.	6
Terme sud de la base de San Gabriel.	7 et 7 *bis*
El Redondo ...	10

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Tulcan	$99^{G}.3626'',487-(1)$
El Pelado	$20.1530,288+(12)$
Troya	$80.4843,063+(3)$
	$\Sigma = 199.9999,838$
	$\varepsilon = 1,520$
	$E = -1,682$

(1) $0=-1'',682-(1)+(3)+(12)$

Machines	$170^{G}.4085'',967+(14)+(15)$
Troya	$17.7946,851+(4)$
El Pelado	$11.7973,219+(11)$
	$\Sigma = 200.0006,037$
	$\varepsilon = 0,581$
	$E = +5,456$

(2) $0=+5'',456+(4)+(11)+(14)+(15)$

Tulcan	$39^{G}.5342'',861+(2)$
El Pelado	$31.9503,507+(11)+(12)$
Machines	$128.5155,986+(15)$
	$\Sigma = 200.0002,354$
	$\varepsilon = 1,446$
	$E = +0,908$

(3) $0=+0'',908+(2)+(11)+(12)+(15)$

Tulcan	$59^{G}.8283'',626-(1)-(2)$
Machines	$41.8929,981+(14)$
Troya	$98.2789,914+(3)+(4)$
	$\Sigma = 200.0003,521$
	$\varepsilon = 0,655$
	$E = +2,866$

$0=+2'',866-(1)-(2)+(3)+(4)+(14)$

Troya........	$99^G.0095'',791+(4)+(5)+(6)+(7)$
El Pelado.....	$35.8751,318+(10)+(11)$
Mirador......	$65.1159,240+(16)+(17)$

$\Sigma = 200.0006,349$
$\varepsilon = 3,205$
$E = +3,144$

(4) $0=+3'',144+(4)+(5)+(6)+(7)+(10)+(11)+(16)+(17)$

Machines.....	$76^G.7411'',630+(13)$
Mirador......	$42.0440,516+(16)$
Troya........	$81.2148,940+(5)+(6)+(7)$

$\Sigma = 200.0001,086$
$\varepsilon = 1,261$
$E = -0,175$

(5) $0=-0'',175+(5)+(6)+(7)+(13)+(16)$

Machines.....	$152^G.8502'',403-(13)-(14)-(15)$
El Pelado.....	$24.0778,099+(10)$
Mirador......	$23.0718,724+(17)$

$\Sigma = 199.9999,226$
$\varepsilon = 1,363$
$E = -2,137$

$0=-2'',137+(10)-(13)-(14)-(15)+(17)$

Terme sud....	$107^G.3622'',987+(23)+(24)+(25)$
Mirador......	$61.7015,470+(18)+(19)$
El Pelado.....	$30.9360,812+(9)$

$\Sigma = 199.9999,269$
$\varepsilon = 2,724$
$E = -3,455$

(6) $0=-3'',455+(9)+(18)+(19)+(23)+(24)+(25)$

Terme sud....	$39^G.2193'',832+(23)$
Mirador......	$126.8174,710+(16)+(17)+(18)+(19)$
Troya........	$33.9635,738+(7)$

$\Sigma = 200.0004,280$
$\varepsilon = 1,611$
$E = +2,669$

(7) $0=+2'',669+(7)+(16)+(17)+(18)+(19)+(23)$

Terme sud....	$68^G.1429'',155+(24)+(25)$
Troya........	$65.0460,053+(4)+(5)+(6)$
El Pelado.....	$66.8112,130+(9)+(10)+(11)$

$\Sigma = 200.0001,338$
$\varepsilon = 4,318$
$E = -2,980$

$0=-2'',980+(4)+(5)+(6)+(9)+(10)+(11)+(24)+(25)$

Terme nord...	$70^G.8172'',243+(21)$
Terme sud....	$101.4771,863+(23)+(24)$
Mirador......	$27.7047,060+(19)$

$\Sigma = 199.9991,166$
$\varepsilon = 0,730$
$E = -9,564$

(8) $0=-9'',564+(19)+(21)+(23)+(24)$

Terme nord...	$121^G.8750'',547+(21)+(22)$
Terme sud....	$62.2578,031+(24)$
Troya........	$15.8666,907+(6)$

$\Sigma = 199.9995,485$
$\varepsilon = 1,087$
$E = -5,602$

(9) $0=-5'',602+(6)+(21)+(22)+(24)$

Terme nord... 51^{G}.0578$''$,304+(22)
Mirador...... 99.1127,650+(16)+(17)+(18)
Troya........ 49.8302,645+(6)+(7)

Σ = 200.0008,599
ε = 1,968
E = +6,631

o=+6$''$,631+(6)+(7)+(16)+(17)+(18)+(22)

Mirador...... 75^{G}.2755$''$,615+(18)+(19)+(20)
El Pelado..... 86.0835,213+(8)+(9)
El Redondo... 38.6415,446+(27)+(28)

Σ = 200.0006,274
ε = 11,132
E = −4,858

(10) o=−4$''$,858+(8)+(9)+(18)+(19)+(20)+(27)+(28)

Terme sud.... 111^{G}.2603$''$,509+(26)
El Pelado..... 55.1474,401+(8)
El Redondo... 33.5927,559+(28)

Σ = 200.0005,469
ε = 7,211
E = −1,742

(11) o=−1$''$,742+(8)+(26)+(28)

Terme sud.... 181^{G}.3773$''$,504−(23)−(24)−(25)−(26)
El Redondo... 5.0487,887+(27)
Mirador...... 13.5740,145+(20)

Σ = 200.0001,536
ε = 1,197
E = +0,339

o=+0$''$,339+(20)−(23)−(24)−(25)−(26)+(27)

ÉQUATIONS AUX CÔTÉS.

$$1=\frac{\sin \mathrm{II.III.IV}\ \sin \mathrm{II.I.III}\ \sin \mathrm{I.IV.II}}{\sin \mathrm{II.IV.III}\ \sin \mathrm{I.III.II}\ \sin \mathrm{II.I.IV}}$$

II.III.IV = 11^{G}.7973$''$,025+(11) — log sin = $\bar{1}$·26541410+363,9(11)
II.I.III = 99.3625,980−(1) — » = $\bar{1}$·99997823− 0,7(1)
I.IV.II = 41.8929,763+(14) — » = $\bar{1}$·78645174+ 88,3(14)

$\bar{1}$·05184407

II.IV.III = 170^{G}.4085$''$,773+(14)+(15) — log sin = $\bar{1}$·65153268−136,1[(14)+(15)]
I.III.II = 20.1529,781+(12) — » = $\bar{1}$·49318116+208,3(12)
II.I.IV = 59.8283,408−(1)−(2) — » = $\bar{1}$·90710442− 49,9[(1)+(2)]

$\bar{1}$·05181826

12) o=+25,81+0,492(1)+0,499(2)+3,639(11)−2,083(12)+2,244(14)+1,361(15)

$$1=\frac{\sin \mathrm{II.III.IV}\ \sin \mathrm{II.IV.V}\ \sin \mathrm{II.V.III}}{\sin \mathrm{II.IV.III}\ \sin \mathrm{II.V.IV}\ \sin \mathrm{II.III.V}}$$

II.III.IV = 11^{G}.7973$''$,025+(11) — log sin = $\bar{1}$·26541410+363,9(11)
II.IV.V = 76.7411,210+(13) — » = $\bar{1}$·97034637+ 26,1(13)
II.V.III = 65.1158,172+(16)+(17) — » = $\bar{1}$·93124897+ 41,7[(16)+(17)]

$\bar{1}$·16700944

II.IV.III = 170^{G}.4085$''$,773+(14)+(15) — log sin = $\bar{1}$·65153268−136,1[(14)+(15)]
II.V.IV = 42.0440,096+(16) — » = $\bar{1}$·78778139+ 87,8(16)
II.III.V = 35.8750,250+(10)+(11) — » = $\bar{1}$·72767808+108,0[(10)+(11)]

$\bar{1}$·16699215

(13) o=+17,29−1,080(10)+2,559(11)+0,261(13)+1,361(14)+1,361(15)−0,461(16)+0,417(17)

$$1 = \frac{\sin \mathrm{III.II.V} \sin \mathrm{III.V.VII} \sin \mathrm{II.VII.III}}{\sin \mathrm{II.V.III} \sin \mathrm{III.VII.V} \sin \mathrm{III.II.VII}}$$

III.II.V	$= 99^{\mathrm{G}}.0094'',722+(4)+(5)+(6)+(7)$	log sin	$= \bar{1}\cdot 99994743+\ 1,1[(4)+(5)+(6)+(7)]$
III.V.VII	$= 61.7014,562+(18)+(19)$	»	$= \bar{1}\cdot 91615673+46,8[(18)+(19)]$
II.VII.III	$= 68.1427,716+(24)+(25)$	»	$= \bar{1}\cdot 94319014+37,3[(24)+(25)]$
			$\bar{1}\cdot 85929430$

II.V.III	$= 65^{\mathrm{G}}.1158'',172+(16)+(17)$	log sin	$= \bar{1}\cdot 93124897+41,7[(16)+(17)]$
III.VII,V	$= 107.3622,079+(23)+(24)+(25)$	»	$= \bar{1}\cdot 99708941-\ 8,0[(23)+(24)+(25)]$
III.II.VII	$= 65.0458,614+(4)+(5)+(6)$	»	$= \bar{1}\cdot 93095735+41,7[(4)+(5)+(6)]$
			$\bar{1}\cdot 85929573$

(14) $0=+1,43+0,406(4)+0,406(5)+0,406(6)-0,011(7)+0,417(16)-0,468(18)-0,468(19)-0,080(23)$
$-0,453(24)-0,453(25)$

$$1 = \frac{\sin \mathrm{V.VII.VI} \sin \mathrm{II.V.VI} \sin \mathrm{VI.II.VII}}{\sin \mathrm{VI.V.VII} \sin \mathrm{V.II.VI} \sin \mathrm{II.VII.VI}}$$

V.VII.VI	$= 101^{\mathrm{G}}.4771'',620+(23)+(24)$	log sin	$= \bar{1}\cdot 99988309-\ 1,6[(23)+(24)]$
II.V.VI	$= 99.1126,994+(16)+(17)+(18)$	»	$= \bar{1}\cdot 99995781+\ 0,9[(16)+(17)+(18)]$
VI.II.VII	$= 15.8666,545+(6)$	»	$= \bar{1}\cdot 39209972+268,1(6)$
			$\bar{1}\cdot 39194062$

VI.V.VII	$= 27^{\mathrm{G}}.7046'',817+(19)$	log sin	$= \bar{1}\cdot 62487729+146,7(19)$
V.II.VI	$= 49.8301,989+(6)+(7)$	»	$= \bar{1}\cdot 84832354+\ 68,7[(6)+(7)]$
II.VII.VI	$= 62.2577,669+(24)$	»	$= \bar{1}\cdot 91873767+\ 45,9(24)$
			$\bar{1}\cdot 39193850$

(15) $0=+2,12+1,994(6)-0,687(7)+0,009(16)+0,009(17)+0,009(18)-1,467(19)-0,016(23)-0,475(24)$

$$1 = \frac{\sin \mathrm{III.V.VII} \sin \mathrm{III.VII.VIII} \sin \mathrm{III.VIII.V}}{\sin \mathrm{III.VII.V} \sin \mathrm{III.VIII.VII} \sin \mathrm{III.V.VIII}}$$

III.V.VII	$= 61^{\mathrm{G}}.7014'',562+(18)+(19)$	log sin	$= \bar{1}\cdot 91615673+\ 46,8[(18)+(19)]$
III.VII.VIII	$= 111.2601,105+(26)$	»	$= \bar{1}\cdot 99317101-\ 12,2(26)$
III.VIII.V	$= 38.6411,735+(27)+(28)$	»	$= \bar{1}\cdot 75616786+\ 98,2[(27)+(28)]$
			$\bar{1}\cdot 66549560$

III.VII.V	$= 107^{\mathrm{G}}.3622'',079+(23)+(24)+(25)$	log sin	$= \bar{1}\cdot 99708941-\ 8,0[(23)+(24)+(25)]$
III.VIII.VII	$= 33.5925,155+(28)$	»	$= \bar{1}\cdot 70201813+117,0(28)$
III.V.VIII	$= 75.2751,904+(18)+(19)+(20)$	»	$= \bar{1}\cdot 96638821+\ 27,9[(18)+(19)+(20)]$
			$\bar{1}\cdot 66549575$

(16) $0=+0,15-0,189(18)-0,189(19)+0,279(20)-0,080(23)-0,080(24)-0,080(25)+0,122(26)-0,982(27)$
$+0,188(28)$

RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

(1) $0 = -\ 1{,}682 - (1) + (3) + (12)$

(2) $0 = +\ 5{,}456 + (4) + (11) + (14) + (15)$

(3) $0 = +\ 0{,}908 + (2) + (11) + (12) + (15)$

(4) $0 = +\ 3{,}144 + (4) + (5) + (6) + (7) + (10) + (11) + (16) + (17)$

(5) $0 = -\ 0{,}175 + (5) + (6) + (7) + (13) + (16)$

(6) $0 = -\ 3{,}455 + (9) + (18) + (19) + (23) + (24) + (25)$

(7) $0 = +\ 2{,}669 + (7) + (16) + (17) + (18) + (19) + (23)$

(8) $0 = -\ 9{,}564 + (19) + (21) + (23) + (24)$

(9) $0 = -\ 5{,}602 + (6) + (21) + (22) + (24)$

(10) $0 = -\ 4{,}858 + (8) + (9) + (18) + (19) + (20) + (27) + (28)$

(11) $0 = -\ 1{,}742 + (8) + (26) + (28)$

(12) $0 = +25{,}810 + 0{,}492(1) + 0{,}499(2) + 3{,}639(11) - 2{,}083(12) + 2{,}244(14) + 1{,}361(15)$

(13) $0 = +17{,}290 - 1{,}080(10) + 2{,}559(11) + 0{,}261(13) + 1{,}361(14) + 1{,}361(15) - 0{,}461(16) + 0{,}417(17)$

(14) $0 = +\ 1{,}430 + 0{,}406(4) + 0{,}406(5) + 0{,}406(6) - 0{,}011(7) + 0{,}417(16) + 0{,}417(17) - 0{,}468(18) - 0{,}468(19) - 0{,}080(23) - 0{,}453(24) - 0{,}453(25)$

(15) $0 = +\ 2{,}120 + 1{,}994(6) - 0{,}687(7) + 0{,}009(16) + 0{,}009(17) + 0{,}009(18) - 1{,}467(19) - 0{,}016(23) - 0{,}475(24)$

(16) $0 = +\ 0{,}150 - 0{,}189(18) - 0{,}189(19) + 0{,}279(20) - 0{,}080(23) - 0{,}080(24) - 0{,}080(25) + 0{,}122(26) - 0{,}982(27) + 0{,}188(28)$

ÉQUATIONS NORMALES.

		λ_1.	λ_2.	λ_3.	λ_4.	λ_5.	λ_6.	λ_7.	λ_8.	
(I)	0=− 1,682	+3.	»	+1.	»	»	»	»	»	...
(II)	0=+ 5,456	»	+4.	+2.	+2.	»	»	»	»	...
(III)	0=+ 0,908	+1.	+2.	+4.	+1.	»	»	»	»	...
(IV)	0=+ 3,144	»	+2.	+1.	+8.	+4.	»	+3.	»	...
(V)	0=− 0,175	»	»	»	+4.	+5.	»	+2.	»	...
(VI)	0=− 3,455	»	»	»	»	»	+6.	+3.	+3.	...
(VII)	0=+ 2,669	»	»	»	+3.	+2.	+3.	+6.	+2.	..
(VIII)	0=− 9,564	»	»	»	»	»	+3.	+2.	+4.	...
(IX)	0=− 5,602	»	»	»	+1.	+1.	+1.	»	+2.	...
(X)	0=− 4,858	»	»	»	»	»	+3.	+2.	+1.	...
(XI)	0=− 1,742	»	»	»	»	»	»	»	»	...
(XII)	0=+25,810	−2,575	+7,244	+3,416	+3,639	»	»	»	»	...
(XIII)	0=+17,290	»	+5,281	+3,920	+1,435	−0,200	»	−0,044	»	...
(XIV)	0=+ 1,430	»	+0,406	»	+2,041	+1,218	−1,922	−0,193	−1,001	...
(XV)	0=+ 2,120	»	»	»	+1,325	+1,316	−1,949	−2,143	−1,958	...
(XVI)	0=+ 0,150	»	»	»		»	−0,618	−0,458	−0,349	...

ÉQUATIONS NORMALES (suite).

		λ_9.	λ_{10}.	λ_{11}.	λ_{12}.	λ_{13}.	λ_{14}.	λ_{15}.	λ_{16}.
(I)	...	»	»	»	− 2,575	»	»	»	»
(II)	...	»	»	»	+ 7,244	+ 5,281	+0,406	»	»
(III)	...	»	»	»	+ 3,416	+ 3,920	»	»	»
(IV)	...	+1.	»	»	+ 3,639	+ 1,435	+2,041	+1,325	»
(V)	...	+1.	»	»	»	− 0,200	+1,218	+1,316	»
(VI)	...	+1.	+3.	»	»	»	−1,922	−1,949	−0,618
(VII)	...	»	+2.	»	»	− 0,044	−0,193	−2,143	−0,458
(VIII)	...	+2.	+1.	»	»	»	−1,001	−1,958	−0,349
(IX)	...	+4.	»	»	»	»	−0,047	+1,519	−0,080
(X)	...	»	+7.	+2.	»	»	−0,936	−1,458	−0,893
(XI)	...	»	+2.	+3.	»	»	»	»	+0,310
(XII)	...	»	»	»	+24,96013	+14,21860	»	»	»
(XIII)	...	»	»	»	+14,21860	+11,87405	−0,01835	−0,00040	»
(XIV)	...	−0,047	−0,936	»	»	− 0,01835	+1,69728	+1,72343	−0,25578
(XV)	...	+1,519	−1,458	»	»	− 0,00040	+1,72343	+6,82623	+0,31484
(XVI)	...	−0,080	−0,893	+0,310	»	»	+0,25578	+0,31484	+1,18302

QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = -0,77126$	$\lambda_5 = +0,80707$	$\lambda_9 = -1,31706$	$\lambda_{13} = -1,41288$
$\lambda_2 = +1,64640$	$\lambda_6 = -1,64512$	$\lambda_{10} = +1,45218$	$\lambda_{14} = -2,06462$
$\lambda_3 = +1,25350$	$\lambda_7 = -2,11177$	$\lambda_{11} = -0,49407$	$\lambda_{15} = +0,74541$
$\lambda_4 = +0,73288$	$\lambda_8 = +4,91433$	$\lambda_{12} = -1,06498$	$\lambda_{16} = +1,03048$

CORRECTIONS AUX ANGLES.

Tulcan.........
- (1) = + 0",24729
- (2) = + 0,72207

Troya..........
- (3) = − 0,77126
- (4) = + 1,54104
- (5) = + 0,70171
- (6) = + 0,87100
- (7) = − 1,06121

El Pelado........
- (8) = + 0,95811
- (9) = − 0,19294
- (10) = + 2,25879
- (11) = − 3,85824
- (12) = + 2,70059

Machines........
- (13) = + 0,43831
- (14) = − 2,66634
- (15) = − 0,47247

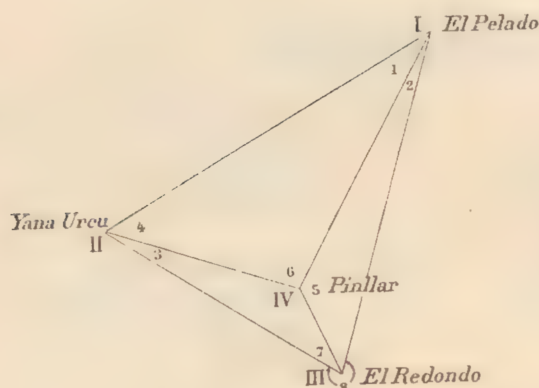
Mirador.........
- (16) = − 0",77472
- (17) = − 2,82230
- (18) = − 1,52652
- (19) = + 2,28758
- (20) = + 1,73968

Terme nord.....
- (21) = + 3,59727
- (22) = − 1 31721

Terme sud......
- (23) = + 1,22824
- (24) = + 2,45091
- (25) = − 0,79229
- (26) = − 0,36795

El Redondo.....
- (27) = + 0,44025
- (28) = + 1,15184

FIGURE 2.



Renvoi aux stations.
(T. III, fasc. 1.)

El Pelado........	3 *bis*
Yana Urcu.......	8
Pinllar..........	9
El Redondo......	10

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

El Pelado.......	$47^{G}.8886'',225+(1)+(2)$
Yana Urcu......	$69.6734,823+(3)+(4)$
El Redondo.....	$82.4388,716-(8)$

$\Sigma = 200.0009,764$
$\varepsilon = 13,689$
$E = -3,925$

(1) $o=-3'',925+(1)+(2)+(3)+(4)-(8)$

Pinllar......	$113^{G}.5960'',177+(6)$
El Pelado....	$33.7020,205+(1)$
Yana Urcu...	$52.7020,220+(4)$

$\Sigma = 200.0000,602$
$\varepsilon = 8,255$
$E = -7,653$

(2) $o=-7'',653+(1)+(4)+(6)$

Pinllar..........	$139^{G}.7664'',678+(5)$
El Redondo.....	$46.0471,315-(7)-(8)$
El Pelado.......	$14.1866,020+(2)$

$\Sigma = 200.0002,013$
$\varepsilon = 3,337$
$E = -1,324$

(3) $o=-1'',324+(2)+(5)-(7)-(8)$

Pinllar......	$146^{G}.6375'',145-(5)-(6)$
Yana Urcu...	$16.9714,603+(3)$
El Redondo..	$36.3917,401+(7)$

$\Sigma = 200.0007,149$
$\varepsilon = 2,097$
$E = +5,052$

$o=+5'',052+(3)-(5)-(6)+(7)$

ÉQUATION AUX CÔTÉS.

$$1 = \frac{\sin \mathrm{I.II.IV} \sin \mathrm{I.III.II} \sin \mathrm{I.IV.III}}{\sin \mathrm{I.IV.II} \sin \mathrm{I.II.III} \sin \mathrm{I.III.IV}}$$

I.II.IV = $52^{G}.7017^{''},468+(4)$ — log sin = $\bar{1}.86715503+62,6(4)$
I.III.II = $82.4384,153-(8)$ — » = $\bar{1}.98326183-19,3(8)$
I.IV.III = $139.7663,565+(5)$ — » = $\bar{1}.90911121-49,1(5)$

$\bar{1}.75952807$

I.IV.II = $113^{G}.5957^{''},426+(6)$ — log sin = $\bar{1}.99002003-14,8(6)$
I.II.III = $69.6730,260+(3)+(4)$ — » = $\bar{1}.94873712+-35,2[(3)+(4)]$
I.III.IV = $46.0470,203-(7)-(8)$ — » = $\bar{1}.82076988--77,2[(7)+(8)]$

$\bar{1}.75952703$

(4) $o=+1,04-0,352(3)+0,274(4)-0,491(5)+0,148(6)+0,772(7)+0,579(8)$

RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

(1) $o=-3,925+(1)+(2)+(3)+(4)-(8)$
(2) $o=-7,653+(1)+(4)+(6)$
(3) $o=-1,324+(2)+(5)-(7)-(8)$
(4) $o=+1,040-0,352(3)+0,274(4)-0,491(5)+0,148(6)+0,772(7)+0,579(8)$

ÉQUATIONS NORMALES.

		λ_1.	λ_2.	λ_3.	λ_4.
(I)	o=−3,925	+5.	+2.	+2.	−0,657
(II)	o=−7,653	+2.	+3.	»	+0,422
(III)	o=−1,324	+2.	»	+4.	−1,842
(IV)	o=+1,040	−0,657	+0,422	−1,842	+1,39319

QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1=-0,70996$ $\lambda_2=+3,46437$ $\lambda_3=-0,75466$ $\lambda_4=-3,12843$

CORRECTIONS AUX ANGLES.

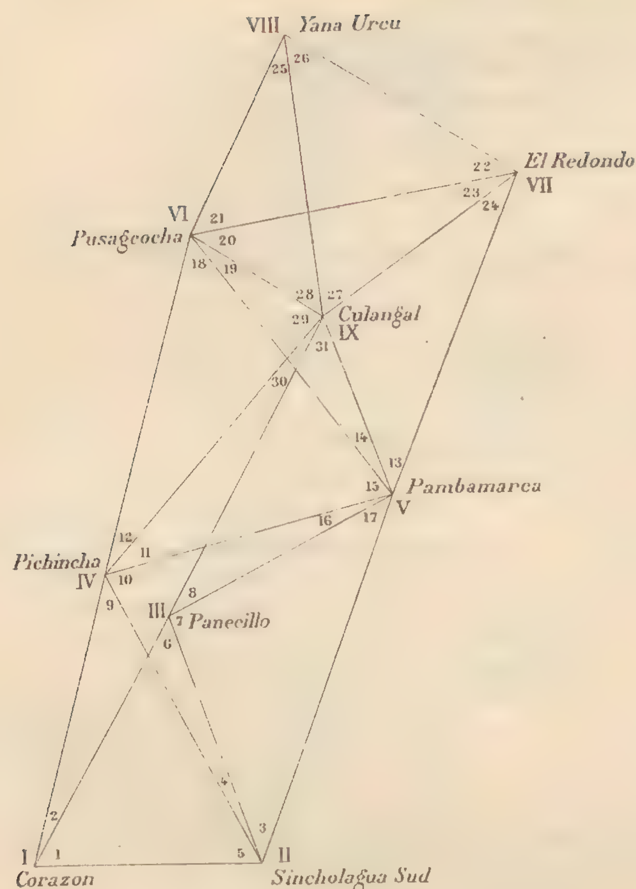
El Pelado..... $\begin{cases} (1)=+2'',75441 \\ (2)=-1,46462 \end{cases}$

El Redondo... $\begin{cases} (5)=+0'',78140 \\ (6)=+3,00137 \end{cases}$

Yana Urcu.... $\begin{cases} (3)=+0'',39125 \\ (4)=+1,89722 \end{cases}$

Pinllar........ $\begin{cases} (7)=-1'',66049 \\ (8)=-0,34674 \end{cases}$

FIGURE 3.



Renvoi aux stations.
(T. III, fasc. I.)

Yana Urcu............	8
El Redondo...........	10
Pusag Cocha..........	11
Culangal.............	12
Pambamarca..........	15 et rattachement F
Pichincha............	16 et 16 *bis*
Panecillo............	18 et rattachement G
Corazon.............	20 et 20 *bis*
Sincholagua sud.......	21

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Panecillo.......	$54^{G}.0859'',584+(6)$
Corazon........	$74.3358,986+(1)$
Sincholagua sud.	$71.5789,415+(4)+(5)$
	$\Sigma = 200.0007,985$
	$\varepsilon = 7,871$
	$E = +0,114$

(1) $0 = +0'',114+(1)+(4)+(5)+(6)$

Pambamarca....	$48^{G}.5450'',792+(17)$
Panecillo.......	$100.6200,215+(7)$
Sincholagua sud.	$50.8356,828+(3)$
	$\Sigma = 200.0007,835$
	$\varepsilon = 11,083$
	$E = -3,248$

(2) $0 = -3'',248+(3)+(7)+(17)$

Culangal.......	$58^{G}.9957'',191+(31)$
Panecillo.......	$35.6235,179+(8)$
Pambamarca....	$105.3815,440+(14)+(15)+(16)$
	$\Sigma = 200.0007,810$
	$\varepsilon = 7,603$
	$E = +0,207$

(3) $0 = +0'',207+(8)+(14)+(15)+(16)+(31)$

Pichincha......	$45^{G}.3315'',776+(9)$
Corazon........	$84.2983,265+(1)+(2)$
Sincholagua sud.	$70.3711,409+(5)$
	$\Sigma = 200.0010,450$
	$\varepsilon = 9,449$
	$E = +1,001$

(4) $0 = +1'',001+(1)+(2)+(5)+(9)$

Pambamarca....	$61^{G}.1194'',682+(16)+(17)$
Pichincha.......	$86.8384,495+(10)$
Sincholagua sud.	$52.0434,834+(3)+(4)$
$\Sigma =$	$200.0014,011$
$\varepsilon =$	$13,675$
$E =$	$+0,336$

(5) $0=+0'',336+(3)+(4)+(10)+(16)+(17)$

Pusag Cocha..	$57^{G}.7195'',708+(18)$
Pichincha.....	$67.2929,190+(11)+(12)$
Pambamarca..	$74.9884,814+(15)$
$\Sigma =$	$200.0009,712$
$\varepsilon =$	$12,711$
$E =$	$-2,999$

(6) $0=-2'',999+(11)+(12)+(15)+(18)$

Culangal.....	$69^{G}.0404'',750+(30)+(31)$
Pichincha.....	$38.1531,883+(11)$
Pambamarca..	$92.8071,550+(14)+(15)$
$\Sigma =$	$200.0008,183$
$\varepsilon =$	$7,887$
$E =$	$+0,296$

(7) $0=+0'',296+(11)+(14)+(15)+(30)+(31)$

Pusag Cocha..	$79^{G}.5886'',554+(18)+(19)$
Pichincha.....	$29.1397,307+(12)$
Culangal.....	$91.2722,525+(29)$
$\Sigma =$	$200.0006,386$
$\varepsilon =$	$7,249$
$E =$	$-0,863$

$0=-0'',863+(12)+(18)+(19)+(29)$

Pusag Cocha..	$21^{G}.8690'',846+(19)$
Pambamarca..	$17.8186,736+(14)$
Culangal.....	$160.3127,275+(29)+(30)+(31)$
$\Sigma =$	$200.0004,857$
$\varepsilon =$	$2,425$
$E =$	$+2,432$

$0=+2'',432+(14)+(19)+(29)+(30)+(31)$

El Redondo...	$63^{G}.9604'',657+(23)+(24)$
Pusag Cocha..	$69.4157,894+(19)+(20)$
Pambamarca..	$66.6247,539+(13)+(14)$
$\Sigma =$	$200.0010,090$
$\varepsilon =$	$13,842$
$E =$	$-3,752$

(8) $0=-3''.752+(13)+(14)+(19)+(20)+(23)+(24)$

El Redondo...	$35^{G}.7911'',496+(24)$
Culangal.....	$115.4031,936-(27)-(28)-(29)-(30)-(31)$
Pambamarca..	$48.8060,803+(13)$
$\Sigma =$	$200.0004,235$
$\varepsilon =$	$6,399$
$E =$	$-2,164$

(9) $0=-2'',164+(13)+(24)-(27)-(28)-(29)-(30)-(31)$

El Redondo...	$28^{G}.1693'',161+(23)$
Pusag Cocha..	$47.5467,048+(20)$
Culangal.....	$124.2840,789+(27)+(28)$
$\Sigma =$	$200.0000,998$
$\varepsilon =$	$5,018$
$E =$	$-4,020$

$0=-4'',020+(20)+(23)+(27)+(28)$

Yana Urcu....	$57^{G}.1509'',988+(26)$
Culangal.....	$68.8897,200+(27)$
El Redondo...	$73.9598,839+(22)+(23)$
$\Sigma =$	$200.0006,027$
$\varepsilon =$	$8,888$
$E =$	$-2,861$

(10) $0=-2'',861+(22)+(23)+(26)+(27)$

Yana Urcu....	$35^{G}.7029'',156+(25)$
Pusag Cocha..	$108.9030,213+(20)+(21)$
Culangal.....	$55.3943,589+(28)$
$\Sigma =$	$200.0002,958$
$\varepsilon =$	$4,850$
$E =$	$-1,892$

(11) $0=-1'',892+(20)+(21)+(25)+(28)$

Yana Urcu....	$92^G.8539'',144+(25)+(26)$
Pusag Cocha..	$61.3563,165+(21)$
El Redondo...	$45.7905,678+(22)$

$$\Sigma = 200.0007,987$$
$$\varepsilon = 8,720$$
$$E = -0,733$$

(12) $\quad 0=-0'',733+(21)+(22)+(25)+(26)$

ÉQUATIONS AUX CÔTÉS.

$$1=\frac{\sin \text{II.I.IV} \sin \text{II.IV.V} \sin \text{I.III.II} \sin \text{II.V.III}}{\sin \text{I.IV.II} \sin \text{II.V.IV} \sin \text{II.I.III} \sin \text{II.III.V}}$$

II.I.IV $=$ $84^G.2980'',115+(1)+(2)$	log sin $=$	$\bar{1}\cdot98665383+17,2[(1)+(2)]$
II.IV.V $=$ $86.8379,936+(10)$	» $=$	$\bar{1}\cdot99065118+14,3(10)$
I.III.II $=$ $54.0856,960+(6)$	» $=$	$\bar{1}\cdot87564027+60,0(6)$
II.V.III $=$ $48.5447,098+(17)$	» $=$	$\bar{1}\cdot83932669+71,4(17)$
		$\bar{1}\cdot69227197$

I.IV.II $=$ $45^G.3312'',626+(9)$	log sin $=$	$\bar{1}\cdot81517646+79,1(9)$
II.V.IV $=$ $61.1190,124+(16)+(17)$	» $=$	$\bar{1}\cdot91340226+47,7[(16)+(17)]$
II.I.III $=$ $74.3356,362+(1)$	» $=$	$\bar{1}\cdot96371025+29,1(1)$
II.III.V $=$ $100.6196,520+(7)$	» $=$	$\bar{1}\cdot99997942-0,7(7)$
		$\bar{1}\cdot69226839$

(13) $\quad 0=+3,58-0,119(1)+0,172(2)+0,600(6)+0,007(7)-0,791(9)+0,143(10)-0,447(16)+0,237(17)$

$$1=\frac{\sin \text{III.II.V} \sin \text{V.III.IX} \sin \text{II.IV.V} \sin \text{IV.IX.V}}{\sin \text{II.III.V} \sin \text{III.IX.V} \sin \text{IV.II.V} \sin \text{V.IV.IX}}$$

III.II.V $=$ $50^G.8353'',134+(3)$	log sin $=$	$\bar{1}\cdot85510929+66,4(3)$
V.III.IX $=$ $35.6232,645+(8)$	» $=$	$\bar{1}\cdot72494803+108,9(8)$
II.IV.V $=$ $86.8379,936+(10)$	» $=$	$\bar{1}\cdot99065118+14,3(10)$
IV.IX.V $=$ $69.0402,121+(30)+(31)$	» $=$	$\bar{1}\cdot94648224+36,0[(30)+(31)]$
		$\bar{1}\cdot51719074$

II.III.V $=$ $100^G.6196'',520+(7)$	log sin $=$	$\bar{1}\cdot99997942-0,7(7)$
III.IX.V $=$ $58.9954,657+(31)$	» $=$	$\bar{1}\cdot90289553+51,2(31)$
IV.II.V $=$ $52.0430,276+(3)+(4)$	» $=$	$\bar{1}\cdot86298429+63,9[(3)+(4)]$
V.IV.IX $=$ $38.1529,254+(11)$	» $=$	$\bar{1}\cdot75133186+99,9(11)$
		$\bar{1}\cdot51719110$

(14) $\quad 0=+0,36-0,025(3)+0,639(4)-0,007(7)-1,089(8)-0,143(10)+0,999(11)-0,360(30)+0,152(31)$

$$1=\frac{\sin \mathrm{IV.V.IX}\,\sin \mathrm{IV.IX.VI}\,\sin \mathrm{IV.VI.V}}{\sin \mathrm{IV.IX.V}\,\sin \mathrm{IV.VI.IX}\,\sin \mathrm{IV.V.VI}}$$

IV.V.IX = $92^{G}.8068^{\prime\prime},921$+(14)+(15) — log sin = $\bar{1}$·99722187+ 7,8[(14)+(15)]
IV.IX.VI = 91.2720,109+(29) — » = $\bar{1}$·99590562+ 9,5(29)
IV.VI.V = 57.7191,471+(18) — » = $\bar{1}$·89621935+53,4(18)

$\bar{1}$·88934684

IV.IX.V = $69^{G}.0402^{\prime\prime},121$+(30)+(31) — log sin = $\bar{1}$·94648224+36,0[(30)+(31)]
IV.VI.IX = 79.5884,138+(18)+(19) — » = $\bar{1}$·97728397+22,7[(18)+(19)]
IV.V.VI = 74.9880,577+(15) — » = $\bar{1}$·96558159+28,3(15)

$\bar{1}$·88934780

(15) 0=+0,96−0,078(14)+0,205(15)−0,307(18)+0,227(19)−0,095(29)+0,360(30)+0,360(31)

$$1=\frac{\sin \mathrm{VII.VI.IX}\,\sin \mathrm{V.VII.IX}\,\sin \mathrm{VI.V.IX}}{\sin \mathrm{VI.VII.IX}\,\sin \mathrm{VII.V.IX}\,\sin \mathrm{V.VI.IX}}$$

VII.VI.IX = $47^{G}.5465^{\prime\prime},375$+(20) — log sin = $\bar{1}$·83208550+ 73,7(20)
V.VII.IX = 35.7909,363+(24) — » = $\bar{1}$·72676890+108,3(24)
VI.V.IX = 17.8185,928+(14) — » = $\bar{1}$·44130792+237,4(14)

$\bar{1}$·00016232

VI.VII.IX = $28^{G}.1691^{\prime\prime},488$+(23) — log sin = $\bar{1}$·63162830+144,0(23)
VII.V.IX = 48.8058,670+(13) — » = $\bar{1}$·84118401+ 70,8(13)
V.VI.IX = 21.8690,038+(19) — » = $\bar{1}$·52737359+190,7(19)

$\bar{1}$·00018590

(16) 0=+23,58+0,708(13)−2,374(14)+1,907(19)−0,737(20)+1,440(23)−1,083(24)

$$1=\frac{\sin \mathrm{VIII.VI.IX}\,\sin \mathrm{VII.VIII.IX}\,\sin \mathrm{VI.VII.IX}}{\sin \mathrm{VI.VIII.IX}\,\sin \mathrm{VIII.VII.IX}\,\sin \mathrm{VII.VI.IX}}$$

VIII.VI.IX = $108^{G}.9028^{\prime\prime},596$+(20)+(21) — log sin = $\bar{1}$·99573937− 9,6[(20)+(21)]
VII.VIII.IX = 57.1507,025+(26) — » = $\bar{1}$·89315583+ 54,4(26)
VI.VII.IX = 28.1691,488+(23) — » = $\bar{1}$·63162830+144,0(23)

$\bar{1}$·52052350

VI.VIII.IX = $35^{G}.7027^{\prime\prime},539$+(25) — log sin = $\bar{1}$·72581259+108,6(25)
VIII.VII.IX = 73.9595,876+(22)+(23) — » = $\bar{1}$·96260717+ 29,6[(22)+(23)]
VII.VI.IX = 47.5465,375+(20) — » = $\bar{1}$·83208550+ 73,7(20)

$\bar{1}$·52050526

(17) 0=+18,24−0,833(20)−0,096(21)−0,296(22)+1,144(23)−1,086(25)+0,544(26)

RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

(1) 0=+ 0,114+(1) +(4) +(5) +(6)
(2) 0=− 3,248+(3) +(7) +(17)
(3) 0=+ 0,207+(8) +(14)+(15)+(16)+(31)
(4) 0=+ 1,001+(1) +(2) +(5) +(9)
(5) 0=+ 0,336+(3) +(4) +(10)+(16)+(17)
(6) 0=− 2,999+(11)+(12)+(15)+(18)
(7) 0=+ 0,296+(11)+(14)+(15)+(30)+(31)
(8) 0=− 3,752+(13)+(14)+(19)+(20)+(23)+(24)
(9) 0=− 2,164+(13)+(24)−(27)−(28)−(29)−(30)−(31)
(10) 0=− 2,861+(22)+(23)+(26)+(27)
(11) 0=− 1,892+(20)+(21)+(25)+(28)
(12) 0=− 0,733+(21)+(22)+(25)+(26)
(13) 0=+ 3,580−0,119(1)+0,172(2)+0,600(6)+0,007(7)−0,791(9) +0,143(10)−0,477(16)+0,237(17)
(14) 0=+ 0,360−0,025(3)+0,639(4)−0,007(7)−1,089(8)−0,143(10)+0,999(11)−0,360(30)+0,152(31)
(15) 0=+ 0,960−0,078(14)+0,205(15)−0,307(18)+0,227(19)−0,095(29)+0,360(30)+0,360(31)
(16) 0=+23,580+0,708(13)−2,374(14)+1,907(19)−0,737(20)+1,440(23)−1,083(24)
(17) 0=+18,240−0,833(20)−0,096(21)−0,296(22)+1,144(23)−1,086(25)+0,544(26)

ÉQUATIONS NORMALES.

		λ_1.	λ_2.	λ_3.	λ_4.	λ_5.	λ_6.	λ_7.	λ_8.	λ_9.	
(I)	0=+ 0,114	+4.	»	»	+2.	+1.	»	»	»	»	...
(II)	0=− 3,248	»	+3.	»	»	+2.	»	»	»	»	...
(III)	0=+ 0,207	»	»	+5.	»	+1.	+1.	+3.	+1.	−1.	...
(IV)	0=+ 1,001	+2	»	»	+4.	»	»	»	»	»	...
(V)	0=+ 0,336	+1.	+2.	+1.	»	+5.	»	»	»	»	...
(VI)	0=− 2,999	»	»	+1.	»	»	+1.	+2.	»	»	...
(VII)	0=+ 0,296	»	»	+3.	»	»	+2.	+5.	+1.	−2.	...
(VIII)	0=− 3,752	»	»	+1.	»	»	»	+1.	+6.	+2.	...
(IX)	0=− 2,164	»	»	−1.	»	»	»	−2.	+2.	+7.	...
(X)	0=− 2,861	»	»	»	»	»	»	»	+1.	−1.	...
(XI)	0=− 1,892	»	»	»	»	»	»	»	+1.	−1.	...
(XII)	0=− 0,733	»	»	»	»	»	»	»	»	»	...
(XIII)	0=+ 3,580	+0,481	+0,244	−0,477	−0,738	−0,097	»	»	»	»	...
(XIV)	0=+ 0,360	+0,639	−0,032	−0,937	»	+0,471	+0,999	+0,791	»	+0,208	...
(XV)	0=+ 0,960	»	»	+0,487	»	»	−0,102	+0,847	+0,149	−0,625	...
(XVI)	0=+23,580	»	»	−2,374	»	»	»	−2,374	−0,139	−0,375	...
(XVII)	0=+18,240	»	»	»	»	»	»	»	+0,311	»	...

ÉQUATIONS NORMALES (suite).

		λ_{10}.	λ_{11}.	λ_{12}.	λ_{13}.	λ_{14}.	λ_{15}.	λ_{16}.	λ_{17}.
(I)	...	»	»	»	+0,481	+0,639	»	»	»
(II)	...	»	»	»	+0,244	−0,032	»	»	»
(III)	...	»	»	»	−0,477	−0,937	+0,487	− 2,374	»
(IV)	...	»	»	»	−0,738	»	»	»	»
(V)	...	»	»	»	−0,097	+0,471	»	»	»
(VI)	...	»	»	»	»	+0,999	−0,102	»	»
(VII)	...	»	»	»	»	+0,791	+0,847	− 2,374	»
(VIII)	...	+1.	+1.	»	»	»	+0,149	− 0,139	+0,311
(IX)	...	−1.	−1.	»	»	+0,208	−0,625	− 0,375	»
(X)	...	+4.	»	+2.	»	»	»	+ 1,440	+1,392
(XI)	...	»	+4.	+2.	»	»	»	− 0,737	−2,015
(XII)	...	+2.	+2.	+4.	»	»	»	»	−0,934
(XIII)	...	»	»	»	+1,33362	−0,02050	»	»	»
(XIV)	...	»	»	»	−0,02050	+2,76507	−0,07488	»	»
(XV)	...	»	»	»	»	−0,07488	+0,46212	+ 0,61806	»
(XVI)	...	+1,440	−0,737	»	»	»	+0,61806	+13,56345	+2,26128
(XVII)	...	+1,392	−2,015	−0,934	»	»	»	+ 2,26128	+3,57480

QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = + 2,57660$ $\lambda_6 = + 2,70297$ $\lambda_{10} = + 6,16861$ $\lambda_{14} = - 1,32356$

$\lambda_2 = + 2,37422$ $\lambda_7 = - 2,07676$ $\lambda_{11} = - 2,58682$ $\lambda_{15} = + 6,70776$

$\lambda_3 = - 1,65291$ $\lambda_8 = + 0,78887$ $\lambda_{12} = - 3,63921$ $\lambda_{16} = - 2,02560$

$\lambda_4 = - 2,68890$ $\lambda_9 = + 0,29572$ $\lambda_{13} = - 6,23485$ $\lambda_{17} = - 8,70062$

$\lambda_5 = - 1,19789$

CORRECTIONS AUX ANGLES.

Corazon ....
(1) = + 0",62965
(2) = − 3,76129

Sincholagua sud...
(3) = + 1,20942
(4) = + 0,53296
(5) = − 0,11230

Panecillo ....
(6) = − 1,16431
(7) = + 2,33984
(8) = − 0,21155

Pichincha.........
(9) = + 2,24287
(10) = − 1,90021
(11) = − 0,69603
(12) = + 2,70297

Pambamarca......
(13) = − 0,34953
(14) = + 1,34476
(15) = + 0,34839
(16) = + 0,12322
(17) = − 0,30133

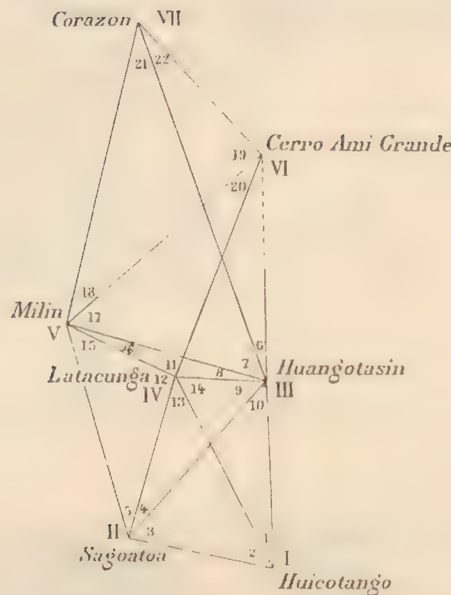
Pusag Cocha......
(18) = + 0",64369
(19) = − 1,55099
(20) = + 6,94254
(21) = − 5,39077

El Redondo ....
(22) = + 5,10478
(23) = − 5,91289
(24) = + 3,27831

Yana Urcu........
(25) = + 3,22284
(26) = − 2,20374

Culangal..........
(27) = + 5,87289
(28) = − 2,88254
(29) = − 0,93296
(30) = + 0,51879
(31) = − 1,81178

FIGURE 4.



Renvoi aux stations.
(T. III, fasc. 1.)

Corazon	20
Cerro Ami Grande	22
Milin	23
Latacunga	24
Huangotasin	25
Sagoatoa	26
Huicotango	27

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Latacunga....	$42^{G}.4850'',684+(13)$
Sagoatoa.....	$98.3394,613+(3)+(4)$
Huicotango...	$59.1757,615+(2)$
	$\Sigma = 200.0002,912$
	$\varepsilon = 3,929$
	$E = -1,017$

(1) $0 = -1'',017+(2)+(3)+(4)+(13)$

Huangotasin..	$116^{G}.8009'',938+(9)+(10)$
Latacunga....	$58.6048,529+(14)$
Huicotango...	$24.5942,836+(1)$
	$\Sigma = 200.0001,303$
	$\varepsilon = 2,461$
	$E = -1,158$

(2) $0 = -1'',158+(1)+(9)+(10)+(14)$

Milin........	$64^{G}.7265'',841+(15)$
Sagoatoa.....	$33.1539,730+(5)$
Latacunga....	$102.1200,648+(12)$
	$\Sigma = 200.0006,219$
	$\varepsilon = 2,976$
	$E = +3,243$

(3) $0 = +3'',243+(5)+(12)+(15)$

Cerro Ami G^de^.	$27^{G}.7500'',011+(20)$
Milin........	$64.1025,273+(16)+(17)$
Latacunga....	$108.1476,484+(11)$
	$\Sigma = 200.0001,768$
	$\varepsilon = 3,459$
	$E = -1,691$

(4) $0 = -1'',691+(11)+(16)+(17)+(20)$

Huangotasin .. 84^{G}.8778$''$,115+(6)+(7)+(8)
Cerro Ami G[de]. 26.4801,086[conclu]
Latacunga.... 88.6423,655—(11)—(12)—(13)—(14)

200 + ε = 200.0002,856

Cerro Ami G[de]. 54^{G}.2300$''$,264[conclu]
Milin .... 62.6449,324+(17)
Huangotasin .. 83.1256,654+(6)+(7)

200 + ε = 200.0006,242

Huangotasin .. 46^{G}.5251$''$,127+(10)
Sagoatoa .... 69.7049,004+(3)
Huicotango... 83.7700,451+(1)+(2)

Σ = 200.0000,582
ε = 3,912
E = —3,330

(5) o=—3$''$,330+(1)+(2)+(3)+(10)

Milin .... 66^{G}.1841$''$,790+(15)+(16)
Sagoatoa ..... 61.7885,339+(4)+(5)
Huangotasin .. 72.0280,272+(8)+(9)

Σ = 200.0007,401
ε = 5,527
E = +1,874

o=+1$''$,874+(4)+(5)+(8)+(9)+(15)+(16)

Latacunga.... 101^{G}.0899$''$,213+(13)+(14)
Sagoatoa ..... 28.6345,609+(4)
Huangotasin .. 70.2758,811+(9)

Σ = 200.0003,633
ε = 2,478
E = +1,155

o=+1$''$,155+(4)+(9)+(13)+(14)

Latacunga.... 196^{G}.7900$''$,139—(12)—(13)—(14)
Huangotasin .. 1.7521,461+(8)
Milin .... 1.4575,949+(16)

Σ = 199.9997,549
ε = 0,073
E = —2,524

(6) o=—2$''$,524+(8)—(12)—(13)—(14)+(16)

Corazon...... 36^{G}.5453$''$,453+(21)
Milin .... 100.8251,122+(17)+(18)
Huangotasin .. 62.6302,376+(7)

Σ = 200.0006,951
ε = 8,961
E = —2,010

(7) o=—2$''$,010+(7)+(17)+(18)+(21)

Corazon...... 63^{G}.0576$''$,257+(21)+(22)
Milin .... 38.1801,798+(18)
Cerro Ami G[de]. 98.7628,575+(19)

Σ = 200.0006,630
ε = 6,487
E = +0,143

(8) o=+0$''$,143+(18)+(19)+(21)+(22)

Cerro Ami G[de]........... 152^{G}.9926$''$,686[conclu]
Corazon.......... ..... 26.5122,804+(22)
Huangotasin........... 20.4954,278+(6)

200 + ε = 200.0003,768

ÉQUATIONS AUX CÔTÉS.

$$1 = \frac{\sin \mathrm{II.I.III} \sin \mathrm{II.III.IV} \sin \mathrm{I.IV.II}}{\sin \mathrm{I.III.II} \sin \mathrm{II.IV.III} \sin \mathrm{II.I.IV}}$$

II.I.III	$= 83^{\mathrm{G}}.7699'',147+(1)+(2)$	$\log\sin = \bar{1}\cdot98573088+17,8[(1)+(2)]$
II.III.IV	$= 70.2757,985+(9)$	» $= \bar{1}\cdot95083441+34,4(9)$
I.IV.II	$= 42.4849,374+(13)$	» $= \bar{1}\cdot79162618+86,6(13)$
		$\bar{1}\cdot72819147$

I.III.II	$= 46^{\mathrm{G}}.5249'',823+(10)$	$\log\sin = \bar{1}\cdot82443502+76,1(10)$
II.IV.III	$= 101.0898,387+(13)+(14)$	» $= \bar{1}\cdot99993635-1,2[(13)+(14)]$
II.I.IV	$= 59.1756,305+(2)$	» $= \bar{1}\cdot90381576+51,0(2)$
		$\bar{1}\cdot72818713$

(9) $0=+4,34+0,178(1)-0,332(2)+0,344(9)-0,761(10)+0,878(13)+0,012(14)$

$$1 = \frac{\sin \mathrm{IV.V.VI} \sin \mathrm{III.IV.VI} \sin \mathrm{V.III.VI}}{\sin \mathrm{V.IV.VI} \sin \mathrm{IV.III.VI} \sin \mathrm{III.V.VI}}$$

IV.V.VI	$= 64^{\mathrm{G}}.1024'',120+(16)+(17)$	$\log\sin = \bar{1}\cdot92695374+43,1[(16)+(17)]$
III.IV.VI	$= 88.6422,703-(11)-(12)-(13)-(14)$	» $= \bar{1}\cdot99305144-12,3[(11)+(12)+(13)+(14)]$
V.III.VI	$= 83.1254,573+(6)+(7)$	» $= \bar{1}\cdot98456131+18,5[(6)+(7)]$
		$\bar{1}\cdot90456649$

V.IV.VI	$= 108^{\mathrm{G}}.1475'',331+(11)$	$\log\sin = \bar{1}\cdot99643355-8,7(11)$
IV.III.VI	$= 84.8777,163+(6)+(7)+(8)$	» $= \bar{1}\cdot98763039+16,5[(6)+(7)+(8)]$
III.V.VI	$= 62.6447,243+(17)$	» $= \bar{1}\cdot92050445+45,4(17)$
		$\bar{1}\cdot90456839$

(10) $0=+1,90-0,020(6)-0,020(7)+0,165(8)+0,036(11)+0,123(12)+0,123(13)+0,123(14)-0,431(16)$
$+0,023(17)$

$$1 = \frac{\sin \mathrm{V.III.VI} \sin \mathrm{V.VI.VII} \sin \mathrm{III.VII.V}}{\sin \mathrm{III.VI.V} \sin \mathrm{V.VII.VI} \sin \mathrm{V.III.VII}}$$

V.III.VI	$= 83^{\mathrm{G}}.1254'',573+(6)+(7)$	$\log\sin = \bar{1}\cdot98456131+18,5[(6)+(7)]$
V.VI.VII	$= 98.7626,413+(19)$	» $= \bar{1}\cdot99991796+1,3(19)$
III.VII.V	$= 36.5450,466+(21)$	» $= \bar{1}\cdot73482849+105,5(21)$
		$\bar{1}\cdot71930776$

III.VI.V	$= 54^{\mathrm{G}}.2298'',184-(6)-(7)-(17)$	$\log\sin = \bar{1}\cdot87650275-59,7[(6)+(7)+(17)]$
V.VII.VI	$= 63.0574,095+(21)+(22)$	» $= \bar{1}\cdot92236320+44,7[(21)+(22)]$
V.III.VII	$= 62.6299,389+(7)$	» $= \bar{1}\cdot92043736+45,3(7)$
		$\bar{1}\cdot71930331$

(11) $0=+4,45+0,782(6)+0,329(7)+0,597(17)+0,013(19)+0,608(21)-0,447(22)$

$$1 = \frac{\sin \mathrm{II.IV.V} \sin \mathrm{IV.VI.V} \sin \mathrm{IV.III.VI} \sin \mathrm{IV.I.III} \sin \mathrm{I.II.IV}}{\sin \mathrm{IV.II.V} \sin \mathrm{IV.V.VI} \sin \mathrm{III.VI.IV} \sin \mathrm{I.III.IV} \sin \mathrm{II.I.IV}}$$

II.IV.V	$= 64^{G}.7264^{''},849+(15)$	log sin	$= \bar{1}\cdot92961684+\ \ 42,2(15)$
IV.VI.V	$= 27.7498,858+(20)$	»	$= \bar{1}\cdot62553998+146,5(20)$
IV.III.VI	$= 84.8777,163+(6)+(7)+(8)$	»	$= \bar{1}\cdot98763039+\ \ 16,5[(6)+(7)+(8)]$
IV.I.III	$= 24.5942,016+(1)$	»	$= \bar{1}\cdot57609550+167,7(1)$
I.II.IV	$= 98.3393,304+(3)+(4)$	»	$= \bar{1}\cdot99985222+\ \ \ 1,8[(3)+(4)]$
			$\bar{1}\cdot11873493$

IV.II.V	$= 33^{G}.1538^{''},738+(5)$	log sin	$= \bar{1}\cdot69684261+118,9(5)$
IV.V.VI	$= 64.1024,120+(16)+(17)$	»	$= \bar{1}\cdot92695374+\ \ 43,1[(16)+(17)]$
III.VI.IV	$= 26.4800,134-(6)-(7)-(8)+(11)+(12)+(13)+(14)$	»	$= \bar{1}\cdot60644203+154,5[-(6)-(7)-(8)+(11)+(12)+(13)+(14)]$
I.III.IV	$= 116.8009,117+(9)+(10)$	»	$= \bar{1}\cdot98469735-\ \ 18,4[(9)+(10)]$
II.I.IV	$= 59.1756,305+(2)$	»	$= \bar{1}\cdot90381576+\ \ 51,0(2)$
			$\bar{1}\cdot11875149$

(12) $0=+16,56-1,677(1)+0,510(2)-0,018(3)-0,018(4)+1,189(5)-1,710(6)-1,710(7)-1,710(8)$
$-0,184(9)-0,184(10)+1,545(11)+1,545(12)+1,545(13)+1,545(14)-0,422(15)$
$+0,431(16)+0,431(17)-1,465(20)$

RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

(1) $0=-\ 1,017+(2)+(3)+(4)+(13)$
(2) $0=-\ 1,158+(1)+(9)+(10)+(14)$
(3) $0=+\ 3,243+(5)+(12)+(15)$
(4) $0=-\ 1,691+(11)+(16)+(17)+(20)$
(5) $0=-\ 3,330+(1)+(2)+(3)+(10)$
(6) $0=-\ 2,524+(8)-(12)-(13)-(14)+(16)$
(7) $0=-\ 2,010+(7)+(17)+(18)+(21)$
(8) $0=+\ 0,143+(18)+(19)+(21)+(22)$
(9) $0=+\ 4,340+0,178(1)-0,332(2)+0,344(9)-0,761(10)+0,878(13)+0,012(14)$
(10) $0=+\ 1,900-0,020(6)-0,020(7)+0,165(8)+0,036(11)+0,123(12)+0,123(13)+0,123(14)$
$-0,431(16)+0,023(17)$
(11) $0=+\ 4,450+0,782(6)+0,329(7)+0,597(17)+0,013(19)+0,608(21)-0,447(22)$
(12) $0=+16,560-1,677(1)+0,510(2)-0,018(3)-0,018(4)+1,189(5)-1,710(6)-1,710(7)$
$-1,710(8)-0,184(9)-0,184(10)+1,545(11)+1,545(12)+1,545(13)+1,545(14)$
$-0,422(15)+0,431(16)+0,431(17)-1,465(20)$

ÉQUATIONS NORMALES.

		λ_1.	λ_2.	λ_3.	λ_4.	λ_5.	λ_6.	
(I)	0=− 1,017	+4.	»	»	»	+2.	−1.	...
(II)	0=− 1,158	»	+4.	»	»	+2.	−1.	...
(III)	0=+ 3,243	»	»	+3.	»	»	−1.	...
(IV)	0=− 1,691	»	»	»	+4.	»	+1.	...
(V)	0=− 3,330	+2.	+2.	»	»	+4.	»	...
(VI)	0=− 2,524	−1.	−1.	−1.	+1.	»	+5.	...
(VII)	0=− 2,010	»	»	»	+1.	»	»	...
(VIII)	0=+ 0,143	»	»	»	»	»	»	...
(IX)	0=+ 4,340	+0,546	−0,227	»	»	−0,915	−0,890	...
(X)	0=+ 1,900	+0,123	+0,123	+0,123	−0,372	»	−0,635	...
(XI)	0=+ 4,450	»	»	»	+0,597	»	»	...
(XII)	0=+16,560	+2,019	−0,500	+2,312	+0,942	−1,369	−5,914	...

ÉQUATIONS NORMALES (suite).

		λ_7.	λ_8.	λ_9.	λ_{10}.	λ_{11}.	λ_{12}.
(I)	...	»	»	+0,546	+0,123	»	+ 2,019
(II)	...	»	»	−0,227	+0,123	»	− 0,500
(III)	...	»	»	»	+0,123	»	+ 2,312
(IV)	...	+1.	»	»	−0,372	+0,597	+ 0,942
(V)	...	»	»	−0,915	»	»	− 1,369
(VI)	...	»	»	−0,890	−0,635	»	− 5,914
(VII)	...	+4.	+2.	»	+0,003	+1,534	− 1,279
(VIII)	...	+2.	+4.	»	»	+0,174	»
(IX)	...	»	»	+1,61039	+0,10947	»	+ 0,98395
(X)	...	+0,003	»	+0,10947	+0,26100	−0,00849	+ 0,23613
(XI)	...	+1,534	+0,174	»	−0,00849	+1,64582	− 1,64250
(XII)	...	−1,279	»	+0,98395	+0,23613	−1,64250	+25,57074

QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = + 2,54586$	$\lambda_5 = - 2,45436$	$\lambda_9 = - 5,06826$
$\lambda_2 = + 0,36563$	$\lambda_6 = - 4,12893$	$\lambda_{10} = - 13,46841$
$\lambda_3 = - 0,39249$	$\lambda_7 = + 3,48701$	$\lambda_{11} = - 8,20064$
$\lambda_4 = + 1,01684$	$\lambda_8 = - 1,42253$	$\lambda_{12} = - 1,96274$

CORRECTIONS AUX ANGLES.

Huicotango .... { (1) = + 0″,30064 ; (2) = + 0,77317

Sagoatoa .... { (3) = + 0,12683 ; (4) = + 2,58119 ; (5) = − 2,72619

Huangotasin .... { (6) = − 2,78725 ; (7) = + 4,41466 ; (8) = − 2,99493 ; (9) = − 1,01670 ; (10) = + 2,12936

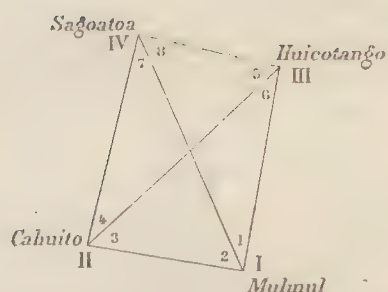
Latacunga .... { (11) = − 2″,50046 ; (12) = − 0,95260 ; (13) = − 2,46419 ; (14) = − 0,25530

Milin .... { (15) = + 0,43579 ; (16) = + 1,84685 ; (17) = − 1,54765 ; (18) = + 2,06448

Cerro Ami Grande... { (19) = − 1,52914 ; (20) = + 3,89226

Corazon .... { (21) = − 2″,92151 ; (22) = + 2,24316

FIGURE 5.



Renvoi aux stations.
(T. III, fasc. 1.)

Sagoatoa.........	26
Huicotango.......	27
Cahuito...........	28
Mulmul..........	29

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Huicotango.......	41^G.2831,743"+(6)
Cahuito.........	56.4294,235+(3)
Mulmul..........	102.2883,255+(1)+(2)

Σ = 200.0009,233
ε = 4,603
E = +4,630

(1) $o = +4'',630 + (1) + (2) + (3) + (6)$

Sagoatoa.........	42^G.6672,276"+(7)
Cahuito..........	93.9253,750+(3)+(4)
Mulmul..........	63.4086,233+(2)

Σ = 200.0012,259
ε = 4,829
E = +7,430

(2) $o = +7'',430 + (2) + (3) + (4) + (7)$

Sagoatoa.........	101^G.7065,403"+(7)+(8)
Cahuito..........	37.4959,515+(4)
Huicotango.......	60.7980,959+(5)

Σ = 200.0005,877
ε = 4,459
E = +1,418

(3) $o = +1'',418 + (4) + (5) + (7) + (8)$

Huicotango.......	102^G.0812,702"+(5)+(6)
Sagoatoa.........	59.0393,127+(8)
Mulmul..........	38.8797,022+(1)

Σ = 200.0002,851
ε = 4,233
E = −1,382

$o = -1'',382 + (1) + (5) + (6) + (8)$

ÉQUATION AUX CÔTÉS.

$$1 = \frac{\sin \mathrm{I.II.IV} \; \sin \mathrm{I.IV.III} \; \sin \mathrm{I.III.II}}{\sin \mathrm{I.IV.II} \; \sin \mathrm{I.III.IV} \; \sin \mathrm{I.II.III}}$$

I.II.IV =	$93^{G}.9252{,}140''+(3)+(4)$	log sin =	$\bar{1}\cdot 99801977 + \;6{,}5[(3)+(4)]$
I.IV.III =	$59.0391{,}716+(8)$	» =	$\bar{1}\cdot 90311928 + 51{,}1(8)$
I.III.II =	$41.2830{,}209+(6)$	» =	$\bar{1}\cdot 78101495 + 90{,}1(6)$
			$\bar{1}\cdot 68215400$

I.IV.II =	$42^{G}.6670{,}666''+(7)$	log sin =	$\bar{1}\cdot 79319838 + 86{,}0(7)$
I.III.IV =	$102.0811{,}291+(5)+(6)$	» =	$\bar{1}\cdot 99976790 - \;2{,}2[(5)+(6)]$
I.II.III =	$56.4292{,}701+(3)$	» =	$\bar{1}\cdot 88918614 + 55{,}7(3)$
			$\bar{1}\cdot 68215242$

(4) $\quad 0 = +1{,}58 - 0{,}492(3) + 0{,}065(4) + 0{,}022(5) + 0{,}923(6) - 0{,}860(7) + 0{,}511(8)$

RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

(1) $\quad 0 = +4{,}630 + (1) + (2) + (3) + (6)$

(2) $\quad 0 = +7{,}430 + (2) + (3) + (4) + (7)$

(3) $\quad 0 = +1{,}418 + (4) + (5) + (7) + (8)$

(4) $\quad 0 = +1{,}580 - 0{,}492(3) + 0{,}065(4) + 0{,}022(5) + 0{,}923(6) - 0{,}860(7) + 0{,}511(8)$

ÉQUATIONS NORMALES.

		λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
(I)	o=+4,630	+4.	+2.	»	+0,431
(II)	o=+7,430	+2.	+4.	+2.	−1,287
(III)	o=+1,418	»	+2.	+4.	−0,262
(IV)	o=+1,580	+0,431	−1,287	−0,262	+2,09942

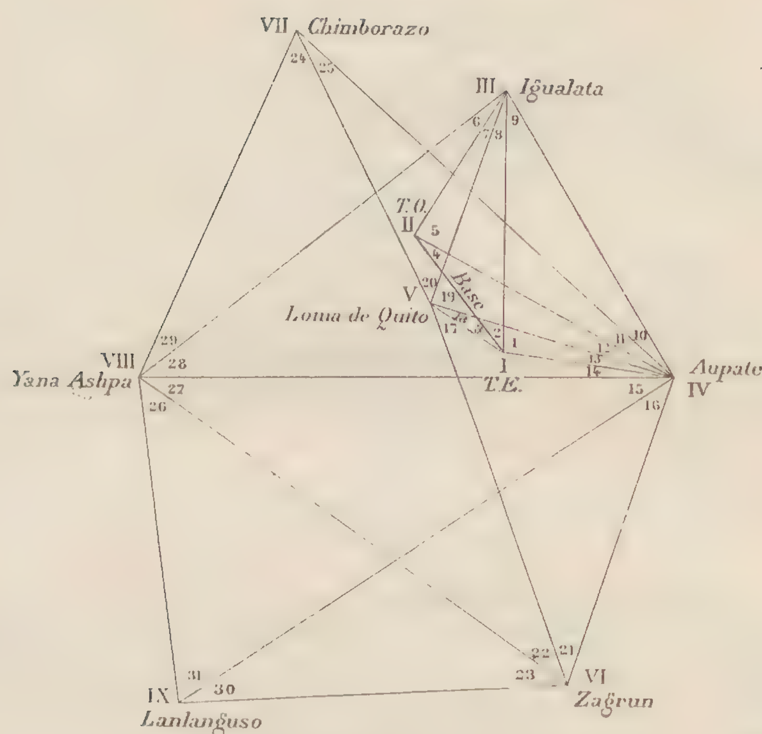
QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = +1{,}67004 \qquad \lambda_2 = -4{,}82964 \qquad \lambda_3 = +1{,}80914 \qquad \lambda_4 = +3{,}83032$

CORRECTIONS AUX ANGLES.

Mulmul......	(1) = +1″,67004	Huicotango...	(5) = +1″,72517
	(2) = −3,15960		(6) = −1,86535
Cahuito.....	(3) = −1,27509	Sagoatoa.....	(7) = +0,27387
	(4) = −3,26918		(8) = −0,14786

FIGURE 6.



Renvoi aux stations.
(T. III, fasc. 1.)

Chimborazo 30
Igualata 31
Terme ouest de la base de Riobamba 32
Loma de Quito 33
Terme est de la base de Riobamba 34
Aupate 35
Yana Ashpa 36
Zagrun 37
Lanlanguso 38

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Igualata	$49^{G}.2545'',074+(7)+(8)$
Terme ouest . .	$98.6838,382+(4)+(5)$
Terme est	$52.0609,840+(2)$
$\Sigma =$	$199.9993,296$
$\varepsilon =$	$0,723$
$E =$	$-7,427$

(1) $o = -7'',427+(2)+(4)+(5)+(7)+(8)$

Aupate	$15^{G}.6385'',243+(12)+(13)$
Terme ouest . .	$13.1024,989+(4)$
Terme est	$171.2588,698+(1)+(2)$
$\Sigma =$	$199.9998,930$
$\varepsilon =$	$0,254$
$E =$	$-1,324$

(2) $o = -1'',324+(1)+(2)+(4)+(12)+(13)$

Igualata	$77^{G}.6179'',718+(7)+(8)+(9)$
Terme ouest . .	$85.5813,393+(5)$
Aupate	$36.8010,356+(10)+(11)$
$\Sigma =$	$200.0003,467$
$\varepsilon =$	$1,264$
$E =$	$+2,203$

(3) $o = +2'',203+(5)+(7)+(8)+(9)+(10)+(11)$

Aupate	$52^{G}.4395'',599+(10)+(11)+(12)+(13)$
Igualata	$28.3634,644+(9)$
Terme est	$119.1978,858+(1)$
$\Sigma =$	$200.0009,101$
$\varepsilon =$	$0,795$
$E =$	$+8,306$

$o = +8'',306+(1)+(9)+(10)+(11)+(12)+(13)$

Loma de Quito.	$121^{G}.2811'',825+(18)+(19)$
Terme est.....	$59.5369,241+(2)+(3)$
Igualata.......	$19.1812,726+(8)$
$\Sigma =$	$199.9993,792$
$\varepsilon =$	$0,359$
E =	$6,567$

(4) $0=-6'',567+(2)+(3)+(8)+(18)+(19)$

Aupate.......	$7^{G}.3831'',617+(13)$
Terme est.....	$178.7348,099+(1)+(2)+(3)$
Loma de Quito.	$13.8820,213+(18)$
$\Sigma =$	$199.9999,929$
$\varepsilon =$	$0,086$
E =	$-0,157$

(5) $0=-0'',157+(1)+(2)+(3)+(13)+(18)$

Loma de Quito.	$107^{G}.3991'',612+(19)$
Aupate.......	$45.0563,982+(10)+(11)+(12)$
Igualata.......	$47.5447,370+(8)+(9)$
$\Sigma =$	$200.0002,964$
$\varepsilon =$	$1,068$
E =	$+1,896$

$0=+1'',896+(8)+(9)+(10)+(11)+(12)+(19)$

Chimborazo...	$15^{G}.0641'',059+(25)$
Loma de Quito.	$155.4185,676+(19)+(20)$
Aupate.......	$29.5168,901+(11)+(12)$
$\Sigma =$	$199.9995,636$
$\varepsilon =$	$1,381$
E =	$-5,745$

(6) $0=-5'',745+(11)+(12)+(19)+(20)+(25)$

Yana Ashpa...	$36^{G}.0826'',773+(28)$
Aupate.......	$68.3103,721+(10)+(11)+(12)+(13)+(14)$
Igualata.......	$95.6076,458+(6)+(7)+(8)+(9)$
$\Sigma =$	$200.0006,952$
$\varepsilon =$	$3,921$
E =	$+3,031$

(7) $0=+3'',031+(6)+(7)+(8)+(9)+(10)+(11)+(12)+(13)+(14)+(28)$

Chimborazo...	$72^{G}.7612'',094+(24)+(25)$
Yana Ashpa...	$74.4683,010+(28)+(29)$
Aupate.......	$52.7708,640+(11)+(12)+(13)+(14)$
$\Sigma =$	$200.0003,744$
$\varepsilon =$	$6,185$
E =	$-2,441$

(8) $0=-2'',441+(11)+(12)+(13)+(14)+(24)+(25)+(28)+(29)$

Zagrun.......	$29^{G}.0467'',658+(21)$
Aupate.......	$101.7588,040+(13)+(14)+(15)+(16)$
Loma de Quito.	$69.1947,007+(17)+(18)$
$\Sigma =$	$200.0002,705$
$\varepsilon =$	$2,256$
E =	$+0,449$

(9) $0=+0'',449+(13)+(14)+(15)+(16)+(17)+(18)+(21)$

Zagrun.......	$74^{G}.0036'',855+(21)+(22)$
Aupate.......	$78.5048,301+(15)+(16)$
Yana Ashpa...	$47.4923,663+(27)$
$\Sigma =$	$200.0008,819$
$\varepsilon =$	$5,785$
E =	$+3,034$

(10) $0=+3'',034+(15)+(16)+(21)+(22)+(27)$

Lanlanguso....	$95^{\mathrm{G}}.1519'',814$+(30)+(31)
Zagrun	56.2231,351+(23)
Yana Ashpa ...	48.6250,428+(26)
Σ =	200.0001,593
ε =	4,698
E =	—3,105

(11) o=—3",105+(23)+(26)+(30)+(31)

Zagrun	$130^{\mathrm{G}}.2268'',206$+(21)+(22)+(23)
Aupate	34.1815,563+(16)
Lanlanguso....	35.5918,677+(30)
Σ =	200.0002,446
ε =	3,889
E =	—1,443

(12) o=—1",443+(16)+(21)+(22)+(23)+(30)

Lanlanguso....	$59^{\mathrm{G}}.5601'',137$+(31)
Aupate	44.3232,738+(15)
Yana Ashpa ...	96.1174,091+(26)+(27)
Σ =	200.0007,966
ε =	6,594
E =	+1,372

o=+1",372+(15)+(26)+(27)+(31)

ÉQUATIONS AUX CÔTÉS.

$$1 = \frac{\sin \mathrm{I.II.III} \sin \mathrm{I.III.IV} \sin \mathrm{I.IV.II}}{\sin \mathrm{I.III.II} \sin \mathrm{I.IV.III} \sin \mathrm{I.II.IV}}$$

I.II.III = $98^{\mathrm{G}}.6838'',141$+(4)+(5) — log sin = $\bar{1}$·99990717+ 1,4[(4)+(5)]
I.III.IV = 28.3634,379+(9) — » = $\bar{1}$·63441465+142,8(9)
I.IV.II = 15.6385,158+(12)+(13) — » = $\bar{1}$·38593877+272,1[(12)+(13)]

$\bar{1}$·02026059

I.III.II = $49^{\mathrm{G}}.2544'',833$+(7)+(8) — log sin = $\bar{1}$·84433915+ 69,9[(7)+(8)]
I.IV.III = 52.4395,334+(10)+(11)+(12)+(13) — » = $\bar{1}$·86550517+ 63,2[(10)+(11)+(12)+(13)]
I.II.IV = 13.1024,904+(4) — » = $\bar{1}$·31040333+326,8(4)

$\bar{1}$·02024765

(13) o=+12,94—3,254(4)+0,014(5)—0,699(7)—0,699(8)+1,428(9)—0,632(10)—0,632(11)+2,089(12)+2,089(13)

$$1 = \frac{\sin \mathrm{I.V.III} \sin \mathrm{I.III.IV} \sin \mathrm{I.IV.V}}{\sin \mathrm{I.III.V} \sin \mathrm{I.IV.III} \sin \mathrm{I.V.IV}}$$

I.V.III = $121^{\mathrm{G}}.2811'',706$+(18)+(19) — log sin = $\bar{1}$·97526887— 23,7[(18)+(19)]
I.III.IV = 28.3634,379+(9) — » = $\bar{1}$·63441465+142,8(9)
I.IV.V = 7.3831,588+(13) — » = $\bar{1}$·06338810+585,6(13)

$\bar{2}$·67307162

I.III.V = $19^{\mathrm{G}}.1812'',606$+(8) — log sin = $\bar{1}$·47240609+219,5(8)
I.IV.III = 52.4395,334+(10)+(11)+(12)+(13) — » = $\bar{1}$·86550517+ 63,2[(10)+(11)+(12)+(13)]
I.V.IV = 13.8820,184+(18) — » = $\bar{1}$·33512528+307,9(18)

$\bar{2}$·67303654

(14) o=+35,08—2,195(8)+1,428(9)—0,632(10)—0,632(11)—0,632(12)+5,224(13)—3,316(18)—0,237(19)

$$1 = \frac{\sin V.III.IV \sin IV.V.VII \sin III.VIII.IV \sin IV.VII.VIII}{\sin III.V.IV \sin IV.VII.V \sin IV.III.VIII \sin IV.VIII.VII}$$

V.III.IV $= 47^{G}.5447^{''},014+(8)+(9)$	log sin $= \bar{1}\cdot83207197+\ 73,7[(8)+(9)]$
IV.V.VII $= 155.4185,215+(19)+(20)$	» $= \bar{1}\cdot80917915-\ 80,9[(19)+(20)]$
III.VIII.IV $= 36.0825,466+(28)$	» $= \bar{1}\cdot72991050+107,2(28)$
IV.VII.VIII $= 72.7610,032+(24)+(25)$	» $= \bar{1}\cdot95897074+\ 31,1[(24)+(25)]$
	$\bar{1}\cdot33013236$

III.V.IV $= 107^{G}.3991^{''},256+(19)$	log sin $= \bar{1}\cdot99706008-\ \ 7,9(19)$
IV.VII.V $= 15.0640,599+(25)$	» $= \bar{1}\cdot37000150+282,9(25)$
IV.III.VIII $= 95.6075,151+(6)+(7)+(8)+(9)$	» $= \bar{1}\cdot99896543+\ \ 4,7[(6)+(7)+(8)+(9)]$
IV.VIII.VII $= 74.4680,948+(28)+(29)$	» $= \bar{1}\cdot96409453+\ 28,9[(28)+(29)]$
	$\bar{1}\cdot33012154$

(15) $0=+10,82-0,047(6)-0,047(7)+0,690(8)+0,690(9)-0,730(19)-0,809(20)+0,311(24)-2,518(25)$
$+0,783(28)-0,289(29)$

$$1 = \frac{\sin IV.VII.VIII \sin IV.VIII.VI \sin IV.V.VII \sin IV.VI.V}{\sin IV.VIII.VII \sin IV.VI.VIII \sin IV.VII.V \sin IV.V.VI}$$

IV.VII.VIII $= 72^{G}.7610^{''},032+(24)+(25)$	log sin $= \bar{1}\cdot95897074+\ 31,1[(24)+(25)]$
IV.VIII.VI $= 47.4921,734+(27)$	» $= \bar{1}\cdot83168454+\ 73,9(27)$
IV.V.VII $= 155.4185,215+(19)+(20)$	» $= \bar{1}\cdot80917915-\ 80,9[(19)+(20)]$
IV.VI.V $= 29.0466,906+(21)$	» $= \bar{1}\cdot64404220+139,0(21)$
	$\bar{1}\cdot24387663$

IV.VIII.VII $= 74^{G}.4680^{''},948+(28)+(29)$	log sin $= \bar{1}\cdot96409453+\ 28,9[(28)+(29)]$
IV.VI.VIII $= 74.0034,927+(21)+(22)$	» $= \bar{1}\cdot96273689+\ 29,5[(21)+(22)]$
IV.VII.V $= 15.0640,599+(25)$	» $= \bar{1}\cdot37000150+282,9(25)$
IV.V.VI $= 69.1946,255+(17)+(18)$	» $= \bar{1}\cdot94703750+\ 35,8[(17)+(18)]$
	$\bar{1}\cdot24387042$

(16) $0=+6,21-0,358(17)-0,358(18)-0,809(19)-0,809(20)+1,095(21)-0,295(22)+0,311(24)-2,518(25)$
$+0,739(27)-0,289(28)-0,289(29)$

$$1 = \frac{\sin VI.IX.VIII \sin IV.VIII.VI \sin VI.IV.IX}{\sin VI.VIII.IX \sin VI.IV.VIII \sin VI.IX.IV}$$

VI.IX.VIII $= 95^{G}.1518^{''},248+(30)+(31)$	log sin $= \bar{1}\cdot99873942+\ \ 5,2[(30)+31)]$
IV.VIII.VI $= 47.4921,734+(27)$	» $= \bar{1}\cdot83168454+\ 73,9(27)$
VI.IV.IX $= 34.1814,267+(16)$	» $= \bar{1}\cdot70883912+114,6(16)$
	$\bar{1}\cdot53926308$

VI.VIII.IX $= 48^{G}.6248^{''},862+(26)$	log sin $= \bar{1}\cdot83989853+\ 71,3(26)$
VI.IV.VIII $= 78.5046,373+(15)+(16)$	» $= \bar{1}\cdot97475861+\ 23,9[(15)+(16)]$
VI.IX.IV $= 35.5917,381+(30)$	» $= \bar{1}\cdot72460447+109,0(30)$
	$\bar{1}\cdot53926161$

(17) $0=+1,47-0,239(15)+0,907(16)-0,713(26)+0,739(27)-1,038(30)+0,052(31)$

RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

(1) o=— 7,427+(2) +(4) +(5) +(7) +(8)

(2) o=— 1,324+(1) +(2) +(4) +(12)+(13)

(3) o=+ 2,203+(5) +(7) +(8) +(9) +(10)+(11)

(4) o=— 6,567+(2) +(3) +(8) +(18)+(19)

(5) o=— 0,157+(1) +(2) +(3) +(13)+(18)

(6) o=— 5,745+(11)+(12)+(19)+(20)+(25)

(7) o=+ 3,031+(6) +(7) +(8) +(9) +(10)+(11)+(12)+(13)+(14)+(28)

(8) o=— 2,441+(11)+(12)+(13)+(14)+(24)+(25)+(28)+(29)

(9) o=+ 0,449+(13)+(14)+(15)+(16)+(17)+(18)+(21)

(10) o=+ 3,034+(15)+(16)+(21)+(22)+(27)

(11) o=— 3,105+(23)+(26)+(30)+(31)

(12) o=— 1,443+(16)+(21)+(22)+(23)+(30)

(13) o=+12,940—3,254(4) +0,014(5) —0,699(7) —0,699(8) +1,428(9) —0,632(10)—0,632(11) +2,089(12)+2,089(13)

(14) o=+35,080—2,195(8) +1,428(9) —0,632(10)—0,632(11)—0,632(12)+5,224(13)—3,316(18) —0,237(19)

(15) o=+10,820—0,047(6) —0,047(7) +0,690(8) +0,690(9) —0,730(19)—0,809(20)+0,311(24) —2,518(25)+0,783(28)—0,289(29)

(16) o=+ 6,210—0,358(17)—0,358(18)—0,809(19)—0,809(20)+1,095(21)—0,295(22)+0,311(24) —2,518(25)+0,739(27)—0,289(28)—0,289(29)

(17) o=+ 1,470—0,239(15)+0,907(16)—0,713(26)+0,739(27)—1,038(30)+0,052(31)

ÉQUATIONS NORMALES.

		λ_1.	λ_2.	λ_3.	λ_4.	λ_5.	λ_6.	λ_7.	λ_8.	λ_9.	
(I)	o=— 7,427	+5.	+2.	+3.	+2.	+1.	»	+ 2.	»	»	...
(II)	o=— 1,324	+2.	+5.	»	+1.	+3.	+1.	+ 2.	+2.	+1.	...
(III)	o=+ 2,203	+3.	»	+6.	+1.	»	+1.	+ 5.	+1.	»	...
(IV)	o=— 6,567	+2.	+1.	+1.	+5.	+3.	+1.	+ 1.	»	+1.	...
(V)	o=— 0,157	+1.	+3.	»	+3.	+5.	»	+ 1.	+1.	+2.	...
(VI)	o=— 5,745	»	+1.	+1.	+1.	»	+5.	+ 2.	+3.	»	...
(VII)	o=+ 3,031	+2.	+2.	+5.	+1.	+1.	+2.	+10.	+5.	+2.	..
(VIII)	o=— 2,441	»	+2.	+1.	»	+1.	+3.	+ 5.	+8.	+2.	...
(IX)	o=+ 0,449	»	+1.	»	+1.	+2.	»	+ 2.	+2.	+7.	...
(X)	o=+ 3,034	»	»	»	»	»	»	»	»	+3.	...
(XI)	o=— 3,105	»	»	»	»	»	»	»	»	»	...
(XII)	o=— 1,443	»	»	»	»	»	»	»	»	+2.	...
(XIII)	o=+12,940	—4,638	+0,924	—1,220	—0,699	+2,089	+1,457	+ 2,944	+3,546	+2,089	...
(XIV)	o=+35,080	—2,195	+4,592	—2,031	—5,748	+1,908	—1,501	+ 2,561	+3,960	+1,908	...
(XV)	o=+10,820	+0,643	»	+1,333	—0,040	»	—4,057	+ 2,069	—1,713	»	..
(XVI)	o=+ 6,210	»	»	»	—1,167	—0,358	—4,136	— 0,289	—2,785	+0,379	...
(XVII)	o=+ 1,470	»	»	»	»	»	»	»	»	+0,668	...

ÉQUATIONS NORMALES (suite).

	λ_{10}.	λ_{11}.	λ_{12}.	λ_{13}.	λ_{14}.	λ_{15}.	λ_{16}.	λ_{17}.
(I) ...	»	»	»	— 4,638	— 2,195	+0,643	»	»
(II) ...	»	»	»	+ 0,924	+ 4,592	»	»	»
(III) ...	»	»	»	— 1,220	— 2,031	+1,333	»	»
(IV) ...	»	»	»	— 0,699	— 5,748	—0,040	— 1,167	»
(V) ...	»	»	»	+ 2,089	+ 1,908	»	— 0,358	»
(VI) ...	»	»	»	+ 1,457	— 1,501	—4,057	— 4,136	»
(VII) ...	»	»	»	+ 2,944	+ 2,561	+2,069	— 0,289	»
(VIII) ...	»	»	»	+ 3,546	+ 3,960	—1,713	— 2,785	»
(IX) ...	+3.	»	+2.	+ 2,089	+ 1,908	»	+ 0,379	+0,663
(X) ...	+5.	»	+3.	»	»	»	+ 1,539	+1,407
(XI) ...	»	+4.	+2.	»	»	»	»	—1,699
(XII) ...	+3.	+2.	+5.	»	»	»	+ 0,800	—0,131
(XIII) ...	»	»	»	+23,13179	+13,96502	+0,53586	»	»
(XIV) ...	»	»	»	+13,96502	+46,39768	—0,35622	+ 1,37886	»
(XV) ...	»	»	»	+ 0,53586	— 0,35622	+9,27765	+ 7,53932	»
(XVI) ...	+1,539	»	+0,800	»	+ 1,37886	+7,53932	+10,00155	+0,54612
(XVII) ...	+1,407	—1,699	—0,131	»	»	»	+ 0,54612	+3,01441

QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = +3,47883$
$\lambda_2 = -0,93189$
$\lambda_3 = -2,49057$
$\lambda_4 = -0,19324$
$\lambda_5 = -0,07733$
$\lambda_6 = +0,30467$
$\lambda_7 = +0,77085$
$\lambda_8 = +0,58098$
$\lambda_9 = +0,35188$
$\lambda_{10} = -2,07430$
$\lambda_{11} = +0,48000$
$\lambda_{12} = +0,88038$
$\lambda_{13} = +0,43687$
$\lambda_{14} = -0,93921$
$\lambda_{15} = -2,71370$
$\lambda_{16} = +2,05587$
$\lambda_{17} = +0,33888$

CORRECTIONS AUX ANGLES.

Terme est..........
(1) = — 1",00922
(2) = + 2,27637
(3) = — 0,27057

Terme ouest.........
(4) = + 1,12536
(5) = + 0,99438

Igualata............
(6) = + 0,89839
(7) = + 1,58128
(8) = + 1,44962
(9) = — 4,30949

Aupate.............
(10) = — 1,40224
(11) = — 0,51659
(12) = + 2,23081
(13) = — 3,29932
(14) = + 1,70371
(15) = — 1,80341
(16) = — 0,53468

Loma de Quito... ...
(17) = — 0",38412
(18) = + 2,45973
(19) = + 0,65182
(20) = + 0,83685

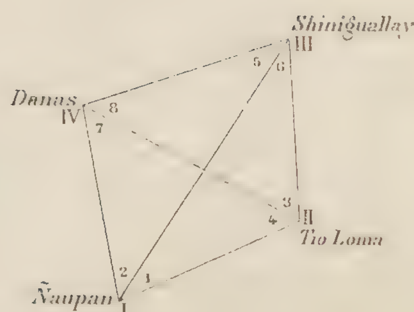
Zagrun.............
(21) = + 1,40914
(22) = — 1,80040
(23) = + 1,36038

Chimborazo.........
(24) = + 0,37640
(25) = + 2,54207

Yana Ashpa.........
(26) = + 0,23838
(27) = — 0,30458
(28) = — 1,36715
(29) = + 0,77109

Lanlanguso..........
(30) = + 1,00862
(31) = + 0,49762

FIGURE 7.



Renvoi aux stations.
(T. III, fasc. 1.)

Shiniguallay........... 39
Danas................. 40
Tio Loma.............. 41
Ñaupan.... 42

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

	^{G} $''$
Ñaupan..........	85.7971,181+(1)+(2)
Tio Loma........	57.6834,871+(4)
Danas...........	56.5192,615+(7)
Σ =	199.9998,667
ε =	5,302
E =	—6,635

(1) o=—6",635+(1)+(2)+(4)+(7)

	^{G} $''$
Tio Loma........	121.3851,749+(3)+(4)
Shiniguallay......	41.1233,137+(6)
Ñaupan..........	37.4918,249+(1)
Σ =	200.0003,135
ε =	4,668
E =	—1,533

(2) o=—1",533+(1)+(3)+(4)+(6)

	^{G} $''$
Ñaupan..........	48.3052,932+(2)
Shiniguallay......	44.4443,392+(5)
Danas...........	107.2502,280+(7)+(8)
Σ =	199.9998,604
ε =	5,867
E =	—7,263

(3) o=—7",263+(2)+(5)+(7)+(8)

	^{G} $''$
Tio Loma........	63.7016,878+(3)
Shiniguallay......	85.5676,529+(5)+(6)
Danas...........	50.7309,665+(8)
Σ =	200.0003,072
ε =	5,233
E =	—2,161

o=—2",161+(3)+(5)+(6)+(8)

ÉQUATION AUX CÔTÉS.

$$1 = \frac{\sin \text{II.I.IV} \sin \text{II.IV.III} \sin \text{I.III.II}}{\sin \text{I.IV.II} \sin \text{II.III.IV} \sin \text{II.I.III}}$$

II.I.IV =	$85^G.7969''{,}414+(1)+(2)$	log sin = $\bar{1}\cdot98910082+ 15{,}5[(1)+(2)]$
II.IV.III =	$50.7307{,}921+(8)$	» = $\bar{1}\cdot85441358+ 66{,}7(8)$
I.III.II =	$41.1231{,}581+(6)$	» = $\bar{1}\cdot77957206+ 90{,}5(6)$
		$\bar{1}\cdot62308646$

I.IV.II =	$56^G.5190''{,}848+(7)$	log sin = $\bar{1}\cdot88968538+ 55{,}5(7)$
II.III.IV =	$85.5674{,}785+(5)+(6)$	» = $\bar{1}\cdot98874270+ 15{,}7[(5)+(6)]$
II.I.III =	$37.4916{,}693+(1)$	» = $\bar{1}\cdot74465390+102{,}1(1)$
		$\bar{1}\cdot62308198$

(4) $0=+4{,}48-0{,}866(1)+0{,}155(2)-0{,}157(5)+0{,}748(6)-0{,}555(7)+0{,}667(8)$

RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

(1) $0=-6{,}635+(1)+(2)+(4)+(7)$

(2) $0=-1{,}533+(1)+(3)+(4)+(6)$

(3) $0=-7{,}263+(2)+(5)+(7)+(8)$

(4) $0=+4{,}480-0{,}886(1)+0{,}155(2)-0{,}157(5)+0{,}748(6)-0{,}555(7)+0{,}667(8)$

ÉQUATIONS NORMALES.

		λ_1.	λ_2.	λ_3.	λ_4.
(I)	$0=-6{,}635$	$+4.$	$+2.$	$+2.$	$-1{,}266$
(II)	$0=-1{,}533$	$+2.$	$+4.$	»	$-0{,}118$
(III)	$0=-7{,}263$	$+2.$	»	$+4.$	$+0{,}110$
(IV)	$0=+4{,}480$	$-1{,}266$	$-0{,}118$	$+0{,}110$	$+2{,}11105$

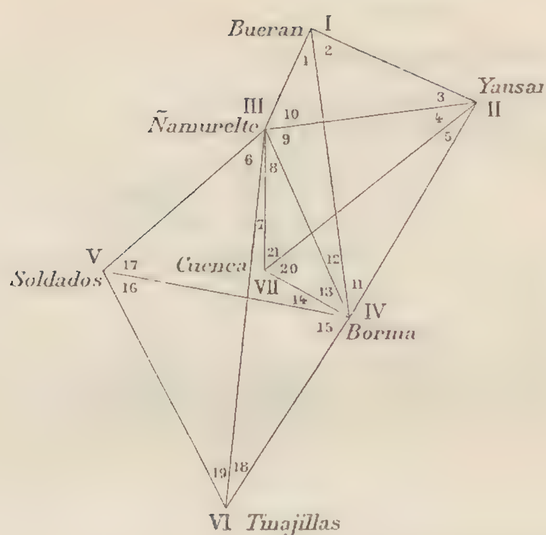
QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1=-0{,}43653$ $\lambda_2=+0{,}52882$ $\lambda_3=+2{,}10179$ $\lambda_4=-2{,}46439$

CORRECTIONS AUX ANGLES.

Ñaupan.............	$(1)=+2''{,}22645$ $(2)=+1{,}28328$	Shiniguallay..........	$(5)=+2''{,}48869$ $(6)=-1{,}31455$
Tio Loma............	$(3)=+0{,}52882$ $(4)=+0{,}09229$	Danas........	$(7)=+3{,}03299$ $(8)=+0{,}45804$

FIGURE 8.



Renvoi aux stations.
(T. III, fasc. 1.)

Bueran	44
Yausai	45
Ñamurelte	46
Cuenca	47
Soldados	48
Borma	49
Tinajillas	52

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Ñamurelte....	$146^{G}.1200^{''},934$ + (9) + (10)
Borma.......	18.8160,162 + (12)
Bueran.......	35.0641,034 + (1)
Σ =	200.0002,130
ε =	2,395
E =	—0,265

(1) $o = -0'',265 + (1) + (9) + (10) + (12)$

Borma.......	$61^{G}.4745^{''},288$ + (11) + (12)
Yausai.......	56.5765,809 + (4) + (5)
Ñamurelte....	81.9484,966 + (9)
Σ =	199.9996,063
ε =	5,846
E =	—9,783

(2) $o = -9'',783 + (4) + (5) + (9) + (11) + (12)$

Borma.......	$42^{G}.6585^{''},126$ + (11)
Yausai.......	91.7849,060 + (3) + (4) + (5)
Bueran.......	65.5564,513 + (2)
Σ =	199.9998,699
ε =	6,317
E =	—7,618

(3) $o = -7'',618 + (2) + (3) + (4) + (5) + (11)$

Ñamurelte....	$64^{G}.1715^{''},968$ + (10)
Yausai.......	35.2083,251 + (3)
Bueran.......	100.6205,547 + (1) + (2)
Σ =	200.0004,766
ε =	2,866
E =	+1,900

$o = +1'',900 + (1) + (2) + (3) + (10)$

Cuenca.......	$56^{G}.2103^{''},841$ + (21)
Yausai.......	34.2153,415 + (4)
Ñamurelte....	109.5752,964 + (8) + (9)
Σ =	200.0010,220
ε =	4,226
E =	+5,994

(4) $o = +5'',994 + (4) + (8) + (9) + (21)$

Cuenca.......	$72^{G}.7045^{''},374$ + (20)
Borma.......	104.9334,747 + (11) + (12) + (13)
Yausai.......	22.3612,394 + (5)
Σ =	199.9992,515
ε =	3,316
E =	—10,801

(5) $o = -10'',801 + (5) + (11) + (12) + (13) + (20)$

Cuenca..... 128^G.9149$''$,215+(20)+(21)
Borma....... 43.4589,459+(13)
Ñamurelte.... 27.6267,998+(8)

Σ = 200.0006,672
ε = 1,696

E = +4,976

o=+4$''$,976+(8)+(13)+(20)+(21)

Tinajillas..... 64^G.0502$''$,903+(18)+(19)
Borma....... 77.5630,712+(15)
Soldados..... 58.3862,375+(16)

Σ = 199.9995,990
ε = 7,117

E = −11,127

(6) o=−11$''$,127+(15)+(16)+(18)+(19)

Soldados..... 117^G.0401$''$,134+(16)+(17)
Tinajillas..... 35.9718,126+(19)
Ñamurelte.... 46.9883,027+(6)

Σ = 200.0002,287
ε = 7,643

E = −5,356

(7) o=−5$''$,356+(6)+(16)+(17)+(19)

Soldados..... 58^G.6538$''$,759+(17)
Borma....... 62.8227,420+(13)+(14)
Ñamurelte.... 78.5248,734+(6) +(7)+(8)

Σ = 200.0014,913
ε = 5,681

E = +9,232

(8) o=+9$''$,232+(6)+(7)+(8)+(13)+(14)+(17)

Tinajillas..... 28^G.0784$''$,777+(18)
Borma....... 140.3858,132+(13)+(14)+(15)
Ñamurelte.... 31.5365,707+(7) +(8)

Σ = 200.0008,616
ε = 5,155

E = +3,461

o =+3$''$,461+(7)+(8) +(13)+(14) +(15) +(18)

ÉQUATIONS AUX CÔTÉS.

$$1 = \frac{\sin \text{II.IV.III} \sin \text{I.II.III} \sin \text{III.I.IV}}{\sin \text{III.II.IV} \sin \text{II.I.III} \sin \text{I.IV.III}}$$

II.IV.III = 61^G.4743$''$,340+(11)+(12) — log sin = $\bar{1}$·91508903+ 47,1[(11)+(12)]
I.II.III = 35.2082,296+(3) — » = $\bar{1}$·72039469+110,5(3)
III.I.IV = 35.0640,236+(1) — » = $\bar{1}$·71879703 +111,0(1)

$\bar{1}$·35428075

III.II.IV = 56^G.5763$''$,860+(4)+(5) — log sin = $\bar{1}$·89000313+ 55,4[(4)+(5)]
II.I.III = 100.6204,592+(1)+(2) — » = $\bar{1}$·99997937— 0,6[(1)+(2)]
I.IV.III = 18.8159,364+(12) — » = $\bar{1}$·46430417+224,0(12)

$\bar{1}$·35428667

(9) o=+5,92−1,116(1)−0,006(2)−1,105(3)+0,554(4)+0,554(5)−0,471(11)+1,769(12).

$$1 = \frac{\sin \mathrm{II.III.VII} \sin \mathrm{II.VII.IV} \sin \mathrm{II.IV.III}}{\sin \mathrm{II.VII.III} \sin \mathrm{II.IV.VII} \sin \mathrm{II.III.IV}}$$

$\mathrm{II.III.VII} = 109^{\mathrm{G}}.5751'',555+(8)+(9)$ — $\log\sin = \bar{1}\cdot 99506906 - 10,4[(8)+(9)]$

$\mathrm{II.VII.IV} = 72.7044,269+(20)$ — » $= \bar{1}\cdot 95879452 + 31,2(20)$

$\mathrm{II.IV.III} = 61.4743,340+(11)+(12)$ — » $= \bar{1}\cdot 91508903 + 47,1[(11)+(12)]$

$\bar{1}\cdot 86895261$

$\mathrm{II.VII.III} = 56^{\mathrm{G}}.2102'',432+(21)$ — $\log\sin = \bar{1}\cdot 88796264 + 56,1(21)$

$\mathrm{II.IV.VII} = 104.9333,642+(11)+(12)+(13)$ — » $= \bar{1}\cdot 99869469 - 5,3[(11)+(12)+(13)]$

$\mathrm{II.III.IV} = 81.9483,017+(9)$ — » $= \bar{1}\cdot 98230145 + 19,8(9)$

$\bar{1}\cdot 86895878$

(10) $0=+6,17+0,104(8)+0,302(9)-0,524(11)-0,524(12)-0,053(13)-0,312(20)+0,561(21)$

$$1 = \frac{\sin \mathrm{III.V.VI} \sin \mathrm{IV.III.VI} \sin \mathrm{V.IV.VI}}{\sin \mathrm{V.III.VI} \sin \mathrm{III.IV.VI} \sin \mathrm{IV.V.VI}}$$

$\mathrm{III.V.VI} = 117^{\mathrm{G}}.0398'',586+(16)+(17)$ — $\log\sin = \bar{1}\cdot 98425361 - 18,7[(16)+(17)]$

$\mathrm{IV.III.VI} = 31.5363,989+(7)+(8)$ — » $= \bar{1}\cdot 67702217 + 126,3[(7)+(8)]$

$\mathrm{V.IV.VI} = 77.5628,340+(15)$ — » $= \bar{1}\cdot 97244931 + 25,1(15)$

$\bar{1}\cdot 63372509$

$\mathrm{V.III.VI} = 46^{\mathrm{G}}.9880'',479+(6)$ — $\log\sin = \bar{1}\cdot 82793352 + 75,0(6)$

$\mathrm{III.IV.VI} = 140.3856,414+(13)+(14)+(15)$ — » $= \bar{1}\cdot 90603405 - 50,2[(13)+(14)+(15)]$

$\mathrm{IV.V.VI} = 58.3860,003+(16)$ — » $= \bar{1}\cdot 89974211 + 52,2(16)$

$\bar{1}\cdot 63370968$

(11) $0=+15,41-0,750(6)+1,263(7)+1,263(8)+0,502(13)+0,502(14)+0,753(15)-0,709(16)-0,187(17)$

RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

(1) $0=-0,265+(1)+(9)+(10)+(12)$

(2) $0=-9,783+(4)+(5)+(9)+(11)+(12)$

(3) $0=-7,618+(2)+(3)+(4)+(5)+(11)$

(4) $0=+5,994+(4)+(8)+(9)+(21)$

(5) $0=-10,801+(5)+(11)+(12)+(13)+(20)$

(6) $0=-11,127+(15)+(16)+(18)+(19)$

(7) $0=-5,356+(6)+(16)+(17)+(19)$

(8) $0=+9,232+(6)+(7)+(8)+(13)+(14)+(17)$

(9) $0=+5,920-1,116(1)-0,006(2)-1,105(3)+0,554(4)+0,554(5)-0,471(11)+1,769(12)$

(10) $0=+6,170+0,104(8)+0,302(9)-0,524(11)-0,524(12)-0,053(13)-0,312(20)+0,561(21)$

(11) $0=+15,410-0,750(6)+1,263(7)+1,263(8)+0,502(13)+0,502(14)+0,753(15)-0,709(16)-0,187(17)$

ÉQUATIONS NORMALES.

		λ_1.	λ_2.	λ_3.	λ_4.	λ_5.	
(I)	o=− 0,265	+4.	+2.	»	+1.	+1.	...
(II)	o=− 9,783	+2.	+5.	+3.	+2.	+3.	...
(III)	o=− 7,618	»	+3.	+5.	+1.	+2.	...
(IV)	o=+ 5,994	+1.	+2.	+1.	+4.	»	...
(V)	o=−10,801	+1.	+3.	+2.	»	+5.	...
(VI)	o=−11,127	»	»	»	»	»	...
(VII)	o=− 5,356	»	»	»	»	»	...
(VIII)	o=+ 9,232	»	»	»	+1.	+1.	...
(IX)	o=+ 5,920	+0,653	+2,406	−0,474	+0,554	+1,852	...
(X)	o=+ 6,170	−0,222	−0,746	−0,524	+0,967	−1,413	...
(XI)	o=+15,410	»	»	»	+1,263	+0,502	...

ÉQUATIONS NORMALES (suite).

		λ_6.	λ_7.	λ_8.	λ_9.	λ_{10}.	λ_{11}.
(I)	...	»	»	»	+0,653	−0,222	»
(II)	...	»	»	»	+2,406	−0,746	»
(III)	...	»	»	»	−0,474	−0,524	»
(IV)	...	»	»	+1.	+0,554	+0,967	+1,263
(V)	...	»	»	+1.	+1,852	−1,413	+0,502
(VI)	...	+4.	+2.	»	»	»	+0,044
(VII)	...	+2.	+4.	+2.	»	»	−1,646
(VIII)	...	»	+2.	+6.	»	+0,051	+2,593
(IX)	...	»	»	»	+6,43156	−0,68016	»
(X)	...	»	»	+0,051	−0,68016	+1,06605	+0,10474
(XI)	...	+0,044	−1,646	+2,593	»	+0,10474	+5,36150

QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = -2,25134$	$\lambda_4 = +0,20396$	$\lambda_7 = -4,50545$	$\lambda_{10} = -5,24797$
$\lambda_2 = +4,74166$	$\lambda_5 = +0,64279$	$\lambda_8 = +2,18345$	$\lambda_{11} = -5,36088$
$\lambda_3 = -2,49225$	$\lambda_6 = +5,09345$	$\lambda_9 = -3,40700$	

CORRECTIONS AUX ANGLES.

Bueran.............
(1) =+ 1",55087
(2) =− 2,47191

Yausai.............
(3) =+ 1,27245
(4) =+ 0,56589
(5) =+ 1,00472

Ñamurelte.. ......
(6) =+ 1,69866
(7) =− 4,58739
(8) =− 4,92917
(9) =+ 1,10939
(10) =− 2,25134

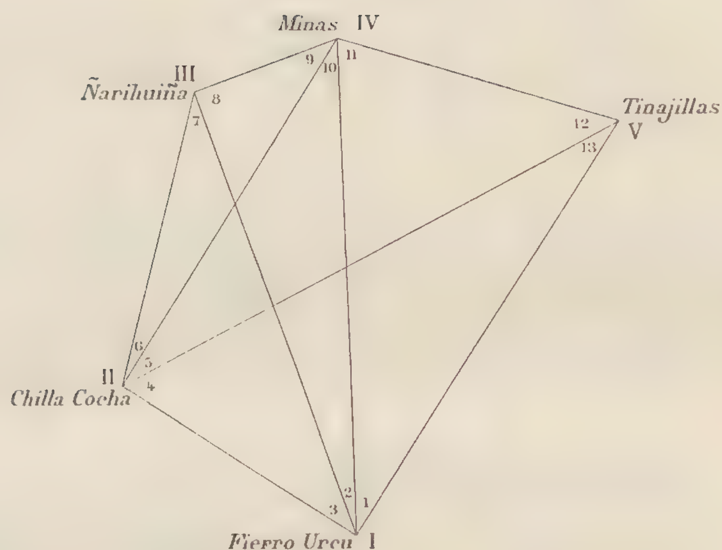
Borma.............
(11) =+ 7",24684
(12) =− 0,14393
(13) =+ 0,41322
(14) =− 0,50771
(15) =+ 1,05671

Soldados....... ....
(16) =+ 4,38886
(17) =− 1,31952

Tinajillas ....
(18) =+ 5,09345
(19) =+ 0,58800

Cuenca....... .....
(20) =+ 2,28016
(21) =− 2,74015

FIGURE 9.



Renvoi aux stations.
(T. III, fasc. 1.)

Minas	50
Ñarihuiña	51
Tinajillas	52
Chilla Cocha	54
Fierro Urcu	55

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Fierro Urcu...	37^G.6115",744+(1)
Tinajillas.....	83.0956,203+(12)+(13)
Minas........	79.2945,940+(11)
Σ =	200.0017,887
ε =	19,961
E =	−2,074

(1) o=−2",074+(1)+(11)+(12)+(13)

Chilla Cocha..	33^G.4309",046+(5)
Tinajillas.....	50.0295,882+(12)
Minas........	116.5411,608+(10)+(11)
Σ =	200.0016,536
ε =	16,583
E =	−0,047

(2) o=−0",047+(5)+(10)+(11)+(12)

Fierro Urcu...	98^G.1640",988+(1)+(2)+(3)
Tinajillas.....	33.0660,321+(13)
Chilla Cocha..	68.7720,267+(4)
Σ =	200.0021,576
ε =	19,793
E =	+1,783

o=+1",783+(1)+(2)+(3)+(4)+(13)

Ñarihuiña	102^G.2803",226+(8)
Fierro Urcu...	19.3321,029+(2)
Minas........	78.3886,114+(9)+(10)
Σ =	200.0010,369
ε =	10,296
E =	+0,073

(3) o=+0",073+(2)+(8)+(9)+(10)

Ñarihuiña.... $\overline{1}39^G.5473'',013+(7)+(8)$
Chilla Cocha.. $19.3114,385+(6)$
Minas....... $41.1420,446+(9)$

$\Sigma = 200.0007,844$
$\varepsilon = 5,356$
$E = +2,488$

(4) $0 = +2'',488+(6)+(7)+(8)+(9)$

Chilla Cocha.. $102^G.2029'',313+(4)+(5)$
Fierro Urcu.. $60.5525,244+(2)+(3)$
Minas....... $37.2465,668+(10)$

$\Sigma = 200.0020,225$
$\varepsilon = 16,415$
$E = +3,810$

(5) $0 = +3'',810+(2)+(3)+(4)+(5)+(10)$

Chilla Cocha.. $121^G.5143'',698+(4)+(5)+(6)$
Fierro Urcu... $41.2204,215+(3)$
Narihuiña..... $37.2669,787+(7)$

$\Sigma = 200.0017,700$
$\varepsilon = 11,475$
$E = +6,225$

$0 = +6'',225+(3)+(4)+(5)+(6)+(7)$

ÉQUATIONS AUX CÔTÉS.

$$1 = \frac{\sin \mathrm{II.I.V} \sin \mathrm{II.V.IV} \sin \mathrm{I.IV.II}}{\sin \mathrm{I.V.II} \sin \mathrm{II.IV.V} \sin \mathrm{II.I.IV}}$$

II.I.V = $98^G.1634'',390+(1)+(2)+(3)$ — log sin = $\overline{1}\cdot99981926+\ \ 2,0[(1)+(2)+(3)]$
II.V.IV = $50.0290,354+(12)$ — » = $\overline{1}\cdot84968299+\ 68,1(12)$
I.IV.II = $37.2460,197+(10)$ — » = $\overline{1}\cdot74213467+103,0(10)$

$\overline{1}\cdot59163692$

I.V.II = $33^G.0653'',724+(13)$ — log sin = $\overline{1}\cdot69578835+119,3(13)$
II.IV.V = $116.5406,080+(10)+(11)$ — » = $\overline{1}\cdot98517329-\ 18,1[(10)+(11)]$
II.I.IV = $60.5519,772+(2)+(3)$ — » = $\overline{1}\cdot91066862+\ 48,7[(2)+(3)]$

$\overline{1}\cdot59163026$

(6) $0=+6,66+0,020(1)-0,467(2)-0,467(3)+1,211(10)+0,181(11)+0,681(12)-1,193(13)$

$$1 = \frac{\sin \mathrm{I.II.III} \sin \mathrm{I.III.IV} \sin \mathrm{I.IV.II}}{\sin \mathrm{I.III.II} \sin \mathrm{I.IV.III} \sin \mathrm{I.II.IV}}$$

I.II.III = $121^G.5139'',873+(4)+(5)+(6)$ — log sin = $\overline{1}\cdot97471398-\ 24,0[(4)+(5)+(6)]$
I.III.IV = $102.2799,794+(8)$ — » = $\overline{1}\cdot99972142+\ \ 2,5(8)$
I.IV.II = $37.2460,197+(10)$ — » = $\overline{1}\cdot74213467+103,0(10)$

$\overline{1}\cdot71657007$

I.III.II = $37^G.2665'',962+(7)$ — log sin = $\overline{1}\cdot74234650+102,9(7)$
I.IV.III = $78.3882,682+(9)+(10)$ — » = $\overline{1}\cdot97447908+\ 24,1[(9)+(10)]$
I.II.IV = $102.2023,841+(4)+(5)$ — » = $\overline{1}\cdot99974006-\ \ 2,3[(4)+(5)]$

$\overline{1}\cdot71656564$

(7) $0=+4,43-0,217(4)-0,217(5)-0,240(6)-1,029(7)-0,025(8)-0,241(9)+0,789(10)$

RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

(1) $0 = -2,074 + (1) + (11) + (12) + (13)$

(2) $0 = -0,047 + (5) + (10) + (11) + (12)$

(3) $0 = +0,073 + (2) + (8) + (9) + (10)$

(4) $0 = +2,488 + (6) + (7) + (8) + (9)$

(5) $0 = +3,810 + (2) + (3) + (4) + (5) + (10)$

(6) $0 = +6,660 + 0,020(1) - 0,467(2) - 0,467(3) + 1,211(10) + 0,181(11) + 0,681(12) - 1,193(13)$

(7) $0 = +4,430 - 0,217(4) - 0,217(5) - 0,240(6) - 1,029(7) - 0,025(8) - 0,241(9) + 0,789(10)$

ÉQUATIONS NORMALES.

		λ_1.	λ_2.	λ_3.	λ_4.	λ_5.	λ_6.	λ_7.
(I)	0=−2,074	+4.	+2.	»	»	»	−0,311	»
(II)	0=−0,047	+2.	+4.	+1.	»	+2.	+2,073	+0,572
(III)	0=+0,073	»	+1.	+4.	+2.	+2.	+0,744	+0,523
(IV)	0=+2,488	»	»	+2.	+4.	»	»	−1,535
(V)	0=+3,810	»	+2.	+2.	»	+5.	+0,277	+0,355
(VI)	0=+6,660	+0,311	+2,073	+0,744	»	+0,277	+3,82287	+0,95548
(VII)	0=+4,430	»	+0,572	+0,523	−1,535	+0,355	+0,95548	+1,89185

QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = -1,76272$ $\lambda_3 = +6,40809$ $\lambda_5 = -4,17515$

$\lambda_2 = -4,12823$ $\lambda_4 = -7,32112$ $\lambda_6 = -2,79242$

$\lambda_7 = -9,10772$

CORRECTIONS AUX ANGLES.

Fierro Urcu .... { (1) = − 1'',81857; (2) = + 3,53700; (3) = − 2,87109

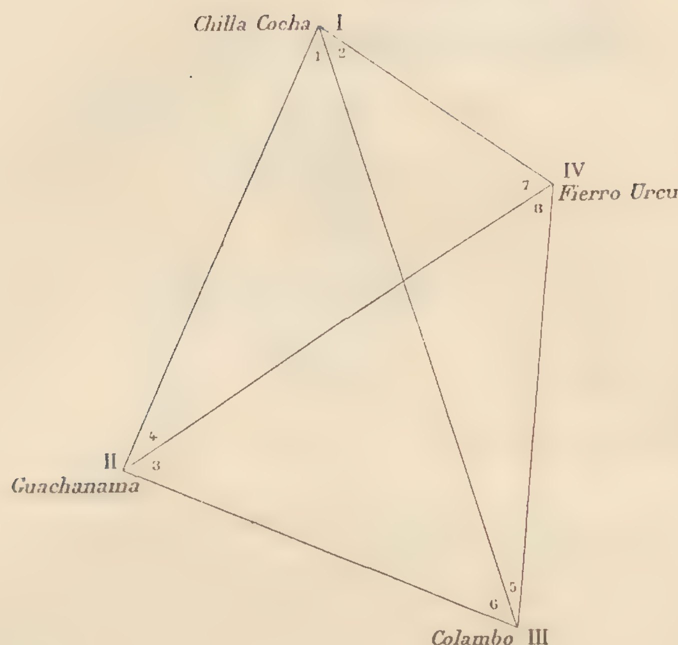
Chilla Cocha .... { (4) = − 2,19877; (5) = + 1,92946; (6) = − 5,13527

Ñarihuiña........ ... { (7) = + 2'',05072; (8) = − 0,68534

Minas................ { (9) = + 1,28193; (10) = − 4,20644; (11) = + 1,86008

Tinajillas.............. { (12) = + 0,46387; (13) = + 1,56864

FIGURE 10.



Renvoi aux stations.
(T. III. fasc. 1.)

Chilla Cocha..........	54
Fierro Urcu...........	55
Guachanama..........	56
Colambo..............	57

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Guachanama ..	$98^G.3996'',108+(3)+(4)$
Colambo......	$55.1318,571+(6)$
Chilla Cocha...	$46.4720,013+(1)$

$\Sigma = 200.0034,692$
$\varepsilon = 29,335$
$E = +5,357$

(1) $o=+5'',357+(1)+(3)+(4)+(6)$

Colambo......	$80^G.1196'',089+(5)+(6)$
Fierro Urcu...	$57.3448,550+(8)$
Guachanama ..	$62.5381,552+(3)$

$\Sigma = 200.0026,191$
$\varepsilon = 25,943$
$E = +0,248$

(2) $o=+0'',248+(3)+(5)+(6)+(8)$

Guachanama ..	$35^G.8614'',556+(4)$
Fierro Urcu...	$75.3907,695+(7)$
Chilla Cocha...	$88.7500,639+(1)+(2)$

$\Sigma = 200.0022,890$
$\varepsilon = 19,024$
$E = +3,866$

(3) $o=+3'',866+(1)+(2)+(4)+(7)$

Colambo......	$24^G.9877'',518+(5)$
Fierro Urcu...	$132.7356,245+(7)+(8)$
Chilla Cocha...	$42.2780,626+(2)$

$\Sigma = 200.0014,389$
$\varepsilon = 15,632$
$E = -1,243$

$o=-1'',243+(2)+(5)+(7)+(8)$

ÉQUATION AUX CÔTÉS.

$$1 = \frac{\sin I.II.III \sin III.I.IV \sin II.IV.III}{\sin II.I.III \sin I.IV.III \sin III.II.IV}$$

I.II.III $=$ 98^G.3986$''$,330+(3)+(4)	log sin $= \bar{1}$·99986259+ 1,7[(3)+(4)]
III.I.IV $=$ 42.2775,415+(2)	» $= \bar{1}$·78982457+87,2(2)
II.IV.III $=$ 57.3439,902+(8)	» $= \bar{1}$·89420384+54,1(8)
	$\bar{1}$·68389100

II.I.III $=$ 46^G.4710$''$,235+(1)	log sin $= \bar{1}$·82402402+76,2(1)
I.IV.III $=$ 132.7351,034+(7)+(8)	» $= \bar{1}$·93986135—38,5[(7)+(8)]
III.II.IV $=$ 62.5372,904+(3)	» $= \bar{1}$·92001625+45,5(3)
	$\bar{1}$·68390162

(4) o=+10,62+0,762(1)—0,872(2)+0,438(3)—0,017(4)—0,385(7)—0,926(8)

RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

(1) o=+ 5,357+(1)+(3)+(4)+(6)

(2) o=+ 0,248+(3)+(5)+(6)+(8)

(3) o=+ 3,866+(1)+(2)+(4)+(7)

(4) o=+10,620+0,762(1)—0,872(2)+0,438(3)—0,017(4)—0,385(7)—0,926(8)

ÉQUATIONS NORMALES.

		λ_1.	λ_2.	λ_3.	λ_4.
(I)	o=+ 5,357	+4.	+2.	+2.	+1,183
(II)	o=+ 0,248	+2.	+4.	»	—0,488
(III)	o=+ 3,866	+2.	»	+4.	—0,512
(IV)	o=+10,620	+1,183	—0,488	—0,512	+2,53886

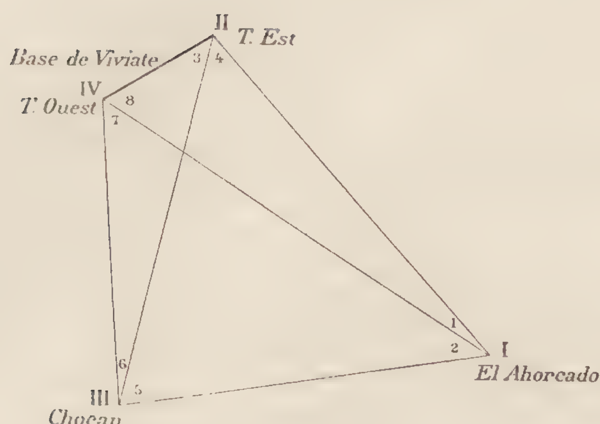
QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

λ_1 =+ 5,40908 λ_2 =— 3,78994 λ_3 =— 4,74480 λ_4 =— 8,38871

CORRECTIONS AUX ANGLES.

Chilla Cocha.........	(1) =— 5$''$,72792 (2) =+ 2,57016	Colambo............	(5) =— 3$''$,79004 (6) =+ 1,61914
Guachanama	(3) =— 2,05511 (4) =+ 0,80689	Fierro Urcu.........	(7) =— 1,51515 (8) =+ 3,97801

FIGURE 11.



Renvoi aux stations.
(T. III, fasc. 1.)

Terme est de la base de Viviate	63
Terme ouest de la base de Viviate	66
El Ahorcado	69
Chocan	70

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

El Ahorcado...	63.8199",013+(1)+(2)
Terme est.....	61.0371,622+(4)
Chocan.......	75.1438,896+(5)
Σ =	200.0009,531
ε =	4,632
E =	+4,899

(1) o=+4",899+(1)+(2)+(4)+(5)

Chocan.......	17.8193",390+(6)
Terme est.....	48.1394,432+(3)
Terme ouest..	134.0416,412+(7)+(8)
Σ =	200.0004,234
ε =	1,136
E =	+3,098

(2) o=+3",098+(3)+(6)+(7)+(8)

El Ahorcado...	17.2575",524+(1)
Terme est.....	109.1766,054+(3)+(4)
Terme ouest...	73.5662,695+(8)
Σ =	200.0004,273
ε =	1,798
E =	+2,475

(3) o=+2",475+(1)+(3)+(4)+(8)

Chocan.......	92.9632",286+(5)+(6)
El Ahorcado...	46.5623,489+(2)
Terme ouest...	60.4753,717+(7)
Σ =	200.0009,492
ε =	3,970
E =	+5,522

o=+5",522+(2)+(5)+(6)+(7)

ÉQUATION AUX CÔTÉS.

$$1 = \frac{\sin \text{II.IV.III} \sin \text{I.III.II} \sin \text{II.I.IV}}{\sin \text{II.III.IV} \sin \text{II.I.III} \sin \text{I.IV.II}}$$

II.IV.III =	$134^G.0416'',033+(7)+(8)$	log sin = $\bar{1}\cdot93470503-\ 40,4[(7)+(8)]$
I.III.II =	$75.1437,352+(5)$	» = $\bar{1}\cdot96602021+\ 28,1(5)$
II.I.IV =	$17.2574,925+(1)$	» = $\bar{1}\cdot42776550+245,5(1)$
		$\bar{1}\cdot32849074$

II.III.IV =	$17^G.8193'',011+(6)$	log sin = $\bar{1}\cdot44132473+237,3(6)$
II.I.III =	$63.8197,469+(1)+(2)$	» = $\bar{1}\cdot92572834+\ 43,5[(1)+(2)]$
I.IV.II =	$73.5662,096+(8)$	» = $\bar{1}\cdot96143400+\ 30,1(8)$
		$\bar{1}\cdot32848707$

(4) $0=+3,67+2,020(1)-0,435(2)+0,281(5)-2,373(6)-0,404(7)-0,705(8)$

RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

(1) $0=+4,899+(1)+(2)+(4)+(5)$

(2) $0=+3,098+(3)+(6)+(7)+(8)$

(3) $0=+2,475+(1)+(3)+(4)+(8)$

(4) $0=+3,670+2,020(1)-0,435(2)+0,281(5)-2,373(6)-0,404(7)-0,705(8)$

ÉQUATIONS NORMALES.

		λ_1.	λ_2.	λ_3.	λ_4.
(I)	o=+4,899	+4.	»	+2.	+ 1,866
(II)	o=+3,098	»	+4.	+2.	— 3,482
(III)	o=+2,475	+2.	+2.	+4.	+ 1,315
(IV)	o=+3,670	+1,866	—3,482	+1,315	+10,63996

QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = -\ 1,68726$ $\lambda_2 = -\ 2,93587$ $\lambda_3 = +\ 2,11054$ $\lambda_4 = -\ 1,27064$

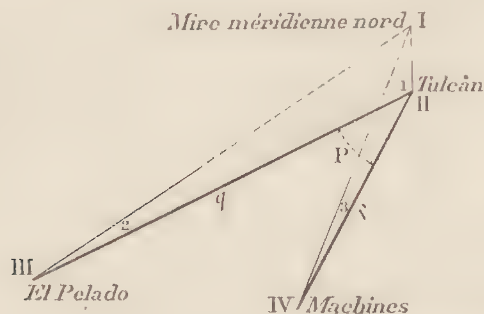
CORRECTIONS AUX ANGLES.

El Ahorcado	(1) = $-\ 2'',14342$ (2) = $-\ 1,13453$	Chocan..............	(5) = $-\ 2'',04431$ (6) = $+\ 0,07937$
Terme est	(3) = $-\ 0,82533$ (4) = $+\ 0,42328$	Terme ouest.........	(7) = $-\ 2,42253$ (8) = $+\ 0,07048$

FIGURES SUPPLÉMENTAIRES.

FIGURE I.

RATTACHEMENT DE LA MIRE MÉRIDIENNE NORD DE LA STATION ASTRONOMIQUE 1 TULCAN, (ANGASMAYO).



Renvoi aux stations.

(T. III, fasc. 1.)

Tulcan..... 1
El Pelado.. 3 et rattachement B
Machines... 4 et rattachement D

(T. III, fasc. 2.)

Tulcan..... p. 104 et 105.

ÉLÉMENTS COMPENSÉS.

Angle géodésique.

P = 39^G.5343",5831 triangle [69]

Côtés.

log q = 4·38597541 côté (85)
log r = 4·11328843 côté (86)

TRIANGLES.

Mire méridienne nord.	66^G.2844",221 [conclu]	Mire méridienne nord.	27^G.5911",646 [conclu]
El Pelado...........	9.4711,058 + (2)	Machines...........	8.6299,538 + (3)
Tulcan.............	124.2445,463 + (1)	Tulcan.............	163.7789,046 + (1)
	ε = 0,742		ε = 0,230

ÉQUATION AUX CÔTÉS.

Équation aux côtés supplémentaire.

$$1 = \frac{q}{r}\,\frac{\sin \mathrm{I.III.II}\,\sin \mathrm{II.I.IV}}{\sin \mathrm{II.I.III}\,\sin \mathrm{I.IV.II}}$$

I.III.II = 9^G.4710",811 + (2)
II.I.IV = 27.5911,569 — (1) — (3)

log q = 4·38597541
log sin = $\bar{1}$·17091621 + 455,2 (2)
» = $\bar{1}$·62320758 — 147,4 [(1) + (3)]
3·18009920

II.I.III = 66^G.2843",974 — (1) — (2)
I.IV.II = 8.6299,462 + (3)

log r = 4·11328843
log sin = $\bar{1}$·93601455 — 39,9 [(1) + (2)]
» = $\bar{1}$·13079704 + 500,2 (3)
3.18010002

(1) 0 = + 0,820 + 1,075 (1) — 4,951 (2) + 6,476 (3)

Poids des directions finales observées.

Unité de poids : poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction faite à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz, à quatre microscopes (diamètre du cercle : $0^m,42$).

A Tulcan { Mire méridienne nord. 6,090 [1]; El Pelado............ 20 }

A El Pelado { Tulcan.............. 20; Mire méridienne nord. 20 }

A Machines { Mire méridienne nord. 20; Tulcan.............. 20 }

Poids des angles observés [2].

Unité de poids : poids d'un angle final observé à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz à quatre microscopes (diamètre du cercle : $0^m,42$) par dix couples ou vingt réitérations.

(Mire méridienne nord-Tulcan-El Pelado)...... $p_1 = 0,467$
(Tulcan-El Pelado-Mire méridienne nord)...... $p_2 = 1$
(Tulcan-Machines-Mire méridienne nord)....... $p_3 = 1$

Transformation [3].

$$(1)' = (1)\sqrt{4,67} \qquad \frac{+1,075}{\sqrt{4,67}} = +0,4975$$

$$(2)' = (2)\sqrt{10} \qquad \frac{-4,951}{\sqrt{10}} = -1,5658$$

$$(3)' = (3)\sqrt{10} \qquad \frac{+6,476}{\sqrt{10}} = +2,0481$$

ÉQUATION DE CONDITION.

$$0 = +0,820 + 0,4975\,(1)' - 1,5658\,(2)' + 2,0481\,(3)'$$

ÉQUATION NORMALE.

$$0 = +0,820 + 6,89395\,\lambda$$

QUANTITÉ CORRÉLATIVE.

$$\lambda = -0,11894$$

INCONNUES AUXILIAIRES.

$$(1)' = -0,05917 \qquad (2)' = +0,18624 \qquad (3)' = -0,24360$$

CORRECTIONS AUX ANGLES.

Tulcan... $(1) = -0'',02738$ El Pelado... $(2) = +0'',05890$ Machines... $(3) = -0'',07703$

---

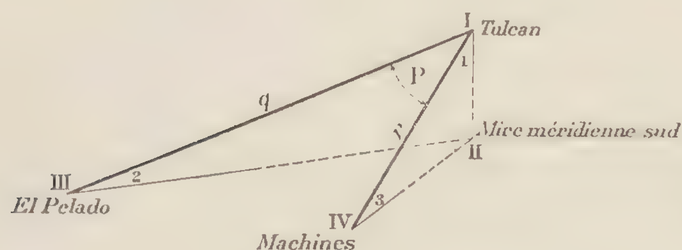
(1) Voir § 76, p. 105.

(2) Dans le cas exceptionnel où les deux directions qui forment un angle n'ont pas le même poids, le poids p de cet angle est évidemment donné en fonction des poids p', p'' des directions par la relation $\frac{1}{p} = \frac{1}{p'} + \frac{1}{p''}$. Par exemple, les poids respectifs des angles (Mire méridienne nord-Tulcan-El Pelado) et (Tulcan-El Pelado-Mire méridienne nord) sont $\frac{1}{\frac{1}{6,090} + \frac{1}{20}}$ et $\frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{20}}$, soit 4,67 et 10 ou 0,467 et 1 suivant l'unité adoptée.

(3) Pour le traitement des équations de condition par la méthode des moindres carrés dans le cas où les poids des quantités observées sont inégaux, voir plus haut § 23, p. 24 et 25.

FIGURE II.

RATTACHEMENT DE LA MIRE MÉRIDIENNE SUD DE LA STATION ASTRONOMIQUE 1 TULCAN, (LA RINCONADA).



Renvoi aux stations.
(T. III, fasc. 1.)

Tulcan..... 1
El Pelado.. 3 et rattachement A
Machines... 4 et rattachement C

ÉLÉMENTS COMPENSÉS.

Angle géodésique.

$P = 39^{G}.5343'',5831$ triangle [69]

Côtés.

$\log q = 4{\cdot}38597541$ côté (85)
$\log r = 4{\cdot}11328843$ côté (86)

TRIANGLES.

Mire méridienne sud..	$142^{G}.4852'',846$ [conclu]	Mire méridienne sud..	$110^{G}.1062'',584$ [conclu]
Tulcan..............	36.2226,022 + (1)	Tulcan..............	75.7569,605 + (1)
Machines............	21.2921,430 + (3)	El Pelado............	14.1368,775 + (2)
	ε = 0,298		ε = 0,964

ÉQUATION AUX CÔTÉS.

Équation aux côtés supplémentaire.

$$1 = \frac{q}{r}\,\frac{\sin \mathrm{I.III.II}\,\sin \mathrm{I.II.IV}}{\sin \mathrm{I.II.III}\,\sin \mathrm{I.IV.II}}$$

I.III.II = $14^{G}.1368'',454 + (2)$
I.II.IV = 142.4852,746 − (1) − (3)

$\log q = 4{\cdot}38597541$
$\log \sin = \bar{1}{\cdot}34289724 + 302,1\ (2)$
» $= \bar{1}{\cdot}89512413 + 53,8\ [(1) + (3)]$

$3{\cdot}62399678$

$$\begin{aligned}&\text{I.II.III} = 110^{G}.1062'',263 - (1) - (2) \\ &\text{I.IV.II} = 21.2921,331 + (3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\log r &= 4\cdot 11328843 \\ \log \sin &= \bar{1}\cdot 99450453 + 10,9\,[(1)+(2)] \\ \text{»} \quad &= \bar{1}\cdot 51621188 + 196,3\,(3) \\ &\overline{\quad 3\cdot 62400484}\end{aligned}$$

(1) $0 = +8,06 - 0,429\,(1) - 2,912\,(2) + 1,425\,(3)$

ÉQUATION NORMALE.

$$0 = +8,06 + 10,69441\,\lambda$$

QUANTITÉ CORRÉLATIVE.

$$\lambda = -0,75366$$

CORRECTIONS AUX ANGLES.

Tulcan... $(1) = +0'',32332$ El Pelado... $(2) = +2'',19466$ Machines... $(3) = -1'',07397$

FIGURE III.

RATTACHEMENT DE PADRE URCU.



Renvoi aux stations.
(T. III, fasc. 1.)

El Pelado .... 3 et 3 *bis*
Mirador 5
Pinllar, station supplémentaire .... p. B.119

ÉLÉMENTS COMPENSÉS.

Angle géodésique.

$P = 100^G.2700'',5336$ triangles [53] et [56]

Côtés.

$\log q = 4\cdot47538794$ côté (73)
$\log r = 4\cdot59726803$ côté (68)

TRIANGLES.

Padre Urcu.........	$24^G.2334'',881$ [conclu]	Padre Urcu.........	$75^G.1396'',423$ [conclu]
Mirador............	$34.4265,428 + (2)$	Pinllar.............	$83.7904,415 + (3)$
El Pelado..........	$141.3407,447 + (1)$	El Pelado..........	$41.0706,914 + (1)$
	$\varepsilon = 7,756$		$\varepsilon = 7,752$

ÉQUATION AUX CÔTÉS.

Équation aux côtés supplémentaire.

$$1 = \frac{q}{r}\,\frac{\sin \text{I.II.III} \sin \text{I.III.IV}}{\sin \text{I.III.II} \sin \text{I.IV.III}}$$

$\text{I.II.III} = 34^G.4262'',843 + (2)$
$\text{I.III.IV} = 75.1393,839 - (1) - (3)$

$\log q = 4\cdot47538794$
$\log \sin = \bar{1}\cdot71163309 + 113,6\,(2)$
$\text{»} \quad = \bar{1}\cdot96600799 - 28,1\,[(1) + (3)]$
$4\cdot15302902$

$$\text{I.III.II} = 24^{G}.2332'',296 - (1) - (2)$$
$$\text{I.IV.II} = 83.7901,831 + (3)$$

$$\log r = 4 \cdot 59726803$$
$$\log \sin = \bar{1} \cdot 56999198 - 170,4\,[(1) + (2)]$$
$$\text{»} \quad = \bar{1} \cdot 98576689 + \quad 17,7\,(3)$$
$$\overline{4 \cdot 15302690}$$

(1) $$0 = +\,2,12 + 1,423\,(1) + 2,840\,(2) - 0,458\,(3)$$

ÉQUATION NORMALE.

$$0 = +\,2,12 + 10,30029\,\lambda$$

QUANTITÉ CORRÉLATIVE.

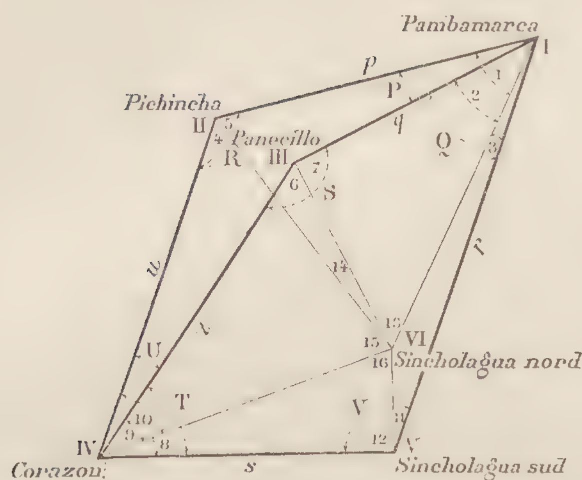
$$\lambda = -\,0,20582$$

CORRECTIONS AUX ANGLES.

El Pelado..... $(1) = -\,0'',29288$ Mirador..... $(2) = -\,0'',58453$ Pinllar..... $(3) = +\,0'',09427$

FIGURE IV.

RATTACHEMENT DE SINCHOLAGUA NORD.



Renvoi aux stations.
(T. III, fasc. 1.)

Pambamarca......	15 et 15 *bis* rattachement F
Pichincha.........	16 et 16 *bis*
Panecillo..........	18 et 18 *bis* rattachement G
Corazon...........	20 et 20 *bis*
Sincholagua sud..	21
Sincholagua nord, station supplémentaire.......	p. B.120.

ÉLÉMENTS COMPENSÉS.

Angles géodésiques.

P = 12^{G}.5744$^{''}$,0132	triangles [37] et [40]
Q = 48.5450,4907	triangle [37]
R = 132.1700,6137	triangles [39] et [40]
S = 154.7060,9746	triangles [36] et [37]
T = 74.3359,6157	triangle [36]
U = 9.9620,5174	triangles [36] et [39]
V = 122.4147,8730	triangles [39] et [40]

Côtés.

log p = 4·59941485	côté (54)
log q = 4·58221102	côté (49)
log r = 4·72708034	côté (48)
log s = 4·47835655	côté (45)
log t = 4·55791856	côté (47)
log u = 4·61433886	côté (53)

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Sincholagua nord.	$53^{G}.1112'',667 + (13) + (14)$
Pambamarca	$60.8246,163 + (1)$
Pichincha........	$86.0656,431 + (5)$
$\Sigma =$	$200.0015,261$
$\varepsilon =$	$13,387$
$E =$	$+1,874$

(1) $o = +1'',874 + (1) + (5) + (13) + (14)$

Sincholagua nord..	$52^{G}.0428'',729 + (13)$
Pambamarca	$48.2502,273 + (2)$
Panecillo..........	$99.7079,696 + (7)$
$\Sigma =$	$200.0010,698$
$\varepsilon =$	$10,8315$
$E =$	$-0,1335$

(2) $o = -0'',1335 + (2) + (7) + (13)$

Sincholagua nord.	$72^{G}.7353'',157 + (14) + (15)$
Panecillo	$54.9980,103 + (6)$
Corazon.........	$72.2671,933 + (9)$
$\Sigma =$	$200.0005,193$
$\varepsilon =$	$7,7885$
$E =$	$-2,5955$

(3) $o = -2'',5955 + (6) + (9) + (14) + (15)$

Sincholagua nord..	$91^{G}.3030'',856 + (16)$
Corazon..........	$2.0687,053 + (8)$
Sincholagua sud...	$106.6281,295 + (12)$
$\Sigma =$	$199.9999,204$
$\varepsilon =$	$0,232$
$E =$	$-1,028$

(4) $o = -1'',028 + (8) + (12) + (16)$

Sincholagua nord.	$71^{G}.6669'',219 + (15)$
Pichincha........	$46.1043,840 + (4)$
Corazon.........	$82.2296,212 + (10)$
$\Sigma =$	$200.0009,271$
$\varepsilon =$	$9,403$
$E =$	$-0,132$

$o = -0'',132 + (4) + (10) + (15)$

Sincholagua nord.	$183^{G}.9187'',258 - (13) - (14) - (15) - (16)$
Sincholagua sud..	$15.7864,948 + (11)$
Pambamarca	$0.2948,519 + (3)$
$\Sigma =$	$200.0000,725$
$\varepsilon =$	$0,102$
$E =$	$+0,623$

$o = +0'',623 + (3) + (11) - (13) - (14) - (15) - (16)$

Équations aux angles supplémentaires.

A Pambamarca ...	$48^{G}.2502'',273 + (2)$	$+ \; 0^{G}.2948'',519 + (3)$	$= Q = 48^{G}.5450'',4907$	**(5)** $o = +0'',3013 + (2) + (3)$
	$60.8246,163 + (1)$	$- \; 48.2502,273 - (2)$	$= P = 12.5744,0132$	**(6)** $o = -0,1232 + (1) - (2)$
A Pichincha......	$46.1043,840 + (4)$	$+ \; 86.0656,431 + (5)$	$= R = 132.1700,6137$	**(7)** $o = -0,3427 + (4) + (5)$
A Panecillo.......	$54.9980,103 + (6)$	$+ \; 99.7079,696 + (7)$	$= S = 154.7060,9746$	**(8)** $o = -1,1756 + (6) + (7)$
A Corazon	$2.0687,053 + (8)$	$+ \; 72.2671,933 + (9)$	$= T = 74.3359,6157$	**(9)** $o = -0,6297 + (8) + (9)$
	$82.2296,212 + (10)$	$- \; 72.2671,933 - (9)$	$= U = 9.9620,5174$	**(10)** $o = +3,7616 - (9) + (10)$
A Sincholagua sud.	$15.7864,948 + (11)$	$+ \; 106.6281,295 + (12)$	$= V = 122.4147,8730$	**(11)** $o = -1,6300 + (11) + (12)$

ÉQUATIONS AUX CÔTÉS.

Équations aux côtés supplémentaires.

$$1 = \frac{p}{q}\,\frac{\sin \mathrm{I.II.VI} \sin \mathrm{I.VI.III}}{\sin \mathrm{I.VI.II} \sin \mathrm{I.III.VI}}$$

$\mathrm{I.II.VI} = 86^{\mathrm{G}}.0651'',968 + (5)$

$\mathrm{I.VI.III} = 52.0425,118 + (13)$

$\log p = 4{\cdot}59941485$

$\log \sin = \bar{1}{\cdot}98951195 + 15,1\,(5)$

$\quad » \quad = \bar{1}{\cdot}86298099 + 64,0\,(13)$

$4{\cdot}45190779$

$\mathrm{I.VI.II} = 53^{\mathrm{G}}.1108'',205 + (13) + (14)$

$\mathrm{I.III.VI} = 99.7076,086 + (7)$

$\log q = 4{\cdot}58221102$

$\log \sin = \bar{1}{\cdot}86970187 + 61,8\,[(13) + (14)]$

$\quad » \quad = \bar{1}{\cdot}99999542 + 0,3\,(7)$

$4{\cdot}45190831$

(12) $\quad 0 = +\,0,52 - 0,151\,(5) + 0,003\,(7) - 0,022\,(13) + 0,618\,(14)$

$$1 = \frac{q}{t}\,\frac{\sin \mathrm{III.I.VI} \sin \mathrm{III.VI.IV}}{\sin \mathrm{I.VI.III} \sin \mathrm{III.IV.VI}}$$

$\mathrm{III.I.VI} = 48^{\mathrm{G}}.2498'',663 + (2)$

$\mathrm{III.VI.IV} = 72.7350,561 + (14) + (15)$

$\log q = 4{\cdot}58221102$

$\log \sin = \bar{1}{\cdot}83721138 + 72,0\,(2)$

$\quad » \quad = \bar{1}{\cdot}95888997 + 31,1\,[(14) + (15)]$

$4{\cdot}37831237$

$\mathrm{I.VI.III} = 52^{\mathrm{G}}.0425'',118 + (13)$

$\mathrm{III.IV.VI} = 72.2669,337 + (9)$

$\log t = 4{\cdot}55791856$

$\log \sin = \bar{1}{\cdot}86298099 + 64,0\,(13)$

$\quad » \quad = \bar{1}{\cdot}95741781 + 31,7\,(9)$

$4{\cdot}37831736$

(13) $\quad 0 = +\,4,99 - 0,720\,(2) + 0,317\,(9) + 0,640\,(13) - 0,311\,(14) - 0,311\,(15)$

$$1 = \frac{t}{s}\,\frac{\sin \mathrm{IV.III.VI} \sin \mathrm{IV.VI.V}}{\sin \mathrm{III.VI.IV} \sin \mathrm{IV.V.VI}}$$

$\mathrm{IV.III.VI} = 54^{\mathrm{G}}.9977'',507 + (6)$

$\mathrm{IV.VI.V} = 91.3030,779 + (16)$

$\log t = 4{\cdot}55791856$

$\log \sin = \bar{1}{\cdot}88103241 + 58,2\,(6)$

$\quad » \quad = \bar{1}{\cdot}99593481 + 9,4\,(16)$

$4{\cdot}43488578$

III.VI.IV = $72^{G}.7350''{,}561 + (14) + (15)$ $\qquad$ log s = $4{\cdot}47835655$

IV.V.VI = $106.6281{,}217 + (12)$ $\qquad$ log sin = $\bar{1}{\cdot}95888997 + 31{,}1\,[(14)+(15)]$

» = $\bar{1}{\cdot}99764190 - 7{,}1\,(12)$

$4{\cdot}43488842$

(14) $0 = +2{,}64 - 0{,}582\,(6) - 0{,}071\,(12) + 0{,}311\,(14) + 0{,}311\,(15) - 0{,}094\,(16)$

RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

(1) $0 = +1{,}8740 + (1) + (5) + (13) + (14)$

(2) $0 = -0{,}1335 + (2) + (7) + (13)$

(3) $0 = -2{,}5955 + (6) + (9) + (14) + (15)$

(4) $0 = -1{,}0280 + (8) + (12) + (16)$

(5) $0 = +0{,}3013 + (2) + (3)$

(6) $0 = -0{,}1232 + (1) - (2)$

(7) $0 = -0{,}3427 + (4) + (5)$

(8) $0 = -1{,}1756 + (6) + (7)$

(9) $0 = -0{,}6297 + (8) + (9)$

(10) $0 = +3{,}7616 - (9) + (10)$

(11) $0 = -1{,}6300 + (11) + (12)$

(12) $0 = +0{,}5200 - 0{,}151\,(5) + 0{,}003\,(7) - 0{,}022\,(13) + 0{,}618\,(14)$

(13) $0 = +4{,}9900 - 0{,}720\,(2) + 0{,}317\,(9) + 0{,}640\,(13) - 0{,}311\,(14) - 0{,}311\,(15)$

(14) $0 = +2{,}6400 - 0{,}582\,(6) - 0{,}071\,(12) + 0{,}311\,(14) + 0{,}311\,(15) - 0{,}094\,(16)$

ÉQUATIONS NORMALES.

		λ_1.	λ_2.	λ_3.	λ_4.	λ_5.	λ_6.	λ_7.	
(I)	0 = + 1,8740	+ 4.	+ 1.	+ 1.	»	»	+ 1.	+ 1.	...
(II)	0 = − 0,1335	+ 1.	+ 3.	»	»	+ 1.	− 1.	»	...
(III)	0 = − 2,5955	+ 1.	»	+ 4.	»	»	»	»	...
(IV)	0 = − 1,0280	»	»	»	+ 3.	»	»	»	...
(V)	0 = + 0,3013	»	+ 1.	»	»	+ 2.	− 1.	»	...
(VI)	0 = − 0,1232	+ 1.	− 1.	»	»	− 1.	+ 2.	»	...
(VII)	0 = − 0,3427	+ 1.	»	»	»	»	»	+ 2.	...
(VIII)	0 = − 1,1756	»	+ 1.	+ 1.	»	»	»	»	...
(IX)	0 = − 0,6297	»	»	+ 1.	+ 1.	»	»	»	...
(X)	0 = + 3,7616	»	»	− 1.	»	»	»	»	...
(XI)	0 = − 1,6300	»	»	»	+ 1.	»	»	»	...
(XII)	0 = + 0,5200	+ 0,445	− 0,019	+ 0,618	»	»	»	− 0,151	...
(XIII)	0 = + 4,9900	+ 0,329	− 0,080	− 0,305	»	− 0,720	+ 0,720	»	...
(XIV)	0 = + 2,6400	+ 0,311	»	+ 0,040	− 0,165	»	»	»	...

ÉQUATIONS NORMALES (suite).

	λ_8.	λ_9.	λ_{10}.	λ_{11}.	λ_{12}.	λ_{13}.	λ_{14}.
(I) ...	»	»	»	»	+ 0,445	+ 0,329	+ 0,311
(II) ...	+ 1.	»	»	»	— 0,019	— 0,080	»
(III) ...	+ 1.	+ 1.	— 1.	»	+ 0,618	— 0,305	+ 0,040
(IV) ...	»	+ 1.	»	+ 1.	»	»	— 0,165
(V) ...	»	»	»	»	»	— 0,720	»
(VI) ...	»	»	»	»	»	+ 0,720	»
(VII) ...	»	»	»	»	— 0,151	»	»
(VIII) ...	+ 2.	»	»	»	+ 0,003	»	— 0,582
(IX) ...	»	+ 2.	— 1.	»	»	+ 0,317	»
(X) ...	»	— 1.	+ 2.	»	»	— 0,317	»
(XI) ...	»	»	»	+ 2.	»	»	— 0,071
(XII) ...	+ 0,003	»	»	»	+ 0,40522	— 0,20268	+ 0,19220
(XIII) ...	»	+ 0,317	— 0,317	»	— 0,26268	+ 1,22193	— 0,19344
(XIV) ...	— 0,582	»	»	— 0,071	+ 0,19220	— 0,19344	+ 0,54604

QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = -\ 4,75686$ $\lambda_6 = +\ 10,33362$ $\lambda_{11} = +\ 0,71711$

$\lambda_2 = +\ 11,01484$ $\lambda_7 = +\ 2,97881$ $\lambda_{12} = +\ 5,68202$

$\lambda_3 = +\ 2,52284$ $\lambda_8 = -\ 13,12733$ $\lambda_{13} = -\ 14,62153$

$\lambda_4 = -\ 1,49693$ $\lambda_9 = +\ 0,86791$ $\lambda_{14} = -\ 23,84136$

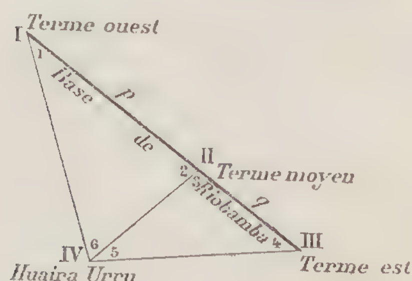
$\lambda_5 = -\ 5,75504$ $\lambda_{10} = -\ 2,50299$

CORRECTIONS AUX ANGLES.

Pambamarca..........	(1)	= + 5",57676
	(2)	= + 5,45368
	(3)	= — 5,75504
Pichincha............	(4)	= + 2,97881
	(5)	= — 2,63604
Panecillo............	(6)	= + 3,27118
	(7)	= — 2,09544
Corazon.............	(8)	= — 0,62902
	(9)	= + 1,25871
	(10)	= — 2,50299
Sincholagua sud..........	(11)	= + 0",71711
	(12)	= + 0,91292
Sincholagua nord.........	(13)	= — 3,22480
	(14)	= — 1,58989
	(15)	= — 0,34452
	(16)	= + 0,74416

FIGURE V.

RATTACHEMENT DE TERME MOYEN DE LA BASE DE RIOBAMBA ET DE HUAIRA URCU.



Renvoi aux stations.

(T. III, fasc. 1.)

Terme ouest de la base de Riobamba... 32
Terme est de la base de Riobamba..... 34

(T. III, fasc. 2.)

Terme moyen de la base de Riobamba.. p. 131
Huaira Urcu.......................... p. 132

A cause de la brisure de la base, la figure V est en réalité un quadrilatère complet. Mais cette brisure est si faible que, dans les limites de précision d'un calcul par logarithmes à 8 décimales, la longueur totale de la base est égale à la somme des longueurs de ses deux sections (1). Il en résulte que toute compensation du quadrilatère dans laquelle on introduirait comme données les logarithmes à 8 décimales de ces trois quantités doit évidemment fournir pour les angles du triangle géodésique [Terme ouest-Terme moyen-Terme est] des corrections annulant les deux petits angles et rendant le troisième égal à 200^G. Ces corrections sont donc :

en Terme ouest.... $-19'',428$
en Terme moyen... $+33,595$
en Terme est...... $-24,561$

Dès lors, la compensation de la figure V a été effectuée en la réduisant aux trois triangles :

[Huaira Urcu — Terme moyen — Terme ouest]
[Huaira Urcu — Terme est — Terme moyen]
[Huaira Urcu — Terme est — Terme ouest]

mais en introduisant les trois équations aux angles supplémentaires :

angle géodésique compensé (Terme moyen — Terme ouest — Terme est) = 0^G,
» (Terme ouest — Terme moyen — Terme est) = 200^G,
» (Terme moyen — Terme est — Terme ouest) = 0^G.

C'est en effet ce qui a été fait dans la compensation ci-après, mais on a exprimé la première et la troisième des conditions ci-dessus en désignant par

(1) la correction à l'angle géodésique observé (Huaira Urcu — Terme ouest — Terme est)
(4) » (Huaira Urcu — Terme est — Terme ouest)

et immédiatement par

(1) $-19'',428$ la correction à l'angle géodésique observé (Huaira Urcu — Terme ouest — Terme moyen)
(4) $-24,561$ » (Huaira Urcu — Terme est — Terme moyen),

ce qui revient à supprimer, pour simplifier, deux inconnues et deux équations de condition.

(1) Voir § 66, p. 82.

ÉLÉMENTS DE DÉPART.

$\log p = 3{\cdot}77965355$, $\log q = 3{\cdot}52633883$ } Tome II, fascicule 2 : *Bases*.

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Huaira Urcu.....	$62^G.5264'',721 + (6)$
Terme moyen....	$98.1115,271 + (2)$
Terme ouest.....	$39.3625,648 + (1) - 19'',428$
$\Sigma =$	$200.0005,640$
$\varepsilon =$	$0,199$
$E =$	$+5,441$

(1) $0 = -13'',987 + (1) + (2) + (6)$

Huaira Urcu.....	$42^G.2427'',315 + (5)$
Terme est.......	$55.8704,925 + (4) - 24'',561$
Terme moyen....	$101.8851,134 + (3)$
$\Sigma =$	$199.9983,374$
$\varepsilon =$	$0,111$
$E =$	$-16,737$

(2) $0 = -41'',298 + (3) + (4) + (5)$

Huaira Urcu.....	$104^G.7692'',036 + (5) + (6)$
Terme est........	$55.8680,364 + (4)$
Terme ouest.....	$39.3606,220 + (1)$
$\Sigma =$	$199.9978,620$
$\varepsilon =$	$0,310$
$E =$	$-21,690$

Équation aux angles supplémentaire.

à Terme moyen... $98^G.1115'',271 + (2) + 101^G.8851'',134 + (3) = 200^G$

(3) $0 = -33'',595 + (2) + (3)$

ÉQUATION AUX CÔTÉS.

Équation aux côtés supplémentaire.

$$1 = \frac{p}{q}\,\frac{\sin \mathrm{II.I.IV}\ \sin \mathrm{II.IV.III}}{\sin \mathrm{I.IV.II}\ \sin \mathrm{II.III.IV}}$$

II.I.IV $= 39^G.3625'',582$
II.IV.III $= 42.2427,278$

$\log p = 3{\cdot}77965355$
$\log \sin = \bar{1}{\cdot}76316981 + 95,9\,[(1) - 19'',428]$
» $= \bar{1}{\cdot}78952097 + 87,2\,(5)$
$3{\cdot}33234433$

I.IV.II $= 62^G.5264'',655$
II.III.IV $= 55.8704,888$

$\log q = 3{\cdot}52633883$
$\log \sin = \bar{1}{\cdot}91996696 + 45,6\,(6)$
» $= \bar{1}{\cdot}88604769 + 56,7\,[(4) - 24'',561]$
$3{\cdot}33235348$

(4) $0 = +13,85 - 0,959\,(1) + 0,567\,(4) - 0,872\,(5) + 0,456\,(6)$

RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

(1) $0 = -13,987 + (1) + (2) + (6)$

(2) $0 = -41,298 + (3) + (4) + (5)$

(3) $0 = -33,595 + (2) + (3)$

(4) $0 = +13,850 - 0,959\,(1) + 0,567\,(4) - 0,872\,(5) + 0,456\,(6)$

ÉQUATIONS NORMALES.

		λ_1.	λ_2.	λ_3.	λ_4.
(I)	$0 = -13,987$	$+3$	»	$+1$	$-0,503$
(II)	$0 = -41,298$	»	$+3$	$+1$	$-0,305$
(III)	$0 = -33,595$	$+1$	$+1$	$+2$	»
(IV)	$0 = +13,850$	$-0,503$	$-0,305$	»	$+2,20949$

QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = -0,32407$ $\lambda_3 = +12,40195$

$\lambda_2 = +9,11514$ $\lambda_4 = -5,08392$

CORRECTIONS AUX ANGLES.

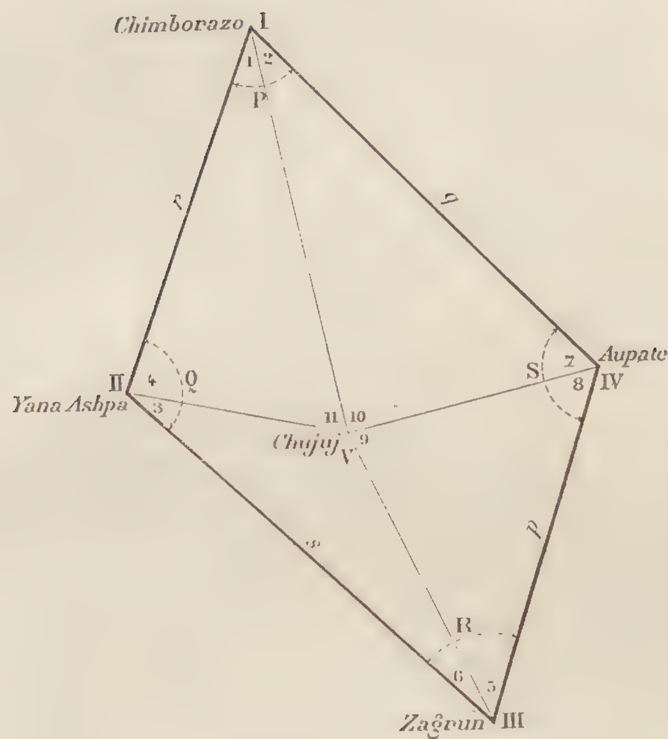
$(1) = +4'',55141$ $(4) = +6'',23256$

$(2) = +12,07788$ $(5) = +13,54832$

$(3) = +21,51709$ $(6) = -2,64234$

FIGURE VI.

RATTACHEMENT DE CHUJUJ.



Renvoi aux stations.
(T. III, fasc. 1.)

Chimborazo	30
Aupate	35
Yana Ashpa	36
Zagrun	37
Chujuj, station supplémentaire.	p. B.121.

ÉLÉMENTS COMPENSÉS.

Angles géodésiques.

P = 72^G.7615$''$,0125	triangle [10]
Q = 121.9605,7723	triangles [10] et [12]
R = 74.0036,4637	triangle [12]
S = 131.2754,7215	triangles [10] et [12]

Côtés.

log p = 4·38025240	côté (16)
log q = 4·51642757	côté (10)
log r = 4·41991966	côté (14)
log s = 4·52332613	côté (17)

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

	G ″
Chujuj	76.3967,653 + (11)
Chimborazo	35.9702,626 + (1)
Yana Ashpa	87.6335,859 + (4)
Σ =	200.0006,138
ε =	3,068
E =	+ 3,070

(1) $0 = +3'',070 + (1) + (4) + (11)$

	G ″
Chujuj	142.5450,320 — [(9) + (10) + (11)]
Yana Ashpa	34.3270,814 + (3)
Zagrun	23.1281,813 + (6)
Σ =	200.0002,947
ε =	2,037
E =	+ 0,910

$0 = +0'',910 + (3) + (6) - (9) - (10) - (11)$

	G ″
Chujuj	81.6825,204 + (9)
Zagrun	50.8755,042 + (5)
Aupate	67.4420,899 + (8)
Σ =	200.0001,145
ε =	2,956
E =	— 1,811

(2) $0 = -1'',811 + (5) + (8) + (9)$

	G ″
Chujuj	99.3756,823 + (10)
Aupate	63.8336,042 + (7)
Chimborazo	36.7909,468 + (2)
Σ =	200.0002,333
ε =	3,909
E =	— 1,576

(3) $0 = -1'',576 + (2) + (7) + (10)$

Équations aux angles supplémentaires.

A Chimborazo.	35.9702,626 + (1) + 36.7909,468 + (2) = P = 72.7615,012 (G ″)	(4)	$0 = -2'',918 + (1) + (2)$
A Yana Ashpa.	34.3270,814 + (3) + 87.6335,859 + (4) = Q = 121.9605,772	(5)	$0 = +0,901 + (3) + (4)$
A Zagrun	50.8755,042 + (5) + 23.1281,813 + (6) = R = 74.0036,464	(6)	$0 = +0,391 + (5) + (6)$
A Aupate	63.8336,042 + (7) + 67.4420,899 + (8) = S = 131.2754,722	(7)	$0 = +2,219 + (7) + (8)$

ÉQUATIONS AUX CÔTÉS.

Équations aux côtés supplémentaires.

$$1 = \frac{r}{q}\,\frac{\sin \mathrm{I.II.V}\ \sin \mathrm{I.V.IV}}{\sin \mathrm{I.V.II}\ \sin \mathrm{I.IV.V}}$$

$\log r = 4{\cdot}41991966$

I.II.V = 87.6334,836 + (4) (G ″) — $\log \sin = \bar{1}{\cdot}99175407 + 13,4\,(4)$

I.V.IV = 99.3755,520 + (10) — » $= \bar{1}{\cdot}99997911 + 0,7\,(10)$

$4{\cdot}41165284$

$\log q = 4{\cdot}51642757$

I.V.II = 76.3966,630 + (11) (G ″) — $\log \sin = \bar{1}{\cdot}96944020 + 26,5\,(11)$

I.IV.V = 63.8334,739 + (7) — » $= \bar{1}{\cdot}92578813 + 43,6\,(7)$

$4{\cdot}41165590$

(8) $0 = +3,06 - 0,134\,(4) + 0,436\,(7) - 0,007\,(10) + 0,265\,(11)$

$$1 = \frac{q}{p}\,\frac{\sin \mathrm{IV.I.V}\ \sin \mathrm{III.V.IV}}{\sin \mathrm{I.V.IV}\ \sin \mathrm{IV.III.V}}$$

$\log q = 4{\cdot}51642757$

IV.I.V = 36.7908,165 + (2) (G ″) — $\log \sin = \bar{1}{\cdot}73741015 + 104,6\,(2)$

III.V.IV = 81.6824,218 + (9) — » $= \bar{1}{\cdot}98176879 + 20,1\,(9)$

$4{\cdot}23560651$

I.V.IV = 99^{G}.3755$''$,520 + (10)	log p = 4·38025240
IV.III.V = 50.8754,057 + (5)	log sin = $\bar{1}$·99997911 + 0,7 (10)
	» = $\bar{1}$·85537554 + 66,3 (5)
	4·23560705

(9) o = + 0,54 — 1,046 (2) + 0,663 (5) — 0,201 (9) + 0,007 (10)

RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

(1) o = + 3,070 + (1) + (4) + (11)
(2) o = — 1,811 + (5) + (8) + (9)
(3) o = — 1,576 + (2) + (7) + (10)
(4) o = — 2,918 + (1) + (2)
(5) o = + 0,901 + (3) + (4)
(6) o = + 0,391 + (5) + (6)
(7) o = + 2,219 + (7) + (8)
(8) o = + 3,060 — 0,134 (4) + 0,436 (7) — 0,007 (10) + 0,265 (11)
(9) o = + 0,540 — 1,046 (2) + 0,663 (5) — 0,201 (9) + 0,007 (10)

ÉQUATIONS NORMALES.

		λ_1.	λ_2.	λ_3.	λ_4.	λ_5.	λ_6.	λ_7.	λ_8.	λ_9.
(I)	o = + 3,070	+ 3.	»	»	+ 1.	+ 1.	»	»	+ 0,131	»
(II)	o = — 1,811	»	+ 3.	»	»	»	+ 1.	+ 1.	»	+ 0,462
(III)	o = — 1,576	»	»	+ 3.	»	»	»	+ 1.	+ 0,430	— 1,039
(IV)	o = — 2,918	+ 1.	»	+ 1.	+ 2.	»	»	»	»	— 1,046
(V)	o = + 0,901	+ 1.	»	»	»	+ 2.	»	»	— 0,134	»
(VI)	o = + 0,391	»	+ 1.	»	»	»	+ 2.	»	»	+ 0,663
(VII)	o = + 2,219	»	+ 1.	+ 1.	»	»	»	+ 2.	+ 0,437	»
(VIII)	o = + 3,060	+ 0,131	»	+ 0,430	»	— 0,134	»	+ 0,437	+ 0,27920	— 0,00005
(IX)	o = + 0,540	»	+ 0,462	— 1,039	— 1,046	»	+ 0,663	»	— 0,00005	+ 1,57414

QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

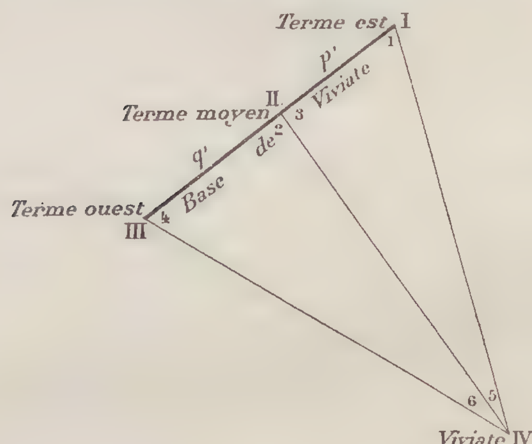
λ_1 = — 0,27256	λ_4 = + 1,80818	λ_7 = + 1,17651
λ_2 = + 0,13295	λ_5 = — 1,58187	λ_8 = — 18,91947
λ_3 = + 3,56280	λ_6 = — 1,52605	λ_9 = + 3,81320

CORRECTIONS AUX ANGLES.

Chimborazo	(1) = + 1$''$,53562 (2) = + 1,38237	Aupate	(7) = — 3$''$,52850 (8) = + 1,30946
Yana Ashpa	(3) = — 1,58187 (4) = + 0,68078	Chujuj	(9) = — 0,63350 (10) = + 3,72213 (11) = — 5,28642
Zagrun	(5) = + 1,13505 (6) = — 1,52605		

FIGURE VII.

RATTACHEMENT DE TERME MOYEN DE LA BASE DE VIVIATE ET DE VIVIATE.



Renvoi aux stations.
(T. III, fasc. 1.)

Terme est de la base de Viviate. 63
Terme moyen de la base de Viviate 64
Terme ouest de la base de Viviate. 66
Viviate 67

A cause de la brisure de la base, la figure VII est en réalité un quadrilatère complet. Mais cette brisure est si faible que, dans les limites de précision d'un calcul par logarithmes à 8 décimales, la longueur totale de la base est égale à la somme des longueurs de ses deux sections [1]. Il en résulte que toute compensation du quadrilatère, dans laquelle on introduirait comme données les logarithmes à 8 décimales de ces trois quantités, doit évidemment fournir pour les angles du triangle géodésique [Terme ouest — Terme moyen — Terme est] des corrections annulant les deux petits angles et rendant le troisième égal à 200^G. Ces corrections sont donc :

en Terme est....... — 20",856
en Terme moyen.... + 44,498
en Terme ouest..... — 19,377

Dès lors, la compensation de la figure VII a été effectuée en la réduisant aux trois triangles :

[Viviate — Terme moyen — Terme ouest]
[Viviate — Terme est — Terme moyen]
[Viviate — Terme est — Terme ouest],

mais en introduisant les trois équations aux angles supplémentaires :

angle géodésique compensé (Terme moyen — Terme est — Terme ouest) = 0^G,
» (Terme ouest — Terme moyen — Terme est) = 200^G,
» (Terme moyen — Terme ouest — Terme est) = 0^G.

C'est en effet ce qui a été fait dans la compensation ci-après, mais on a exprimé la première et la troisième des conditions ci-dessus en désignant par

(1) la correction à l'angle géodésique observé (Viviate — Terme est — Terme ouest)
(4) » (Viviate — Terme ouest — Terme est)

et immédiatement par

(1) — 20",856 la correction à l'angle géodésique observé (Viviate — Terme est — Terme moyen)
(4) — 19,377 » (Viviate — Terme ouest — Terme moyen),

ce qui revient à supprimer, pour simplifier, deux inconnues et deux équations de condition.

---

(1) Voir § 66. p. 82.

ÉLÉMENTS COMPENSÉS.

Côtés.

$\log p' = 3{\cdot}56670723$
$\log q' = 3{\cdot}65636653$ } Tome III, fascicule 2, pages 134 et 135.

TRIANGLES ET ÉQUATIONS AUX ANGLES.

Viviate..........	$21^{G}.5580'',097 + (5)$
Terme est.......	$76.4480,355 + (1) - 20'',856$
Terme moyen.....	$101.9942,093 + (3)$
	$\Sigma = 200.0002,545$
	$\varepsilon = 0,300$
	$E = +2,245$

(1) $\quad 0 = -18'',611 + (1) + (3) + (5)$

Viviate.........	$26^{G}.5951'',571 + (6)$
Terme moyen....	$98.0013,409 + (2)$
Terme ouest.....	$75.4035,877 + (4) - 19'',377$
	$\Sigma = 200.0000,857$
	$\varepsilon = 0,369$
	$E = +0,488$

(2) $\quad 0 = -18'',889 + (2) + (4) + (6)$

Viviate.............	$48^{G}.1531'',668 + (5) + (6)$
Terme est..........	$76.4459,499 + (1)$
Terme ouest........	$75.4016,500 + (4)$
	$\Sigma = 200.0007,667$
	$\varepsilon = 0,669$
	$E = +6,998$

Équation aux angles supplémentaire.

à Terme moyen..... $98^{G}.0013'',409 + (2) + 101^{G}.9942'',093 + (3) = 200^{G}$

(3) $\quad 0 = -44'',498 + (2) + (3)$

ÉQUATION AUX CÔTÉS.

Équation aux côtés supplémentaire.

$$1 = \frac{p'}{q'} \, \frac{\sin \mathrm{II.I.IV} \; \sin \mathrm{II.IV.III}}{\sin \mathrm{I.IV.II} \; \sin \mathrm{II.III.IV}}$$

$\mathrm{II.I.IV} = 76^{G}.4480'',255$
$\mathrm{II.IV.III} = 26.5951,448$

$$\begin{aligned} \log p' &= 3{\cdot}56670723 \\ \log \sin &= \bar{1}{\cdot}96957625 + 26,5\,[(1) - 20'',856] \\ \log \sin &= \bar{1}{\cdot}60821577 + 153,7\,(6) \\ & \quad 3{\cdot}14449925 \end{aligned}$$

$\mathrm{I.IV.II} = 21^{G}.5579'',997$
$\mathrm{II.III.IV} = 75.4035,754$

$$\begin{aligned} \log q' &= 3{\cdot}65636653 \\ \log \sin &= \bar{1}{\cdot}52139615 + 193,7\,(5) \\ \log \sin &= \bar{1}{\cdot}96674553 + 27,8\,[(4) - 19'',377] \\ & \quad 3{\cdot}14450821 \end{aligned}$$

(4) $\quad 0 = +9,100 - 0,265\,(1) + 0,278\,(4) + 1,937\,(5) - 1,537\,(6)$

RÉCAPITULATION DES ÉQUATIONS.

(1) $0 = -18,611 + (1) + (3) + (5)$

(2) $0 = -18,889 + (2) + (4) + (6)$

(3) $0 = -44,498 + (2) + (3)$

(4) $0 = +9,100 - 0,265\,(1) + 0,278\,(4) + 1,937\,(5) - 1,537\,(6)$

ÉQUATIONS NORMALES.

		λ_1.	λ_2.	λ_3.	λ_4.
(I)	$0 = -18,611$	$+3.$	»	$+1.$	$+1,672$
(II)	$0 = -18,889$	»	$+3.$	$+1.$	$-1,259$
(III)	$0 = -44,498$	$+1.$	$+1.$	$+2.$	»
(IV)	$0 = +9,100$	$+1,672$	$-1,259$	»	$+6,261847$

QUANTITÉS CORRÉLATIVES.

$\lambda_1 = -0,77712$
$\lambda_2 = -2,36639$
$\lambda_3 = +23,82075$
$\lambda_4 = -1,72153$

CORRECTIONS AUX ANGLES.

$(1) = -0'',32092$
$(2) = +21,45436$
$(3) = +23,04363$
$(4) = -2,84497$
$(5) = -4,11172$
$(6) = +0,27960$

DEUXIÈME PARTIE.

TRIANGLES.

TRIANGLES DU RÉSEAU PRIMORDIAL.

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	I. — Rattachement de la base de Riobamba et de la station astronomique 33 Loma de Quito.						
	Figure 6 (page A.24).						
	[1]	G "	"	G "	"		
31	Igualata	49.2545,074	+3,0309	49.2548,1049	47,864	3·97223930	(1)[1]
32	Terme ouest	98.6838,382	+2,1197	98.6840,5017	40,261	4·12780523	(2)
34	Terme est	52.0609,840	+2,2764	52.0612,1164	11,875	3·99099847	(3)
		199.9993,296	−7,427	0,723			
	[2]						
35	Aupate	52.4395,599	−2,9873	52.4392,6117	92,347	4·12780523	(2)
31	Igualata	28.3634,644	−4,3095	28.3630,3345	30,069	3·89671045	(4)
34	Terme est	119.1978,858	−1,0092	119.1977,8488	77,584	4·24224848	(5)
		200.0009,101	+8,306	0,795			
	[3]						
35	Aupate	15.6385,243	−1,0685	15.6384,1745	84,090	3·97223930	(1)
32	Terme ouest	13.1024,989	+1,1254	13.1026,1144	26,030	3·89671044	(4)
34	Terme est	171.2588,698	+1,2671	171.2589,9651	89,880	4·22607093	(6)
		199.9998,930	−1,324	0,254			
	[4]						
31	Igualata	77.6179,718	−1,2786	77.6178,4394	78,018	4·22607093	(6)
32	Terme ouest	85.5813,393	+0,9944	85.5814,3874	13,966	4·24224848	(5)
35	Aupate	36.8010,356	−1,9188	36.8008,4372	08,016	3·99099847	(3)
		200.0003,467	+2,203	1,264			
	[5]						
33	Loma de Quito	121.2811,825	+3,1116	121.2814,9366	14,817	4·12780523	(2)
34	Terme est	59.5369,241	+2,0058	59.5371,2468	71,127	4·05818290	(7)
31	Igualata	19.1812,726	+1,4496	19.1814,1756	14,056	3·62494637	(8)
		199.9993,792	−6,567	0,359			
	[6]						
35	Aupate	7.3831,617	−3,2993	7.3828,3177	28,289	3·62494637	(8)
33	Loma de Quito	13.8820,213	+2,4597	13.8822,6727	22,644	3·89671044	(4)
34	Terme est	178.7348,099	+0,9966	178.7349,0956	49,067	4·07725830	(9)
		199.9999,929	−0,157	0,086			
	[7]						
33	Loma de Quito	107.3991,612	+0,6518	107.3992,2638	91,908	4·24224848	(5)
35	Aupate	45.0563,982	+0,3120	45.0564,2940	63,938	4·05818290	(7)
31	Igualata	47.5447,370	−2,8598	47.5444,5102	44,154	4·07725831	(9)
		200.0002,964	+1,896	1,068			
	[8]						
30	Chimborazo	15.0641,059	+2,5421	15.0643,6011	43,141	4·07725831	(9)
33	Loma de Quito	155.4185,676	+1,4887	155.4187,1647	86,704	4·51642757	(10)
35	Aupate	29.5168,901	+1,7142	29.5170,6152	70,155	4·35776860	(11)
		199.9995,636	−5,745	1,381			

(1) Voir § 66, p. 84.

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	[9]						
36	Yana Ashpa	G 36.0826,773"	−1",3672	G 36.0825,4058"	24",099	4·24224848	(5)
35	Aupate	68.3103,721	−1,2836	68.3102,4374	01,130	4·45615191	(12)
31	Igualata	95.6076,458	−0,3802	95.6076,0778	74,771	4·51130486	(13)
		200.0006,952	+3,031	3,921			
	[10]						
30	Chimborazo	72.7612,094	+2,9185	72.7615,0125	12,951	4·51130486	(13)
36	Yana Ashpa	74.4683,010	−0,5961	74.4682,4139	80,352	4·51642757	(10)
35	Aupate	52.7708,640	+0,1186	52.7708,7586	06,697	4·41991966	(14)
		200.0003,744	−2,441	6,185			
	[11]						
37	Zagrun	29.0467,658	+1,4091	29.0469,0671	68,315	4·07725831	(9)
35	Aupate	101.7588,040	−3,9337	101.7584,1063	83,354	4·43304848	(15)
33	Loma de Quito	69.1947,007	+2,0756	69.1949,0826	48,331	4·38025240	(16)
		200.0002,705	+0,449	2,256			
	[12]						
37	Zagrun	74.0036,855	−0,3913	74.0036,4637	34,535	4·51130486	(13)
35	Aupate	78.5048,301	−2,3381	78.5045,9629	44,035	4·52332613	(17)
36	Yana Ashpa	47.4923,663	−0,3046	47.4923,3584	21,430	4·38025240	(16)
		200.0008,819	+3,034	5,785			
	[13]						
38	Lanlanguso	95.1519,814	+1,5062	95.1521,3202	19,754	4·52332613	(17)
37	Zagrun	56.2231,351	+1,3604	56.2232,7114	31,146	4·41262142	(18)
36	Yana Ashpa	48.6250,428	+0,2384	48.6250,6664	49,100	4·36448533	(19)
		200.0001,593	−3,105	4,698			
	[14]						
38	Lanlanguso	59.5601,137	+0,4976	59.5601,6346	599,437	4·51130486	(13)
35	Aupate	44.3232,738	−1,8034	44.3230,9346	28,736	4·41262142	(18)
36	Yana Ashpa	96.1174,091	−0,0662	96.1174,0248	71,827	4·60473594	(20)
		200.0007,966	+1,372	6,594			
	[15]						
37	Zagrun	130.2268,206	+0,9691	130.2269,1751	67,879	4·60473594	(20)
35	Aupate	34.1815,563	−0,5347	34.1815,0283	13,732	4·36448533	(19)
38	Lanlanguso	35.5918,677	+1,0086	35.5919,6856	18,389	4·38025240	(16)
		200.0002,446	−1,443	3,889			

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	II. — Section nord.						
	Triangles [16] *et* [17].						
	[16]	G ″	″	G ″	″		
29	Mulmul	82.7734,819	+1,3240	82.7736,1430	34,307	4·51642757	(10)
30	Chimborazo	64.4914,508	+1,3240	64.4915,8320	13,996	4·46114576	(21)
35	Aupate	52.7352,209	+1,3240	52.7353,5330	51,697	4·39988964	(22)
		200.0001,536	−3,972	5,508			
	[17]						
28	Cahuito	111.6973,156	−0,7340	111.6972,4220	71,879	4·39988964	(22)
30	Chimborazo	63.0435,472	−0,7340	63.0434,7380	34,194	4·32956277	(23)
29	Mulmul	25.2595,205	−0,7340	25.2594,4710	93,927	3·99434942	(24)
		200.0003,833	+2,202	1,631			
	Figure 5 (page A.22).						
	[18]	G ″	″	G ″	″		
27	Huicotango	41.2831,743	−1,8653	41.2829,8777	28,343	4·32956277	(23)
28	Cahuito	56.4294,235	−1,2751	56.4292,9599	91,426	4·43773493	(25)
29	Mulmul	102.2883,255	−1,4896	102.2881,7654	80,231	4·54826895	(26)
		200.0009,233	+4,630	4,603			
	[19]						
26	Sagoatoa	101.7065,403	+0,1260	101.7065,5290	64,043	4·54826895	(26)
28	Cahuito	37.4959,515	−3,2692	37.4956,2458	54,759	4·29311776	(27)
27	Huicotango	60.7980,959	+1,7252	60.7982,6842	81,198	4·46028658	(28)
		200.0005,877	+1,418	4,459			
	[20]						
26	Sagoatoa	42.6672,276	+0,2739	42.6672,5499	70,940	4·32956277	(23)
28	Cahuito	93.9253,750	−4,5443	93.9249,2057	47,596	4·53438362	(29)
29	Mulmul	63.4086,233	−3,1596	63.4083,0734	81,464	4·46028656	(28)
		200.0012,259	+7,430	4,829			
	[21]						
27	Huicotango	102.0812,702	−0,1402	102.0812,5618	11,151	4·53438362	(29)
26	Sagoatoa	59.0393,127	−0,1479	59.0392,9791	91,568	4·43773492	(25)
29	Mulmul	38.8797,022	+1,6701	38.8798,6921	97,281	4·29311776	(27)
		200.0002,851	−1,382	4,233			

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	Figure 4 (page A.17).						
	[22]	G ″	″	G ″	″		
25	Huangotasin..............	46.5251,127	+2,1294	46.5253,2564	51,952	4·29311776	(27)
26	Sagoatoa..................	69.7049,004	+0,1268	69.7049,1308	47,827	4·41752996	(30)
27	Huicotango..............	83.7700,451	+1,0738	83.7701,5248	00,221	4·45441219	(31)
		200.0000,582	−3,330	3,912			
	[23]						
23	Milin.....................	66.1841,790	+2,2826	66.1844,0726	42,230	4·45441219	(31)
26	Sagoatoa.................	61.7885,339	−0,1450	61.7885,1940	83,352	4·43536139	(32)
25	Huangotasin.	72.0280,272	−4,0116	72.0276,2604	74,418	4·47545202	(33)
		200.0007,401	+1,874	5,527			
	[24]						
24	Latacunga................	42.4850,684	−2,4642	42.4848,2198	46,910	4·29311776	(27)
26	Sagoatoa.................	98.3394,613	+2,7080	98.3397,3210	96,011	4·50134598	(34)
27	Huicotango..............	59.1757,615	+0,7732	59.1758,3882	57,079	4·40530987	(35)
		200.0002,912	−1,017	3,929			
	[25]						
23	Milin.....................	64.7265,841	+0,4358	64.7266,2768	65,285	4·40530987	(35)
26	Sagoatoa.................	33.1539,730	−2,7262	33.1537,0038	36,012	4·17253221	(36)
24	Latacunga................	102.1200,648	−0,9526	102.1199,6954	98,703	4·47545202	(33)
		200.0006,219	+3,243	2,976			
	[26]						
25	Huangotasin..............	116.8009,938	+1,1127	116.8011,0507	10,230	4·50134598	(34)
24	Latacunga................	58.6048,529	−0,2553	58.6048,2737	47,454	4·41752996	(30)
27	Huicotango..............	24.5942,836	+0,3006	24.5943,1366	42,316	4·09274483	(37)
		200.0001,303	−1,158	2,461			
	[27]						
24	Latacunga................	101.0899,213	−2,7195	101.0896,4935	95,668	4·45441219	(31)
26	Sagoatoa.................	28.6345,609	+2,5812	28.6348,1902	47,364	4·09274483	(37)
25	Huangotasin..............	70.2758,811	−1,0167	70.2757,7943	56,968	4·40530987	(35)
		200.0003,633	+1,155	2,478			
	[28]						
24	Latacunga................	196.7900,139	+3,6721	196.7903,8111	03,787	4·43536139	(32)
25	Huangotasin..............	1.7521,461	−2,9949	1.7518,4661	18,442	4·17253221	(36)
23	Milin.....................	1.4575,949	+1,8468	1.4577,7958	77,771	4·09274483	(37)
		199.9997,549	−2,524	0,073			
	[29]						
22	Cerro Ami Grande.........	27.7500,011	+3,8923	27.7503,9033	02,750	4·17253221	(36)
23	Milin.....................	64.1025,273	+0,2992	64.1025,5722	24,419	4·47394039	(38)
24	Latacunga................	108.1476,484	−2,5005	108.1473,9835	72,831	4·54342030	(39)
		200.0001,768	−1,691	3,459			

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	[30]						
22	Cerro Ami Grande......	[conclu] (1).		26G.4796",2810	95",329	4·09274483	(37)
24	Latacunga............	88G.6423",655	+6",1725	88.6429,8275	98,876	4·47936243	(40)
25	Huangotasin..........	84.8778,115	−1,3675	84.8776,7475	75,795	4·47394039	(38)
				2,856			
	[31]						
22	Cerro Ami Grande......	[conclu] (1).		54.2300,1842	298,103	4·43536139	(32)
23	Milin................	62.6449,324	−1,5476	62.6447,7764	45,696	4·47936243	(40)
25	Huangotasin..........	83.1256,654	+1,6274	83.1258,2814	56,201	4·54342030	(39)
				6,242			
	[32]						
20	Corazon..............	36.5453,453	−2,9215	36.5450,5315	47,544	4·43536139	(32)
23	Milin................	100.8251,122	+0,5168	100.8251,6388	48,652	4·70049952	(41)
25	Huangotasin..........	62.6302,376	+4,4147	62.6306,7907	03,804	4·62097535	(42)
		200.0006,951	−2,010	8,961			
	[33]						
22	Cerro Ami Grande......	[conclu] (1).		152.9927,2300	25,974	4·70049952	(41)
20	Corazon..............	26.5122,804	+2,2432	26.5125,0472	23,791	4·47936243	(40)
25	Huangotasin..........	20.4954,278	−2,7872	20.4951,4908	50,235	4·37266123	(43)
				3,768			
	[34]						
22	Cerro Ami Grande......	98.7628,575	−1,5291	98.7627,0459	24,884	4·62097535	(42)
20	Corazon..............	63.0576,257	−0,6784	63.0575,5786	73,416	4·54342030	(39)
23	Milin................	38.1801,798	+2,0645	38.1803,8625	01,700	4·37266123	(43)
		200.0006,630	+0,143	6,487			

Triangle [35].

	[35]						
21	Sincholagua sud.......	56G.6045",502	−1",3697	56G.6044",1323	42",772	4·37266123	(43)
20 et 20bis	Corazon..............	52.1798,100	−1,3697	52.1796,7303	95,369	4·34635938	(44)
22	Cerro Ami Grande......	91.2164,589	−1,3696	91.2163,2194	61,859	4·47835655	(45)
		200.0008,191	+4,109	4,082			

Figure 3 (page A.11).

	[36]						
18 et G	Panecillo............	54G.0859",584	−1",1643	54G.0858",4197	55",796	4·47835655	(45)
20 et 20bis	Corazon..............	74.3358,986	+0,6297	74.3359,6157	56,992	4·56642741	(46)
21	Sincholagua sud.......	71.5789,415	+0,4206	71.5789,8356	87,212	4·55791856	(47)
		200.0007,985	+0,114	7,871			

(1) Voir Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, première Partie : *Considérations générales*, VIII. *Explication de quelques anomalies*, 2. *Causes des anomalies*, c. *Deuxième destruction du signal de Huangotasin*, p. A.56 à A.59, la raison pour laquelle les angles formés à Cerro Ami Grande par la direction Huangotasin ont dû être conclus.

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	[37]						
15 et F	Pambamarca...........	G ″ 48.5450,792	″ −0,3013	G ″ 48.5450,4907	″ 46,796	4·56642741	(46)
18 et G	Panecillo..............	100.6200,215	+2,3399	100.6202,5549	198,861	4·72708034	(48)
21	Sincholagua sud	50.8356,828	+1,2094	50.8358,0374	54,343	4·58221102	(49)
		200.0007,835	−3,248	11,083			
	[38]						
12	Culangal..............	58.9957,191	−1,8118	58.9955,3792	52,845	4·58221102	(49)
18	Panecillo.............	35.6235,179	−0,2116	35.6234,9674	32,433	4·40426422	(50)
15	Pambamarca...........	105 3815,440	+1,8164	105.3817,2564	14,722	4·67776291	(51)
		200.0007,810	+0,207	7,603			
	[39]						
16 et 16bis	Pichincha	45.3315,776	+2,2429	45.3318,0189	14,869	4·47835655	(45)
20 et 20bis	Corazon................	84.2983,265	−3,1316	84.2980,1334	76,984	4·64983161	(52)
21	Sincholagua sud	70.3711,409	−0,1123	70.3711,2967	08,147	4·61433886	(53)
		200.0010,450	+1,001	9,449			
	[40]						
15 et F	Pambamarca...........	61.1194,682	−0,1781	61.1194,5039	89,946	4·64983161	(52)
16 et 16bis	Pichincha	86.8384,495	−1,9002	86.8382,5948	78,036	4·72708035	(48)
21	Sincholagua sud........	52.0434,834	+1,7423	52.0436,5763	32,018	4·59941485	(54)
		200.0014,011	+0,336	13,675			
	[41]						
11	Pusag Cocha...........	57.7195,708	+0,6437	57.7196,3517	92,115	4·59941485	(54)
16	Pichincha	67.2929,190	+2,0069	67.2931,1969	26,960	4·64316358	(55)
15	Pambamarca...........	74.9884,814	+0,3484	74.9885,1624	80,925	4·66877684	(56)
		200.0009,712	−2,999	12,711			
	[42]						
12	Culangal..............	69.0404,750	−1,2930	69.0403,4570	00,828	4·59941485	(54)
16	Pichincha	38.1531,883	−0,6960	38.1531,1870	28,558	4·40426423	(50)
15	Pambamarca...........	92.8071,550	+1,6930	92.8073,2430	70,614	4·65015507	(57)
		200.0008,183	+0,296	7,887			
	[43]						
11	Pusag Cocha.....	79.5886,554	−0,9070	79.5885,6470	83,230	4·65015507	(57)
16	Pichincha	29.1397,307	+2,7030	29.1400,0100	397,594	4·31820473	(58)
12	Culangal..............	91.2722,525	−0,9330	91.2721,5920	19,176	4·66877684	(56)
		200.0006,386	−0,863	7,249			
	[44]						
12	Culangal..............	160.3127,275	−2,2258	160.3125,0492	24,241	4·64316358	(55)
11	Pusag Cocha...........	21.8690,846	−1,5510	21.8689,2950	88,486	4·40426424	(50)
15	Pambamarca...........	17.8186,736	+1,3448	17.8188,0808	87,273	4·31820473	(58)
		200.0004,857	+2,432	2,425			
	[45]						
10	El Redondo............	35.7911,496	+3,2783	35.7914,7743	12,641	4·40426423	(50)
12	Culangal	115.4031,936	−0,7648	115.4031,1712	29,038	4·66465421	(59)
15	Pambamarca...........	48.8060,803	−0,3495	48.8060,4535	58,321	4·51867555	(60)
		200.0004,235	−2,164	6,399			

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	[46]	G ″	″	G ″	″		
10	El Redondo...............	28.1693,161	−5,9129	28.1687,2481	85,575	4·31820473	(58)
11	Pusag Cocha..............	47.5467,048	+6,9425	47.5473,9905	72,318	4·51867555	(60)
12	Culangal..................	124.2840,789	+2,9904	124.2843,7794	42,107	4·65419084	(61)
		200.0000,998	−4,020	5,018			
	[47]						
8	Yana Urcu................	35.7029,156	+3,2228	35.7032,3788	30,762	4·31820473	(58)
11	Pusag Cocha..............	108.9030,213	+1,5517	108.9031,7647	30,148	4·58812786	(62)
12	Culangal..................	55.3943,589	−2,8825	55.3940,7065	39,090	4·47571492	(63)
		200.0002,958	−1,892	4,850			
	[48]						
8	Yana Urcu................	57.1509,988	−2,2038	57.1507,7842	04,822	4·51867555	(60)
12	Culangal..................	68.8897,200	+5,8729	68.8903,0729	00,110	4·57145992	(64)
10	El Redondo...............	73.9598,839	−0,8081	73.9598,0309	95,068	4·58812786	(62)
		200.0006,027	−2,861	8,888			
	[49]						
10	El Redondo...............	63.9604,657	−2,6346	63.9602,0224	597,408	4·64316358	(55)
11	Pusag Cocha..............	69.4157,894	+5,3915	69.4163,2855	58,672	4·66465423	(59)
15	Pambamarca..............	66.6247,539	+0,9951	66.6248,5341	43,920	4·65419084	(61)
		200.0010,090	−3,752	13,842			
	[50]						
8	Yana Urcu................	92.8539,144	+1,0190	92.8540,1630	37,256	4·65419084	(61)
11	Pusag Cocha..............	61.3563,165	−5,3908	61.3557,7742	54,868	4·57145992	(64)
10	El Redondo...............	45.7905,678	+5,1048	45.7910,7828	07,876	4·47571492	(63)
		200.0007,987	−0,733	8,720			

Figure 2 (page A. 9).

	[51]	G ″	″	G ″	″		
3*bis*	El Pelado.................	47.8886,225	+1,2898	47.8887,5148	82,952	4·57145992	(64)
8	Yana Urcu................	69.6734,823	+2,2885	69.6737,1115	32,548	4·68560742	(65)
10	El Redondo...............	82.4388,716	+0,3467	82.4389,0627	84,500	4·72013140	(66)
		200.0009,764	−3,925	13,689			
	[52]						
9	Pinllar....................	113.5960,177	+3,0014	113.5963,1784	60,427	4·72013140	(66)
3*bis*	El Pelado.................	33.7020,205	+2,7544	33.7022,9594	20,208	4·43340923	(67)
8	Yana Urcu......	52.7020,220	+1,8972	52.7022,1172	19,365	4·59726803	(68)
		200.0000,602	−7,653	8,255			
	[53]						
9	Pinllar.............	139.7664,678	+0,7814	139.7665,4594	64,347	4·68560742	(65)
10	El Redondo...............	46.0471,315	+2,0072	46.0473,3222	72,210	4·59726803	(68)
3*bis*	El Pelado.................	14.1866,020	−1,4646	14.1864,5554	63,443	4·12088669	(69)
		200.0002,013	−1,324	3,337			
	[54]						
9	Pinllar....................	146.6375,145	−3,7828	146.6371,3622	70,663	4·57145992	(64)
8	Yana Urcu................	16.9714,603	+0,3913	16.9714,9943	14,295	4·12088668	(69)
10	El Redondo...............	36.3917,401	−1,6605	36.3915,7405	15,042	4·43340923	(67)
		200.0007,149	+5,052	2,097			

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	Figure 1 (page A. 4).						
	[55]	G "	"	G "	"		
7bis	Terme sud..............	111.2603,509	−0,3679	111.2603,1411	90,737	4·68560742	(65)
3	El Pelado..............	55.1474,401	+0,9581	55.1475,3591	72,956	4·57433808	(70)
10	El Redondo..............	33.5927,559	+1,1518	33.5928,7108	26,307	4·39445585	(71)
		200.0005,469	−1,742	7,211			
	[56]						
5	Mirador..............	75.2755,615	+2,5007	75.2758,1157	54,405	4·68560742	(65)
3	El Pelado..............	86.0835,213	+0,7652	86.0835,9782	32,268	4·70875780	(72)
10	El Redondo..............	38.6415,446	+1,5921	38.6417,0381	13,327	4·47538794	(73)
		200.0006,274	−4,858	11,132			
	[57]						
7	Terme sud..............	107.3622,987	+2,8869	107.3625,8739	24,966	4·47538794	(73)
5	Mirador..............	61.7015,470	+0,7610	61.7016,2310	15,323	4·39445585	(71)
3	El Pelado..............	30.9360,812	−0,1929	30.9360,6191	59,711	4·14765349	(74)
		199.9999,269	−3,455	2,724			
	[58]						
7 et 7bis	Terme sud..............	181.3773,504	−2,5189	181.3770,9851	70,586	4·70875780	(72)
10	El Redondo..............	5.0487,887	+0,4402	5.0488,3272	87,928	4·14765349	(74)
5	Mirador..............	13.5740,145	+1,7397	13.5741,8847	41,486	4·57433809	(70)
		200.0001,536	+0,339	1,197			
	[59]						
2	Troya..............	99.0095,791	+2,0525	99.0097,8435	96,775	4·47538794	(73)
3	El Pelado..............	35.8751,318	−1,5995	35.8749,7185	48,650	4·20311684	(75)
5	Mirador..............	65.1159,240	−3,5970	65.1155,6430	54,575	4·40668796	(76)
		200.0006,349	+3,144	3,205			
	[60]						
7	Terme sud..............	68.1429,155	+1,6586	68.1430,8136	29,374	4·40668796	(76)
2	Troya..............	65.0460,053	+3,1138	65.0463,1668	61,728	4·39445585	(71)
3	El Pelado..............	66.8112,130	−1,7924	66.8110,3376	08,898	4·40159438	(77)
		200.0001,338	−2,980	1,318			
	[61]						
7	Terme sud..............	39.2193,832	+1,2282	39.2195,0602	94,523	4·20311684	(75)
5	Mirador..............	126.8174,710	−2,8360	126.8171,8740	71,337	4·40159437	(77)
2	Troya..............	33.9635,738	−1,0612	33.9634,6768	34,140	4·14765349	(74)
		200.0004,280	+2,669	1,611			
	[62]						
6	Terme nord..............	51.0578,304	−1,3172	51.0576,9868	76,331	4·20311684	(75)
5	Mirador..............	99.1127,650	−5,1236	99.1122,5264	21,870	4·34649312	(78)
2	Troya..............	49.8302,645	−0,1902	49.8302,4548	01,799	4·19485877	(79)
		200.0008,599	+6,631	1,968			

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1)	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTES. Logarithmes.	CÔTES. Numéros.
	[63]	G ″	″	G ″	″		
6	Terme nord.............	121.8750,547	+2,2801	121.8752,8271	52,464	4·40159437	(77)
7	Terme sud...............	62.2578,031	+2,4509	62.2580,4819	80,120	4·34649312	(78)
2	Troya......	15.8666,907	+0,8710	15.8667,7780	67,416	3·81985638	(80)
		199.9995,485	−5,602	1,087			
	[64]						
6	Terme nord.............	70.8172,243	+3,5973	70.8175,8403	75,597	4·14765349	(74)
7	Terme sud...............	101.4771,863	+3,6791	101.4775,5421	75,299	4·19485878	(79)
5	Mirador.................	27.7047,060	+2,2876	27.7049,3476	49,104	3·81985638	(80)
		199.9991,166	−9,564	0,730			
	[65]						
4	Machines................	152.8502,403	+2,7005	152.8505,1035	04,649	4·47538794	(73)
3	El Pelado................	24.0778,099	+2,2588	24.0780,3578	79,904	4·21358252	(81)
5	Mirador....	23.0718,724	−2,8223	23.0715,9017	15,447	4·19589432	(82)
		199.9999,226	−2,137	1,363			
	[66]						
4	Machines................	76.7411,630	+0,4383	76.7412,0683	11,648	4·20311684	(75)
5	Mirador.................	42.0440,516	−0,7747	42.0439,7413	39,321	4·02055107	(83)
2	Troya.....................	81.2148,940	+0,5114	81.2149,4514	49,031	4·21358252	(81)
		200.0001,086	−0,175	1,261			
	[67]						
4	Machines................	170.4085,967	−3,1388	170.4082,8282	82,635	4·40668796	(76)
2	Troya.........	17.7946,851	+1,5410	17.7948,3920	48,198	4·19589432	(82)
3	El Pelado...............	11.7973,219	−3,8582	11.7969,3608	69,167	4·02055107	(83)
		200.0006,037	+5,456	0,581			
	[68]						
1	Tulcan....................	99.3626,487	−0,2473	99.3626,2397	25,733	4·40668796	(76)
3	El Pelado...............	20.1530,288	+2,7006	20.1532,9886	32,482	3·89989653	(84)
2	Troya.....................	80.4843,063	−0,7713	80.4842,2917	41,785	4·38597542	(85)
		199.9999,838	−1,682	1,520			
	[69]						
1	Tulcan....................	39.5342,861	+0,7221	39.5343,5831	43,101	4·19589432	(82)
3	El Pelado	31.9503,507	−1,1576	31.9502,3494	01,867	4·11328843	(86)
4	Machines................	128.5155,986	−0,4725	128.5155,5135	55,032	4·38597541	(85)
		200.0002,354	+0,908	1,446			
	[70]						
1	Tulcan....................	59.8283,626	−0,9694	59.8282,6566	82,438	4·02055107	(83)
4	Machines................	41.8929,981	−2,6664	41.8927,3146	27,096	3·89989652	(84)
2	Troya.....................	98.2789,914	+0,7698	98.2790,6838	90,466	4·11328843	(86)
		200.0003,521	+2,866	0,655			

III. — Section sud.

Triangles [71] et [72].

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	[71]	G "	"	G "	"		
39	Shiniguallay	70.6290,358	+0,4473	70.6290,8053	89,708	4·36448533	(19)
37	Zagrun....................	74.4861,879	+0,4473	74.4862,3263	61,229	4·37659146	(87)
38	Lanlanguso	54.8849,713	+0,4474	54.8850,1604	49,063	4·29281850	(88)
		200.0001,950	−1,342	3,292			
	[72]						
40	Danas.....................	58.4874,227	+1,1060	58.4875,3330	73,862	4·37659146	(87)
39	Shiniguallay	62.4556,905	+1,1060	62.4558,0110	56,540	4·39596451	(89)
38	Lanlanguso	79.0569,962	+1,1060	79.0571,0680	69,598	4·45238358	(90)
		200.0001,094	−3,318	4,412			

Figure 7 (page A. 30).

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	[73]	G "	"	G "	"		
42	Ñaupan....................	48.3052,932	+1,2833	48.3054,2153	52,260	4·45238358	(90)
39	Shiniguallay	44.4443,392	+2,4887	44.4445,8807	43,925	4·42284060	(91)
40	Danas.....................	107.2502,280	+3,4910	107.2505,7710	03,815	4·61195088	(92)
		199.9998,604	−7,263	5,867			
	[74]						
41	Ti Loma...................	121.3851,749	+0,6211	121.3852,3701	50,814	4·61195088	(92)
39	Shiniguallay	41.1233,137	−1,3146	41.1231,8224	30,266	4·41649973	(93)
42	Ñaupan....................	37.4918,249	+2,2265	37.4920,4755	18,920	4·38158504	(94)
		200.0003,135	−1,533	4,668			
	[75]						
41	Tio Loma..................	63.7016,878	+0,5288	63.7017,4068	15,662	4·45238358	(90)
39	Shiniguallay	85.5676,529	+1,1742	85.5677,7032	75,959	4·51591403	(95)
40	Danas.....................	50.7309,665	+0,4580	50.7310,1230	08,379	4·38158504	(94)
		200.0003,072	−2,161	5,233			
	[76]						
42	Ñaupan....................	85.7971,181	+3,5097	85.7974,6907	72,923	4·51591403	(95)
41	Tio Loma..................	57.6834,871	+0,0923	57.6834,9633	33,196	4·42284059	(91)
40	Danas.....................	56.5192,615	+3,0330	56.5195,6480	93,881	4·41649973	(93)
		199.9998,667	−6,635	5,302			

Triangles [77] à [79].

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	[77]	G "	"	G "	"		
43	Quinua Loma	80.4031,109	−3,0706	80.4028,0384	26,823	4·41649973	(93)
41	Tio Loma..................	63.3482,158	−3,0707	63.3479,0873	77,872	4·36106585	(96)
42	Ñaupan	56.2499,591	−3,0707	56.2496,5203	95,305	4·32559317	(97)
		200.0012,858	+9,212	3,646			

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	[78]	G "	"	G "	"		
44	Bueran	49.3719,085	−1,3547	49.3717,7303	16,244	4·36106585	(96)
43	Quinua Loma	54.2906,998	−1,3547	54.2905,6433	04,157	4·39277436	(98)
42	Ñaupan	96.3382,439	−1,3546	96.3381,0844	79,599	4·51519123	(99)
		200.0008,522	+4,064	4,458			
	[79]						
45	Yausai	94.9223,158	−1,5764	94.9221,5816	20,058	4·51519123	(99)
43	Quinua Loma	52.7584,881	−1,5763	52.7583,3047	81,781	4·38408261	(100)
44	Bueran	52.3201,261	−1,5763	52.3199,6847	98,161	4·38132164	(101)
		200.0009,300	+4,729	4,571			

Figure 8 (page A. 32).

	[80]	G "	"	G "	"		
49	Borma	42.6585,126	+7,2468	42.6592,3728	90,267	4·38408261	(100)
45	Yausai	91.7849,060	+2,8431	91.7851,9031	49,797	4·58732750	(102)
44	Bueran	65.5564,513	−2,4719	65.5562,0411	59,936	4·52402083	(103)
		199.9998,699	−7,618	6,317			
	[81]						
46	Ñamurelte	146.1200,934	−1,1420	146.1199,7920	98,993	4·58732750	(102)
49	Borma	18.8160,162	−0,1439	18.8160,0181	59,220	4·17722825	(104)
44	Bueran	35.0641,034	+1,5509	35.0642,5849	41,787	4·43172315	(105)
		200.0002,130	−0,265	2,395			
	[82]						
46	Ñamurelte	64.1715,968	−2,2513	64.1713,7167	12,761	4·38408261	(100)
45	Yausai	35.2083,251	+1,2724	35.2084,5234	83,568	4·17722825	(104)
44	Bueran	100.6205,547	−0,9211	100.6204,6259	03,671	4·45681153	(106)
		200.0004,766	+1,900	2,866			
	[83]						
49	Borma	61.4745,288	+7,1030	61.4752,3910	50,442	4·45681153	(106)
45	Yausai	56.5765,809	+1,5706	56.5767,3796	65,431	4·43172315	(105)
46	Ñamurelte	81.9484,966	+1,1094	81.9486,0754	84,127	4·52402083	(103)
		199.9996,063	−9,783	5,846			
	[84]						
47	Cuenca	56.2103,841	−2,7401	56.2101,1009	099,692	4·45681153	(106)
45	Yausai	34.2153,415	+0,5659	34.2153,9809	52,572	4·27807703	(107)
46	Ñamurelte	109.5752,964	−3,8198	109.5749,1412	47,736	4·56391988	(108)
		200.0010,220	+5,994	4,226			
	[85]						
47	Cuenca	72.7045,374	+2,2802	72.7047,6542	46,549	4·52402083	(103)
49	Borma	104.9334,747	+7,5161	104.9342,2631	41,158	4·56391988	(108)
45	Yausai	22.3612,394	+1,0047	22.3613,3987	12,293	4·10187387	(109)
		199.9992,515	−10,801	3,316			

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	[86]	G "	"	G "	"		
47	Cuenca	128.9149,215	−0,4600	128.9148,7550	48.190	4·43172315	(105)
49	Borma	43.4589,459	+0,4132	43.4589,8722	89,307	4·27807703	(107)
46	Ñamurelte	27.6267,998	−4,9292	27.6263,0688	62,503	4·10187387	(109)
		200.0006,672	+4,976	1,696			
	[87]						
52	Tinajillas	28.0784,777	+5,0934	28.0789,8704	88,152	4·43172315	(105)
49	Borma	140.3858,132	+0,9622	140.3859,0942	57,376	4·70743141	(110)
46	Ñamurelte	31.5365,707	−9,5166	31.5356,1904	54,472	4·47840799	(111)
		200.0008,616	+3,461	5,155			
	[88]						
48	Soldados	117.0401,134	+3,0693	117.0404,2033	01,656	4·70743141	(110)
52	Tinajillas	35.9718,126	+0,5880	35.9718,7140	16,166	4·45189754	(112)
46	Ñamurelte	46.9883,027	+1,6987	46.9884,7257	82,178	4·55111317	(113)
		200.0002,287	−5,356	7,643			
	[89]						
48	Soldados	58.6538,759	−1,3195	58.6537,4395	35,546	4·43172315	(105)
49	Borma	62.8227,420	−0,0945	62.8227,3255	25,432	4·45189754	(112)
46	Ñamurelte	78.5248,734	−7,8180	78.5240,9160	39,022	4·50539370	(114)
		200.0014,913	+9,232	5,681			
	[90]						
52	Tinajillas	64.0502,903	+5,6814	64.0508,5844	06,212	4·50539370	(114)
49	Borma	77.5630,712	+1,0567	77.5631,7687	29,396	4·55111317	(113)
48	Soldados	58.3862,375	+4,3889	58.3866,7639	64,392	4·47840799	(111)
		199.9995,990	−11,127	7,117			

Triangle [91].

	[91]	G "	"	G "	"		
50	Minas	67.2183,321	+2,4667	67.2185,7877	83,175	4·55111317	(113)
52	Tinajillas	50.4705,387	+2,4667	50.4707,8537	05,241	4·46410271	(115)
48	Soldados	82.3111,731	+2,4666	82.3114,1976	11,584	4·59444661	(116)
		200.0000,439	−7,400	7,839			

Figure 9 (page A.36).

	[92]	G "	"	G "	"		
55	Fierro Urcu	37.6115,744	−1,8186	37.6113,9254	07,272	4·59444661	(116)
52	Tinajillas	83.0956,203	+2,0325	83.0958,2355	51,582	4·83308443	(117)
50	Minas	79.2945,940	+1,8601	79.2947,8001	41,146	4·82519137	(118)
		200.0017,887	−2,074	19,961			
	[93]						
54	Chilla Cocha	33.4309,046	+1,9295	33.4310,9755	05,448	4·59444661	(116)
52	Tinajillas	50.0295,882	+0,4639	50.0296,3459	90,818	4·74401330	(119)
50	Minas	116.5411,608	−2,3464	116.5409,2616	03,734	4·87950370	(120)
		200.0016,536	−0,047	16,583			

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros
	[94]	G "	"	" G	"		
51	Ñarihuiña	102.2803,226	−0,6854	102.2802,5406	799,109	4·83308443	(117)
55	Fierro Urcu..............	19.3321,029	+3,5370	19.3324,5660	21,134	4·30906687	(121)
50	Minas....................	78.3886,114	−2,9246	78.3883,1894	79,757	4·80784136	(122)
		200.0010,369	+0,073	10,296			
	[95]						
51	Ñarihuiña	139.5473,013	+1,3654	139.5474,3784	72,593	4·74401330	(119)
54	Chilla Cocha..............	19.3114,385	−5,1353	19.3109,2497	07,464	4·30906686	(121)
50	Minas................ ...	41.1420,446	+1,2819	41.1421,7279	19,943	4·61357088	(123)
		200.0007,844	+2,488	5,356			
	[96]						
54	Chilla Cocha.............	102.2029,313	−0,2693	102.2029,0437	23,572	4·83308443	(117)
55	Fierro Urcu	60.5525,244	+0,6658	60.5525,9098	20,438	4·74401330	(119)
50	Minas....................	37.2465,668	−4,2065	37.2461,4615	55,990	4·57547470	(124)
		200.0020,225	+3,810	16,415			
	[97]						
55	Fierro Urcu	98.1640,988	−1,1528	98.1639,8352	33,238	4·87950370	(120)
52	Tinajillas.....	33.0660,321	+1,5686	33.0661,8896	55,292	4·57547470	(124)
54	Chilla Cocha....	68.7720,267	−2,1988	68.7718,0682	11,470	4·82519137	(118)
		200.0021,576	+1,783	19,793			
	[98]						
54	Chilla Cocha........... .	121.5143,698	−5,4046	121.5138,2934	34,468	4·80784136	(122)
55	Fierro Urcu	41.2204,215	−2,8711	41.2201,3439	197,519	4·61357088	(123)
51	Ñarihuiña	37.2669,787	+2,0507	37.2671,8377	68,013	4·57547470	(124)
		200.0017,700	+6,225	11,475			

Figure 10 (page A.39).

RENVOIS	NUMÉROS et SOMMETS	ANGLES OBSERVÉS	CORRECTIONS	ANGLES COMPENSÉS géodésiques	ANGLES COMPENSÉS plans	Logarithmes	Numéros
	[99]	G "	"	G "	"		
56	Guachanama...............	35.8614,556	+0,8069	35.8615,3629	09,021	4·57547470	(124)
55	Fierro Urcu	75.3907,695	−1,5151	75.3906,1799	899,839	4·81465693	(125)
54	Chilla Cocha..............	88.7500,639	−3,1578	88.7497,4812	91,140	4·84113138	(126)
		200.0022,890	+3,866	19,024			
	[100]						
57	Colambo	80.1196,089	−2,1709	80.1193,9181	85,271	4·84113138	(126)
55	Fierro Urcu	57.3448,550	+3,9780	57.3452,5280	43,880	4·75686914	(127)
56	Guachanama...............	62.5381,552	−2,0551	62.5379,4969	70,849	4·78267847	(128)
		200.0026,191	+0,248	25,943			

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	[101]	G ″	″	G ″	″		
57	Colambo	24.9877,518	−3,7900	24.9873,7280	68,517	4·57547470	(124)
55	Fierro Urcu	132.7356,245	+2,4628	132.7358,7078	53,497	4·93271205	(129)
54	Chilla Cocha	42.2780,626	+2,5702	42.2783,1962	77,986	4·78267846	(128)
		200.0014,389	−1,243	15,632			
	[102]						
56	Guachanama	98.3996,108	−1,2482	98.3994,8598	85,081	4·93271205	(129)
57	Colambo	55.1318,571	+1,6191	55.1320,1901	10,412	4·81465691	(125)
54	Chilla Cocha	46.4720,013	−5,7279	46.4714,2851	04,507	4·75686914	(127)
		200.0034,692	+5,357	29,335			
	Triangles [103] à [109].						
	[103]	G ″	″	G ″	″		
59	Los Pozos	60.0904,223	−0,8444	60.0903,3786	895,039	4·75686914	(127)
57	Colambo	65.6342,584	−0,8443	65.6341,7397	33,400	4·78185252	(130)
56	Guachanama	74.2780,744	−0,8443	74.2779,8997	71,561	4·81200842	(131)
		200.0027,551	+2,533	25,018			
	[104]						
58	La Masa	66.6055,336	−1,9090	66.6053,4270	45,833	4·78185252	(130)
59	Los Pozos	83.2668,952	−1,9090	83.2667,0430	59,448	4·82938703	(132)
56	Guachanama	50.1304,222	−1,9090	50.1302,3130	294,719	4·69493314	(133)
		200.0028,510	+5,727	22,783			
	[105]						
61	Ereo	64.8908,204	+0,2247	64.8908,4287	04,076	4·69493314	(133)
59	Los Pozos	39.1626,868	+0,2247	39.1627,0927	22,740	4·52586907	(134)
58	La Masa	95.9477,313	+0,2246	95.9477,5376	73,184	4·76374580	(135)
		200.0012,385	−0,674	13,059			
	[106]						
60	El Buitre	43.7287,266	−0,5993	43.7286,6667	83,643	4·52586907	(134)
61	Ereo	110.5709,901	−0,5994	110.5709,3016	06,278	4·71767587	(136)
58	La Masa	45.7013,701	−0,5993	45.7013,1017	10,079	4·54177215	(137)
		200.0010,868	+1,798	9,070			
	[107](1)						
65	Punta Arena	81.5703,360	−2,7954	81.5700,5646	698,432	4·54177215	(137)
61	Ereo	59.0561,337	−1,6773	59.0559,6597	57,527	4·46343546	(138)
60	El Buitre	59.3747,851	−1,6773	59.3746,1737	44,041	4·46505614	(139)
		200.0012,548	+6,150	6,398			
	[108](1)						
69	El Ahorcado	50.4573,129	+1,5112	50.4574,6402	72,387	4·46343546	(138)
65	Punta Arena	97.9766,604	+2,5186	97.9769,1226	66,869	4·61063415	(140)
60	El Buitre	51.5661,486	+1,5112	51.5662,9972	60,744	4·47076350	(141)
		200.0001,219	−5,541	6,760			

(1) En prenant pour unité de poids le poids d'une observation de couple ou d'une observation de direction, faite à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz à quatre microscopes (diamètre du cercle : $0^m,42$), les directions finales ont à 60 El Buitre, 61 Ereo, 69 El Ahorcado, le poids 20, tandis qu'à 65 Punta Arena, elles n'ont que le poids 12 (Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B.105, B.106, B.107, B.108, B.111, B.112, B.117, B.118). Aux poids 20 et 12 pour les directions finales correspondent les poids 10 et 6 pour les angles finaux. Dès lors, comme dans les calculs de compensation on a pris pour unité de poids le poids d'un angle final observé, il en résulte que dans ces calculs on doit adopter pour les angles finaux aux trois premières des stations précitées le poids 1, et pour les angles finaux à la dernière le poids 0,6. La compensation des angles des triangles [107] et [108] a été faite en adoptant ces poids et employant la méthode exposée § 36, p. 35.

RENVOIS aux stations t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	[109]	G "	"	G "	"		
63	Terme est................	92.5031,446	-0,0804	92.5031,3656	28,945	4·61063415	(140)
69	El Ahorcado..............	59.5668,859	-0,0803	59.5668,7787	66,359	4·51944693	(142)
60	El Buitre....	47.9307,196	-0,0803	47.9307,1157	04,696	4·44855031	(143)
		200.0007,501	+0,241	7,260			
	Figure 11 (page A.41).						
	[110]	G "	"	G "	"		
66	Terme ouest.............	73.5662,695	+0,0705	73.5662,7655	62,166	4·44855031	(143)
69	El Ahorcado.............	17.2575,524	-2,1434	17.2573,3806	72,781	3·91487653	(144)
63	Terme est...............	109.1766,054	-0,4021	109.1765,6519	65,053	4·48258879	(145)
		200.0004,273	+2,475	1,798			
	[111]						
70	Chocan..................	92.9632,286	-1,9650	92.9630,3210	28,998	4·48258879	(145)
69	El Ahorcado.............	46.5623,489	-1,1345	46.5622,3545	21,031	4·30996485	(146)
66	Terme ouest........... .	60.4753,717	-2,4225	60.4751,2945	49,971	4·39554099	(147)
		200.0009,492	+5,522	3,970			
	[112]						
70	Chocan..................	75.1438,896	-2,0443	75.1436,8517	35,308	4·44855031	(143)
69	El Ahorcado.............	63.8199,013	-3,2780	63.8195,7350	94,191	4·40825759	(148)
63	Terme est...............	61.0371,622	+0,4233	61.0372,0453	70,501	4·39554099	(147)
		200.0009,531	+4,899	4,632			
	[113]						
66	Terme ouest.............	134.0416,412	-2,3521	134.0414,0599	13,681	4·40825759	(148)
70	Chocan..................	17.8193,390	+0,0794	17.8193,4694	93,091	3·91487653	(144)
63	Terme est...............	48.1394,432	-0,8253	48.1393,6067	93,228	4·30996485	(146)
		200.0004,234	+3,098	1,136			
	Triangles [114] et [115].						
	[114]	G "	"	G "	"		
62	El Arenal...............	73.9832,852	-1,4600	73.9831,3920	30,587	4·40825759	(148)
70	Chocan..................	28.2873,104	-1,4600	28.2871,6440	70,839	4·07890329	(149)
63	Terme est...............	97.7300,839	-1,4600	97.7299,3790	98,574	4·44530486	(150)
		200.0006,795	+4,380	2,415			
	[115]						
68	Payta...................	94.6185,438	+0,4936	94.6185,9316	84,832	4·44530486	(150)
70	Chocan..................	57.3201,135	+0,4937	57.3201,6287	00,530	4·34093280	(151)
62	El Arenal...............	48.0615,243	+0,4937	48.0615,7367	14,638	4·28270781	(152)
		200.0001,816	-1,481	3,297			

TRIANGLES SUPPLÉMENTAIRES.

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.

Figure I.

Rattachement de la mire méridienne nord de la station astronomique 1 Tulcan (Angasmayo)

(page A.45).

RENVOIS	NUMÉROS et SOMMETS	ANGLES OBSERVÉS	CORRECTIONS	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS	ANGLES PLANS	Logarithmes	Numéros
	[116]						
	Mire méridienne nord......	[conclu]		66G.2844",1895	43",942	4·38597541	(85)
3 (B)	El Pelado................	9G.4711",058	+0",0589	9.4711,1169	10,870	3·62087735	(153)
1 (1)	Tulcan...................	124.2445,463	-0,0274	124.2445,4356	45,188	4·41767528	(154)
				0,742			
	[117]						
	Mire méridienne nord......	[conclu]		27.5911,7504	11,674	4·11328843	(86)
4 (D)	Machines..................	8.6299,538	-0,0770	8.6299,4610	99,384	3·62087735	(153)
1 (1)	Tulcan...................	163.7789,046	-0,0274	163.7789,0186	88,942	4·22147282	(155)
				0,230			
	[118]						
	Mire méridienne nord......	[conclu]		38.6932,4391	31,786	4·19589432	(82)
3 (B)	El Pelado................	41.4213,407	+0,0589	41.4213,4659	12,814	4·22147282	(155)
4 (D)	Machines.................	119.8855,976	+0,0770	119.8856,0530	55,400	4·41767527	(154)
				1,958			

Figure II.

Rattachement de la mire méridienne sud de la station astronomique 1 Tulcan (La Rinconada)

(page A.47).

RENVOIS	NUMÉROS et SOMMETS	ANGLES OBSERVÉS	CORRECTIONS	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS	ANGLES PLANS	Logarithmes	Numéros
	[119]						
	Mire méridienne sud	[conclu]		110G.1060",0660	59",745	4·38597541	(85)
1	Tulcan...................	75G.7569",605	+0",3233	75.7569,9283	69,607	4·35918905	(156)
3 (A)	El Pelado................	14.1368,775	+2,1947	14.1370,9697	70,648	3·73437447	(157)
				0,964			
	[120]						
	Mire méridienne sud	[conclu]		142.4853,5967	53,497	4·11328843	(86)
1	Tulcan...................	36.2226,022	+0,3233	36.2226,3453	26,246	3·94957303	(158)
4 (C)	Machines......	21.2921,430	-1,0740	21.2920,3560	20,257	3·73437447	(157)
				0,298			
	[121]						
	Mire méridienne sud.......	[conclu]		32.3793,5307	93,271	4·19589432	(82)
3 (A)	El Pelado	17.8133,574	-2,1947	17.8131,3793	31,119	3·94957303	(158)
4 (C)	Machines.................	149.8076,944	-1,0740	149.8075,8700	75,610	4·35918905	(156)
				0,780			

(1) Voir aussi Tome III, fascicule 2 : *Compensation des angles, calcul des triangles*, p. 104 et 105.

Figure III.
Rattachement de Padre Urcu
(page A.49).

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	[122]						
	Padre Urcu...........	[conclu]		$24^{G}.2335'',7584$	$33'',173$	4.47538794	(73)
5	Mirador..............	$34^{G}.4265'',428$	$-0'',5845$	34.4264,8435	62,258	4.61702689	(159)
3	El Pelado............	141.3407,447	−0,2929	141.3407,1541	04,569	4.80655966	(160)
				7,756			
	[123]						
	Padre Urcu...........	[conclu]		75.1396,6216	94,038	4.59726803	(68)
p. B. 119	Pinllar..............	83.7904,415	+0,0943	83.7904,5093	01,925	4.61702689	(159)
3 et 3*bis*	El Pelado............	41.0706,914	−0,2929	41.0706,6211	04,037	4.41035424	(161)
				7,752			

Triangle [124].
Rattachement de la mire méridienne sud de la station astronomique 9 Pinllar (Cunrro).

RENVOIS	NUMÉROS et SOMMETS	ANGLES OBSERVÉS	CORRECTIONS	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS	ANGLES COMPENSÉS plans	Logarithmes	Numéros
	[124]						
	Mire méridienne sud....	[conclu]		$47^{G}.5720'',3570$	$18'',973$	4.43340923	(67)
9	Pinllar..............	$118^{G}.4636'',235$		118.4636,2350	34,850	4.58260990	(162)
8 (E)	Yana Urcu............	33.9647,561		33.9647,5610	46,177	4.30748164	(163)
				4,153			

Triangles [125], [126], [127] et [128].
Rattachement de 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire) et 19 Poingasi.

RENVOIS	NUMÉROS et SOMMETS	ANGLES OBSERVÉS	CORRECTIONS	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS	ANGLES COMPENSÉS plans	Logarithmes	Numéros
	[125]						
14	Casitagua............	$102^{G}.5478'',550$	$-0'',0556$	$102^{G}.5478'',4944$	$76'',753$	4.58221102	(49)
18*bis*	Panecillo............	58.9684,909	−0,0557	58.9684,8533	83,111	4.48531524	(164)
15*bis*	Pambamarca...........	38.4841,934	−0,0557	38.4841,8783	40,136	4.33717875	(165)
		200.0005,393	+0,167	5,226			
	[126]						
17	Quito................	64.6803,011	+0,8647	64.6803,8757	02,281	4.48531524	(164)
15*bis*	Pambamarca...........	37.2965,303	+0,8647	37.2966,1677	64,574	4.29854744	(166)
14	Casitagua............	98.0233,875	+0,8646	98.0234,7396	33,145	4.55568441	(167)
		200.0002,189	−2,594	4,783			
	[127]						
19	Poingasi.............	58.5284,010	+3,0790	58.5287,0890	85,109	4.48531524	(164)
15*bis*	Pambamarca...........	44.4526,299	+3,0790	44.4529,3780	27,398	4.39296507	(168)
14	Casitagua............	97.0186,395	+3,0790	97.0189,4740	87,493	4.58435376	(169)
		199.9996,704	−9,237	5,941			
	[128]						
13	Cayambe..............	51.9073,523	+0,8620	51.9074,3850	73,227	4.48531524	(164)
14	Casitagua............	24.0969,356	+0,8620	24.0970,2180	69,060	4.19086175	(170)
15*bis*	Pambamarca...........	123.9958,008	+0,8620	123.9958,8700	57,713	4.59159095	(171)
		200.0000,887	−2,586	3,473			

Figure IV.

Rattachement de Sincholagua nord

(page A.51).

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	[129]	G ″	″	G ″	″		
p. B.120	Sincholagua nord	53.1112,667	−4,8147	53.1107,8523	03,390	4·59941485	(54)
15	Pambamarca...........	60.8246,163	+5,5767	60.8251,7397	47,277	4·64170593	(172)
16	Pichincha.............	86.0656,431	−2,6360	86.0653,7950	49,333	4·71922750	(173)
		200.0015,261	+1,874	13,387			
	[130]						
p. B.120	Sincholagua nord.......	52.0428,729	−3,2248	52.0425,5042	21,894	4·58221102	(49)
15	Pambamarca...........	48.2502,273	+5,4537	48.2507,7267	04,116	4·55644740	(174)
18	Panecillo..............	99.7079,696	−2,0954	99.7077,6006	73,990	4·71922750	(173)
		200.0010,698	−0,1335	10,8315			
	[131]						
p. B.120	Sincholagua nord.......	72.7353,157	−1,9344	72.7351,2226	48,626	4·55791856	(47)
18	Panecillo..............	54.9980,103	+3,2712	54.9983,3742	80,778	4·48006350	(175)
20	Corazon...............	72.2671,933	+1,2587	72,2673,1917	70,596	4·55644740	(174)
		200.0005,193	−2,5955	7,7885			
	[132]						
p. B.120	Sincholagua nord.......	71.6669,219	−0,3445	71.6668,8745	65,740	4·61433886	(53)
16	Pichincha.............	46.1043,840	+2,9795	46.1046,8195	43,685	4·48006350	(175)
20	Corazon...............	82.2296,212	−2,5030	82.2293,7090	90,575	4·64170592	(172)
		200.0009,271	−0,132	9,403			
	[133]						
p. B.120	Sincholagua nord.......	91.3030,856	+0,7441	91.3031,6001	31,523	4·47835655	(45)
20*bis*	Corazon...............	2.0687,053	−0,6290	2.0686,4240	86,347	2·99414892	(176)
21	Sincholagua sud........	106.6281,295	+0,9129	106.6282,2079	82,130	4·48006351	(175)
		199.9999,204	−1,028	0,232			
	[134]						
p. B.120	Sincholagua nord.......	183.9187,258	+4,4150	183.9191,6730	91,639	4·72708034	(48)
21	Sincholagua sud........	15.7864,948	+0,7171	15.7865,6651	65,631	4·71922749	(173)
15*bis* (F)	Pambamarca...........	0.2948,519	−5,7551	0.2942,7639	42,730	2·99414883	(176)
		200.0000,725	+0,623	0,102			

Figure V.

Rattachement de Terme moyen de la base de Riobamba et de Huaira Urcu

(page A.56).

RENVOIS aux stations.	NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS Logarithmes.	CÔTÉS Numéros.
	[135]	G "	"	G "	"		
T. III, fasc. 2, p. 133	Huaira Urcu....	62.5264,721	− 2,6423	62.5262,0787	62,012	3·77965355	(177)[1]
T. III, fasc. 2, p. 131	Terme moyen...	98.1115,271	+12,0779	98.1127,3489	27,283	3·85949693	(179)
T. III, fasc. 1, 32	Terme ouest....	39.3625,648	−14,8766	39.3610,7714	10,705	3·62284334	(180)
		200.0005,640	+ 5,441	0,199			
	[136]						
T. III, fasc. 2, p. 133	Huaira Urcu....	42.2427,315	+13,5483	42.2440,8633	40,826	3·52633883	(178)[1]
T. III, fasc. 1, 34	Terme est......	55.8704,925	−18,3284	55.8686,5966	86,560	3·62284334	(180)
T. III, fasc. 2, p. 131	Terme moyen...	101.8851,134	+21,5171	101.8872,6511	72,614	3·73661518	(181)
		199.9983,374	−16,737	0,111			
	[137]						
T. III, fasc. 2, p. 133	Huaira Urcu....	104.7692,036	+10,9060	104.7702,9420	02,839	3·97223930	(1)[2]
T. III, fasc. 1, 34	Terme est......	55.8680,364	+ 6,2326	55.8686,5966	86,493	3·85949693	(179)
T. III, fasc. 1, 32	Terme ouest....	39.3606,220	+ 4,5514	39.3610,7714	10,668	3·73661518	(181)
		199.9978,620	−21,690	0,310			

Figure VI.

Rattachement de Chujuj.

T. III, fasc. 1 (page A.58).

RENVOIS aux stations.	NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	CÔTÉS Logarithmes.	CÔTÉS Numéros.
	[138]	G "	"	G "	"		
p. B.121	Chujuj.........	76.3967,653	−5,2864	76.3962,3666	61,344	4·41991966	(14)
30	Chimborazo.....	35.9702,626	+1,5356	35.9704,1616	03,139	4·17918601	(182)
36	Yana Ashpa.....	87.6335,859	+0,6808	87.6336,5398	35,517	4·44223503	(183)
		200.0006,138	+3,070	3,068			
	[139]						
p. B.121	Chujuj.........	142.5450,320	+2,1978	142.5452,5178	51,839	4·52332613	(17)
36	Yana Ashpa.....	34.3270,814	−1,5818	34.3269,2322	68,553	4·33902583	(184)
37	Zagrun.........	23.1281,813	−1,5260	23.1280,2870	79,608	4·17918601	(182)
		200.0002,947	+0,910	2,037			
	[140]						
p. B.121	Chujuj.........	81.6825,204	−0,6335	81.6824,5705	23,585	4·38025240	(16)
37	Zagrun.........	50.8755,042	+1,1350	50.8756,1770	55,192	4·25386003	(185)
35	Aupate.........	67.4420,899	+1,3095	67.4422,2085	21,223	4·33902583	(184)
		200.0001,145	−1,811	2,956			
	[141]						
p. B.121	Chujuj.........	99.3756,823	+3,7221	99.3760,5451	59,242	4·51642757	(10)
35	Aupate.........	63.8336,042	−3,5285	63.8332,5135	31,211	4·44223503	(183)
30	Chimborazo.....	36.7909,468	+1,3824	36.7910,8504	09,547	4·25386003	(185)
		200.0002,333	−1,576	3,909			
	[142]						
p. B.121	Chujuj.........	175.7724,476	−1,5643	175.7722,9117	22,648	4·51130486	(13)
35	Aupate.........	11.0627,402	−3,6476	11.0623,7544	23,490	4·17918600	(182)
36	Yana Ashpa.....	13.1652,849	+1,2769	13.1654,1259	53,862	4·25386004	(185)
		200.0004,727	+3,935	0,792			

(1) Voir Tome II, fascicule 2 : *Bases* et p. A.57 du présent fascicule.
(2) Voir Tome II, fascicule 2 : *Bases* et p. 84 du présent fascicule.

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS et SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.	ANGLES COMPENSÉ des triangles plans.	CÔTÉS. Logarithmes.	CÔTÉS. Numéros.
	Triangle [143]. **Rattachement de Machala.**						
	[143]	G ″	″	G ″	″		
53	Machala	56.5789,346	+0,4584	56.5789,8044	85,207	4·61357088	(124)
54	Chilla Cocha	77.7378,966	+0,4583	77.7379,4243	74,827	4·69644158	(186)
51	Ñarihuiña	65.6844,105	+0,4583	65.6844,5633	39,966	4·65714679	(187)
		12,417	−1,375	13,792			
	Figure VII. **Rattachement de 64 Terme moyen de la base de Viviate et de 67 Viviate.** (page A.61).						
	[144]	G ″	″	G ″	″		
67	Viviate	21.5580,097	− 4,1117	21.5575,9853	75,885	3·56670723	(188)([1])
63	Terme est	76.4480,355	−21,1769	76.4459,1781	59,078	4·01488969	(190)
64	Terme moyen	101.9942,093	+23,0436	101.9965,1366	65,037	4·04510544	(191)
		200.0002,545	+ 2,245	0,300			
	[145]						
67	Viviate	26.5951,571	+ 0,2796	26.5951,8506	51,728	3 65636653	(189)([1])
64	Terme moyen	98.0013,409	+21,4544	98.0034,8634	34,740	4·04793674	(192)
66	Terme ouest	75.4035,877	−22,2220	75.4013,6550	13,532	4·01488971	(190)
		200.0000,857	+ 0,488	0,369			
	[146]						
67	Viviate	48.1531,668	− 3,8321	48.1527,8359	27,613	3·91487653	(144)([2])
63	Terme est	76.4459,499	− 0,3209	76.4459,1781	58,955	4·04793674	(192)
66	Terme ouest	75.4016,500	− 2,8450	75.4013,6550	13,432	4·04510544	(191)
		200.0007,667	+ 6,998	0,669			

([1]) Voir Tome II, fascicule 2 : *Bases* et p. A.63 du présent fascicule.
([2]) Voir Tome II, fascicule 2 : *Bases* et p. 84 du présent fascicule.



CONCLUSIONS.

CONCLUSIONS.

95. Comme suite naturelle aux Tableaux numériques précédents et conclusion du présent fascicule, on va appliquer à la triangulation du nouvel arc équatorial les divers critériums de la précision des observations connus et l'on réalisera l'accord des bases pour un enchaînement spécial, constitué par de simples triangles; on aura ainsi une idée de la grandeur des corrections que cet accord, si on l'effectuait pour l'ensemble du réseau, apporterait aux angles géodésiques et aux côtés, déjà compensés sans tenir compte des équations de condition qui l'expriment.

I. — ERREUR MOYENNE DE L'UNITÉ DE POIDS.

1. Calcul par formules rigoureuses d'après la compensation du réseau.

96. Par les deux premières des méthodes antérieurement indiquées [1], l'erreur moyenne $M^\star$ de l'unité de poids, précédemment définie [2], a été calculée pour les figures 1 à 11 et les 18 triangles isolés du réseau primordial, ainsi que pour les figures I à VII et les 6 triangles isolés supplémentaires (à l'exception du triangle [124] qui, comprenant un angle conclu, ne donne lieu à aucune compensation). Dans les triangles [107] et [108] et la figure I, tous les angles finals observés ne peuvent être considérés comme ayant même poids; pour tenir compte de cette particularité, on a appliqué la formule générale $M^\star = \pm\sqrt{\frac{p_1(1)^2 + p_2(2)^2 + p_3(3)^2}{r}}$, qui donne dans ces trois cas [3] :

Triangle [107] [Punta Arena-Erco-El Buitre] [4] :

$$M^\star = \pm\sqrt{\frac{(0,6 \times \overline{2,7954}^2) + \overline{1,6773}^2 + \overline{1,6773}^2}{1}} = \pm 3'',212\,;$$

Triangle [108] [El Ahorcado-Punta Arena-El Buitre] [4] :

$$M^\star = \pm\sqrt{\frac{\overline{1,5112}^2 + (0,6 \times \overline{2,5186}^2) + \overline{1,5112}^2}{1}} = \pm 2'',894\,;$$

---

(1) §§ 31, 32 et 33, p. 31 et 32.

(2) § 72, p. 96.

(3) Pour les valeurs des poids, voir § 72, p. 95; § 76, p. 105; p. A.46 et p. B.18.

(4) Pour les deux triangles, on aurait pu aussi appliquer la formule (98), § 36, p. 35 :

$$M^\star = \pm\frac{E}{\sqrt{\left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3}\right)}}.$$

Figure I. Rattachement de la mire méridienne nord de la station astronomique 1 Tulcan, (Angasmayo) :

$$M^* = \pm \sqrt{\frac{(0,467 \times \overline{0,0274}^2) + \overline{0,0589}^2 + \overline{0,0770}^2}{1}} = \pm 0'',099.$$

Le Tableau suivant présente les résultats de ces calculs :

M^*, *Erreur moyenne de l'unité de poids* (*Angle final observé*).

1° *Réseau primordial.*

Section nord.

Figure 1......	±2'',309	±0'',748
Figure 2......	2,548	0,825
Figure 3......	3,881	1,257
Triangle [35].	2,372	0,768
Figure 4......	3,044	0,986
Figure 5......	2,812	0,911
Triangle [17]..	1,271	0,412
Triangle [16]..	2,293	0,743

Rattachement de la base de Riobamba et de la station astronomique 33 *Loma de Quito.*

Figure 6...	±2'',195	±0'',711

Section sud.

Triangle [71]....	±0'',775	±0'',251
Triangle [72]....	1,916	0,621
Figure 7........	2,461	0,797
Triangle [77]....	5,319	1,723
Triangle [78]....	2,346	0,760
Triangle [79]....	2,730	0,884
Figure 8.	4,046	1,311
Triangle [91]....	4,272	1,384
Figure 9.........	3,568	1,156
Figure 10.	4,455	1,443
Triangle [103]. ..	1,462	0,474
Triangle [104]. ..	3,306	1,071
Triangle [105]. ..	0,389	0,126
Triangle [106]. ..	1,038	0,336
Triangle [107] (1).	3,212	1,041
Triangle [108] (1).	2,894	0,938
Triangle [109]. ..	0,014	0,004
Figure 11........	2,049	0,664
Triangle [114]. ..	2,529	0,819
Triangle [115]. ..	0,855	0,277

2° *Figures supplémentaires.*

Figure I (1)......................	± 0'',099	±0'',032
Figure II........................	2,465	0,799
Figure III	0,661	0,214
Triangle [124] (2)...............		
Triangle [125]	0,096	0,031
Triangle [126]	1,497	0,485
Triangle [127]	5,333	1,728
Triangle [128]	1,493	0,484
Figure IV........................	3,252	1,054
Figure V.........................	(14,654)	(4,748)
Figure VI.................	2,733	0,885
Triangle [143]...................	0,794	0,257
Figure VII.......................	(15,941)	(5,165)

(1) Voir ci-dessus § 96, p. C.3 et C.4.

(2) Le triangle [124], comprenant un angle conclu, ne donne lieu à aucune compensation.

L'erreur moyenne de l'unité de poids (angle final observé) a été aussi calculée par la formule $M^{\star} = \pm\sqrt{\frac{\Sigma p(1)^2}{\Sigma r}}$, pour chacune des sections du réseau primordial et pour l'ensemble de ce réseau, ainsi que pour l'ensemble des figures supplémentaires (à l'exception du triangle [124] qui, comprenant un angle conclu, ne donne lieu à aucune compensation, et des figures V et VII pour lesquelles certaines corrections atteignent des valeurs inusitées par le fait que les compensations ont été effectuées comme si les bases n'étaient pas brisées), enfin pour l'ensemble de tout le réseau (réseau primordial et figures supplémentaires, à l'exception du triangle [124] et des figures V et VII). On a obtenu :

M*, *erreur moyenne de l'unité de poids* (*Angle final observé*).

Réseau primordial...	Section nord	±3",055 =	±0",990.
	Rattachement de la base de Riobamba et de la station astronomique 33 Loma de Quito	2,195 =	0,711.
	Section sud	3,312 =	1,073.
	Ensemble du réseau primordial	**3,051 =**	**0,988.**
Ensemble des figures supplémentaires		2,870 =	0,930.
Ensemble de tout le réseau (réseau primordial et figures supplémentaires)		3,014 =	0,976.

2. Calcul par la formule approchée de l'Association géodésique internationale.

97. La formule approchée de l'Association géodésique internationale [1],

$$M_1^{\star} = \pm\sqrt{\frac{\Sigma\,\varepsilon^2}{3N}}, \tag{92}$$

a été appliquée aux diverses sections du réseau primordial (en excluant les triangles [30], [31], [33] de la section nord qui comprennent un angle conclu); à l'ensemble de ce réseau (en excluant les mêmes triangles); à l'ensemble des figures supplémentaires (en excluant les triangles [116], [117], [118], [119], [120], [121], [122], [123], [124], qui comprennent un angle conclu et les triangles [135], [136], [137], [144], [145], [146], appartenant aux figures V et VII, dont on ne tient pas compte pour le motif déjà indiqué); enfin à l'ensemble de tout le réseau (réseau primordial et figures supplémentaires en excluant les 18 triangles précités). On a obtenu :

[1] § 36, p. 34.

$M_1^\star$, *valeur approchée de l'erreur moyenne de l'unité de poids (Angle final observé).*

Réseau primordial..	Section nord............................	52 triangles,	$\pm 1'',984$	$= \pm 0'',643$.
	Rattachement de la base de Riobamba et de la station astronomique 33 Loma de Quito.....	15 »	2,351	= 0,762.
	Section sud............................	45 »	2,975	= 0,964.
	Ensemble du réseau primordial.............	**112** »	**2,474**	= **0,802**.
Ensemble des figures supplémentaires...........................		16 »	1,731	= 0,561.
Ensemble de tout le réseau (réseau primordial et figures supplémentaires)..		128 »	2,394	= 0,776.

La comparaison des valeurs $M^\star$ et $M_1^\star$ correspondantes montre que, sauf une exception, la première est supérieure à la seconde, ce qui confirme une loi générale précédemment énoncée ([1]).

3. Comparaison des deux valeurs de l'erreur moyenne de l'unité de poids (angle final observé), calculées l'une d'après les observations azimutales, l'autre d'après la compensation du réseau.

98. D'autre part, on a trouvé par la discussion de l'ensemble des observations azimutales, abstraction faite de toute compensation du réseau ([2]) :

	Méthode des angles. (69 cas.)	Méthode des directions. (17 cas.)
$m^\star$, erreur moyenne d'une direction finale observée....	$\pm 1'',129 = \pm 0'',366$,	$\pm 1'',075 = \pm 0'',348$,

d'où l'on déduit :

$M^\star = m^\star\sqrt{2}$, erreur moyenne d'un angle final observé.	$\pm 1'',597 = \pm 0'',517$,	$\pm 1'',520 = \pm 0'',492$.
Valeur moyenne ([3])...........	$M^\star = \pm 1'',582 = \pm 0'',513$.	

En toute rigueur, les valeurs $M^\star = \pm 1'',582$ et $M^\star = \pm 3'',014$, ainsi calculées, l'une d'après les observations et avant toute compensation du réseau, l'autre d'après les résultats de cette compensation, ne s'appliquent pas absolument au même réseau. En effet, les observations aux stations supplémentaires Pinllar, Sincholagua nord et Chujuj ([4]), les observations faites à I Tulcan au théodolite à microscopes Huetz ([5]), les observations aux stations supplémentaires Terme moyen de la base de Riobamba et Huaira Urcu ([6]), ne sont pas entrées en ligne de compte

([1]) § 36, p. 36.

([2]) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, troisième Partie: *Calcul des erreurs, conclusions*, p. C. 19.

([3]) La méthode des angles ayant été employée 69 fois, celle des directions 17 fois, on a adopté la moyenne avec poids $\frac{1'',597 \times 69 + 1'',520 \times 17}{69 + 17}$.

([4]) Tome III, fascicule 1 : *Angles azimutaux*, p. B. 119 à B. 123.

([5]) Voir plus haut, § 76, p. 104 et 105.

([6]) Voir plus haut, § 86, p. 131 à 133.

dans le calcul des erreurs effectué d'après les observations, bien que les directions ainsi observées contribuent à la constitution de certaines figures supplémentaires du réseau. Il a paru, en effet, préférable de n'utiliser pour ce calcul que les observations aux 63 stations du réseau primordial et à 7 autres stations pour lesquelles les opérations de rattachement à ce réseau n'ont donné lieu à aucun incident [1]; on n'a eu ainsi à traiter que des observations normalement faites sur un plan absolument régulier, soit par la méthode des angles, soit par la méthode des directions, et qui n'ont été contrariées par aucune circonstance particulière. Par contre, il était bien indispensable de constituer, en plus d'un réseau primordial irréprochable, un ensemble de figures supplémentaires aussi complet que possible, assurant le rattachement à ce réseau primordial d'un certain nombre de stations astronomiques ou de points intéressants seulement au point de vue de la triangulation générale du pays, en utilisant ainsi toutes les observations azimutales de haute précision sans exception, faites au cours des opérations.

D'ailleurs, les différences signalées sont en nombre et en importance complètement insignifiantes relativement à la quantité considérable des observations azimutales effectuées et à l'étendue du réseau. On peut donc admettre, sans aucune erreur sensible, en supprimant des décimales auxquelles tout géodésien possédant la pratique des observations ne saurait attacher qu'une valeur purement théorique :

Pour l'ensemble de tout le réseau géodésique du nouvel arc équatorial, M*, erreur moyenne de l'unité de poids [angle final observé à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz, à quatre microscopes (diamètre du cercle : $0^m,42$) par 10 couples ou 20 réitérations] :

Calculée d'après les observations azimutales..................	$\pm 1'',6$	$= \pm 0'',5$.
Calculée d'après la compensation du réseau....................	$\pm 3,0$	$= \pm 1,0$.
Différences.....................	1,4	0,5.

La comparaison de ces nombres confirme la loi en vertu de laquelle la valeur de M* calculée d'après la compensation du réseau est supérieure à sa valeur calculée d'après les observations azimutales, révèle, par les différences obtenues, l'existence dans ces observations de certaines erreurs systématiques, et donne une idée de leurs valeurs [2].

---

(1) 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire), 19 Poingasi, 53 Machala, 64 Terme moyen de la base de Viviate, 67 Viviate.

(2) Voir § 38, p. 36 et 37, et § 84, p. 119 à 130.

II. — ERREURS RELATIVES DES LONGUEURS DES BASES DE VÉRIFICATION DE SAN GABRIEL ET VIVIATE, CALCULÉES PAR LA TRIANGULATION, EN PARTANT DE LA LONGUEUR MESURÉE DE LA BASE FONDAMENTALE DE RIOBAMBA.

99. On sait (¹) que dans le cas où l'on ne réalise pas l'accord des bases, si l'on considère les longueurs mesurées de celles-ci comme rigoureusement exactes, l'erreur relative de la longueur d'une base de vérification, calculée par la triangulation en partant de la longueur mesurée de la base fondamentale, s'obtient immédiatement comme égale à la *fermeture sur la base de vérification*, mais peut aussi être considérée comme une erreur moyenne relative et se déduire de la compensation du réseau.

1. Calcul par les fermetures sur les bases de vérification.

100. Les longueurs B_1 des lignes géodésiques, correspondant sur l'ellipsoïde de référence aux longueurs mesurées des bases de vérification sont (²) :

Base de San Gabriel............................ $B_1 = 6604^m,82350$,
Base de Viviate................................ $B_1 = 8220^m,06355$.

Les logarithmes des longueurs B' de ces lignes, calculés par la triangulation en partant de la longueur mesurée de la base fondamentale, après compensation des angles du réseau primordial sans accord des bases, sont :

Base de San Gabriel (³)........................ $\log B' = 3{\cdot}81985638$,
Base de Viviate (⁴)............................ $\log B' = 3{\cdot}91487653$,

d'où :

Base de San Gabriel............................ $B' = 6604^m,74992$,
Base de Viviate................................ $B' = 8220^m,08920$,

et :

Base de San Gabriel............................ $B' - B_1 = -0^m,07358$,
Base de Viviate................................ $B' - B_1 = +0^m,02565$.

Les fermetures $\frac{B'-B_1}{B_1}$ sur les bases de vérification sont donc :

Base de San Gabriel............................ $\frac{B'-B_1}{B_1} = \frac{-1}{89\,764}$,

Base de Viviate................................ $\frac{B'-B_1}{B_1} = \frac{+1}{320\,470}$.

(¹) Voir §§ 44 à 48, p. 41 à 46.
(²) § 66, p. 84.
(³) Côté (80), p. B.13.
(⁴) Côté (144), p. B.19.

Dans l'hypothèse où les longueurs mesurées des bases ne sont entachées d'aucune erreur, ces nombres représentent précisément les erreurs relatives des longueurs des bases de vérification, calculées par la triangulation en partant de la longueur mesurée de la base fondamentale.

2. Calcul par la compensation du réseau.

101. Ces erreurs relatives ont été aussi calculées par la méthode précédemment exposée [1], dans le cas d'un réseau s'appuyant à une de ses extrémités sur un côté connu, divisé en réseaux partiels accolés dont chacun n'a avec le précédent qu'un côté commun et compensés séparément, pour la détermination de l'erreur moyenne relative d'un côté de jonction, calculé en partant du côté connu.

Le côté connu est la ligne géodésique correspondant sur l'ellipsoïde de référence à la base fondamentale de Riobamba; le côté calculé est la ligne géodésique correspondant à la base de vérification. Les réseaux partiels sont les figures du réseau primordial et les triangles intercalés entre elles qui assurent l'enchaînement entre les deux lignes géodésiques. En conservant les notations déjà employées, le calcul de l'erreur e_l pour la base de vérification se ramène à celui des erreurs η_l des côtés de jonction de ces réseaux partiels [2].

Pour les figures, les erreurs η_l ont été calculées d'après la méthode générale de calcul de l'erreur moyenne d'une fonction des quantités compensées [3], mais on n'a fait usage que des deux premiers procédés de calcul précédemment indiqués [4], ce qui est suffisant comme vérification. Pour les triangles, on a employé la formule (150) [5], sauf pour les triangles [107] et [108]. Les angles finals observés ayant, dans chacun de ces deux triangles, des poids différents, on a appliqué la formule (149) [5].

Les Tableaux suivants, intelligibles sans autres explications, résument ces calculs :

---

(1) §§ 39 à 47, p. 37 à 45, en particulier §§ 46 et 47, p. 42 à 45.

(2) Formule (135), § 46, p. 43.

(3) Voir § 39, p. 37 à 40 et l'exemple du Tableau X *bis* à la fin du fascicule.

(4) Voir §§ 40 et 41, p. 40 et l'exemple du Tableau X *bis* à la fin du fascicule.

(5) P. 45.

Base de SAN GABRIEL.

Calcul de e_l, (e) et e.

Réseaux partiels.	Côtés de jonction et leurs longueurs. Connus.	Calculés.	Erreurs moyennes des logarithmes des côtés connus, $e_{l.k-1}$. $10^{-8}\times$	des fonctions φ, $\eta_{l.k}$. $10^{-8}\times$	Erreurs moyennes (*) des logarithmes des côtés calculés, $e_{l.k}$. $10^{-8}\times$	relatives des côtés calculés, $(e)_k$.	des côtés calculés, e_k.
Figure 6.	(1) (Terme est-Terme ouest) 9.381^m.	(10) (Aupate-Chimborazo) 32.842^m.	0,00	±220,55	±220,55	$\pm\frac{1}{196\ 915}$	m ±0,167
Triangle [16].	(10) (Aupate-Chimborazo) 32.842^m.	(22) (Chimborazo-Mulmul) 25.112^m.	±220,55	±138,35	±260,50	$\pm\frac{1}{166\ 808}$	±0,151
Triangle [17].	(22) (Chimborazo-Mulmul) 25.112^m.	(23) (Mulmul-Cahuito) 21.358^m.	±260,50	± 41,45	±263,63	$\pm\frac{1}{164\ 737}$	±0,130
Figure 5.	(23) (Mulmul-Cahuito) 21.358^m.	(27) (Huicotango-Sagoatoa) 19.639^m.	±263,63	±264,65	±373,55	$\pm\frac{1}{116\ 260}$	±0,169
Figure 4.	(27) (Huicotango-Sagoatoa) 19.639^m.	(43) (Cerro Ami Grande-Corazon) 23.586^m.	±373,55	±488,14	±614,69	$\pm\frac{1}{70\ 653}$	±0,334
Triangle [35].	(43) (Cerro Ami Grande-Corazon) 23.586^m.	(45) (Corazon-Sincholagua sud) 30.085^m.	±614,69	±117,45	±625,79	$\pm\frac{1}{69\ 398}$	±0,434
Figure 3.	(45) (Corazon-Sincholagua sud) 30.085^m.	(64) (El Redondo-Yana Urcu) 37.279^m.	±625,79	±610,94	±874,56	$\pm\frac{1}{49\ 658}$	±0,751
Figure 2.	(64) (El Redondo-Yana Urcu) 37.279^m.	(65) (El Redondo-El Pelado) 48.485^m.	±874,56	±244,93	±908,22	$\pm\frac{1}{47\ 818}$	±1,014
Figure 1.	(65) (El Redondo-El Pelado) 48.485^m.	(80) (Terme sud-Terme nord) 6.605^m.	±908,22	±317,18	±962,00	$\pm\frac{1}{45\ 144}$	±0,146

Note commune aux deux Tableaux.

(*) Les erreurs $(e)_k$ sont déduites des erreurs $e_{l.k}$ par la formule $(e)_k = \frac{e_{l.k}}{M}$ [voir formule (127), § 44, p. 42].

Dès que les erreurs $e_{l.k}$ et e_k ont des valeurs telles qu'elles ne peuvent plus être considérées comme des accroissements différentiels, cette formule n'est plus rigoureuse. Comme il est aisé de s'en rendre compte, dans les deux Tableaux ci-dessus, les derniers chiffres du dénominateur de $(e)_k$ peuvent être erronés, ce qui n'a d'ailleurs aucune importance, mais ceci ne saurait influer de plus d'une unité sur le chiffre du millimètre de l'erreur e_k, déduite de la valeur ainsi calculée de $(e)_k$ et de la longueur du côté.

Base de VIVIATE.

Calcul de e_l, (e) et e.

Réseaux partiels.	Côtés de jonction et leurs longueurs.		Erreurs moyennes		Erreurs moyennes (*)		
	Connus.	Calculés.	des logarithmes des côtés connus, $e_{l,k-1}$. $10^{-8}\times$	des fonctions φ, $\eta_{l,k}$. $10^{-8}\times$	des logarithmes des côtés calculés, $e_{l,k}$. $10^{-8}\times$	relatives des côtés calculés, $(e)_k$.	des côtés calculés. e_k.
Figure 6.	(1) (Terme est-Terme ouest) 9.381m.	(19) (Zagrun-Lanlanguso) 23.147m.	0,00	±252,90	±252,90	$\pm\frac{1}{172\ 276}$	m ±0,134
Triangle [71].	(19) (Zagrun-Lanlanguso) 23.147m.	(87) (Lanlanguso-Shiniguallay) 23.801m.	±252,90	± 34,46	±254,43	$\pm\frac{1}{170\ 690}$	±0,139
Triangle [72].	(87) (Lanlanguso-Shiniguallay) 23.801m.	(90) (Shiniguallay-Danas) 28.339m.	±254,43	±104,57	±275,08	$\pm\frac{1}{157\ 877}$	±0,179
Figure 7.	(90) (Shiniguallay-Danas) 28.339m.	(93) (Tio Loma-Ñaupan) 26.092m.	±275,08	±165,98	±321,28	$\pm\frac{1}{135\ 177}$	±0,193
Triangle [77].	(93) (Tio Loma-Ñaupan) 26.092m.	(96) (Naupan-Quinua Loma) 22.965m.	±321,28	±252,92	±408,88	$\pm\frac{1}{106\ 212}$	±0,216
Triangle [78].	(96) (Ñaupan-Quinua Loma) 22.965m.	(99) (Quinua Loma-Bueran) 32.748m.	±408,88	±137,20	±431,29	$\pm\frac{1}{100\ 692}$	±0,325
Triangle [79].	(99) (Quinua Loma-Bueran) 32.748m.	(100) (Bueran-Yausai) 24.215m.	±431,29	± 61,53	±435,65	$\pm\frac{1}{99\ 688}$	±0,243
Figure 8.	(100) (Bueran-Yausai) 24.215m.	(113) (Soldados-Tinajillas) 35.572m.	±435,65	±453,98	±629,20	$\pm\frac{1}{69\ 023}$	±0,515
Triangle [91].	(113) (Soldados-Tinajillas) 35.572m.	(116) (Minas-Tinajillas) 39.305m.	±629,20	±178,53	±654,03	$\pm\frac{1}{66\ 402}$	±0,592
Figure 9.	(116) (Minas-Tinajillas) 39.305m.	(124) (Chilla Cocha-Fierro Urcu) 37.625m.	±654,03	±353,14	±743,30	$\pm\frac{1}{58\ 428}$	±0,644
Figure 10.	(124) (Chilla Cocha-Fierro Urcu) 37.625m.	(127) (Guachanama-Colambo) 57.131m.	±743,30	±460,80	±874,54	$\pm\frac{1}{49\ 659}$	±1,150
Triangle [103].	(127) (Guachanama-Colambo) 57.131m.	(130) (Guachanama-Los Pozos) 60.514m.	±874,54	± 93,48	±879,50	$\pm\frac{1}{49\ 379}$	±1,225
Triangle [104].	(130) (Guachanama-Los Pozos) 60.514m.	(133) (La Masa-Los Pozos) 49.537m.	±879,50	±254,01	±915,46	$\pm\frac{1}{47\ 440}$	±1,044
Triangle [105].	(133) (La Masa-Los Pozos) 49.537m.	(134) (La Masa-Ereo) 33.564m.	±915,46	± 39,07	±916,29	$\pm\frac{1}{47\ 397}$	±0,708
Triangle [106].	(134) (La Masa-Ereo) 33.564m.	(137) (Ereo-El Buitre) 34.815m.	±916,29	±118,41	±923,92	$\pm\frac{1}{47\ 006}$	±0,741
Triangle [107].	(137) (Ereo-El Buitre) 34.815m.	(138) (El Buitre-Punta Arena) 29.069m.	±923,92	±182,29	±941,72	$\pm\frac{1}{46\ 117}$	±0,630
Triangle [108].	(138) (El Buitre-Punta Arena) 29.069m.	(140) (El Buitre-El Ahorcado) 40.798m.	±941,72	±174,55	±957,82	$\pm\frac{1}{45\ 342}$	±0,900
Triangle [109].	(140) (El Buitre-El Ahorcado) 40.798m.	(143) (Terme est-El Ahorcado) 28.090m.	±957,82	± 0,88	±957,82	$\pm\frac{1}{45\ 342}$	±0,620
Figure 11.	(143) (Terme est-El Ahorcado) 28.090m.	(144) (Terme est-Terme ouest) 8.220m.	±957,82	±322,46	±1010,58	$\pm\frac{1}{42\ 974}$	±0,191

On a donc, en supposant la base de Riobamba mesurée sans erreur :

			Base de San Gabriel.	Base de Viviate.
e_l, erreur moyenne du logarithme	de la longueur de la ligne géodésique correspondant à une base de vérification calculée en partant de la base fondamentale.	e_l	$=\pm 10^{-8}\times 962,00$,	$\pm 10^{-8}\times 1010,58$,
(e), erreur moyenne relative		(e)	$=\pm \frac{1}{45\ 144}$,	$\pm \frac{1}{42\ 974}$,
e, erreur moyenne		e	$=\pm 0^{m},146$.	$\pm 0^{m},191$.

Mais en réalité, le logarithme de la longueur de la ligne géodésique qui correspond à la longueur mesurée de la base de Riobamba n'est point exactement connu. Il est affecté d'une erreur moyenne β_l, résultant des erreurs commises dans les opérations de mesure de la base. Or, deux mesures du segment est de la base, long de $3359^{m},964\ 476\ 5$, effectuées à l'appareil bimétallique Brunner, diffèrent de $0^{m},006624$, soit $\frac{1}{507\ 241}$ (1); on peut donc adopter pour β_l la valeur

$$\beta_l = \pm \text{M} \times \frac{1}{507\ 241} = \pm 10^{-8} \times 85,62.$$

L'erreur moyenne du logarithme de la longueur calculée de la ligne géodésique correspondant à une des bases de vérification est alors donnée par la formule (134) (2)

$$(c_l)^2 = (\beta_l)^2 + \Sigma(\tau_l)^2,$$

d'où les valeurs plus exactes :

			Base de San Gabriel.	Base de Viviate.
e_l, erreur moyenne du logarithme	de la longueur de la ligne géodésique correspondant à une base de vérification calculée en partant de la base fondamentale.	e_l	$=\pm 10^{-8}\times 965,80$,	$\pm 10^{-8}\times 1014,20$,
(e), erreur moyenne relative		(e)	$=\pm \frac{1}{44\ 967}$,	$\pm \frac{1}{42\ 821}$,
e, erreur moyenne		e	$=\pm 0^{m},147$.	$\pm 0^{m},192$.

Ainsi, du fait des erreurs commises dans la mesure de la base fondamentale de Riobamba et dans les observations azimutales, les longueurs des lignes géodésiques correspondant aux bases de vérification de San Gabriel et Viviate, calculées en partant de la base fondamentale dans le réseau primordial compensé sans accord des bases, sont affectées d'erreurs moyennes relatives respectivement égales à $\frac{1}{44\ 967}$ et $\frac{1}{42\ 821}$.

---

(1) Voir Tome II, fascicule 2: *Bases*.
(2) § 46, p. 43.

III. — CORRECTIONS À APPORTER, POUR RÉALISER L'ACCORD DES BASES, AUX ANGLES DÉJA COMPENSÉS D'UN ENCHAÎNEMENT SIMPLE DE TRIANGLES EXTRAITS DU RÉSEAU PRIMORDIAL.

102. Les triangles publiés dans la deuxième Partie du présent fascicule, résultant de la compensation des angles du réseau, telle qu'elle a été effectuée, sans accord des bases, constituent le réseau géodésique adopté auquel s'appliqueront tous les calculs ultérieurs jusqu'au moment où pourront être entreprises les études de haute Géodésie, objet essentiel et but final des travaux de la Mission [1]. Néanmoins, dans le but d'avoir une idée des modifications qu'introduirait l'accord des bases dans le réseau déjà compensé, on s'est proposé de réaliser cet accord pour un enchaînement simple de triangles extraits du réseau compensé, en appliquant la méthode précédemment exposée [2].

L'enchaînement choisi est celui représenté sur la planche II [3] et schématiquement sur la figure *j*. Trois chaînes I, II et III partent des côtés du réseau géodésique correspondant aux bases de San Gabriel, Riobamba et Viviate, B_1, B_2, B_3, et aboutissent au côté commun (Aupate-Yana Ashpa).

Il s'agit d'abord d'arrêter la longueur de ce côté commun. En partant des longueurs mesurées des bases B_1, B_2, B_3, on obtient pour ce côté trois longueurs différentes c_1, c_2, c_3. Soient $e_{l.1}$, $e_{l.2}$, $e_{l.3}$ les erreurs de leurs logarithmes. Les équations de condition qui expriment l'accord des longueurs obtenues pour le côté commun sont :

$$\begin{cases} \log c_1 - e_{l.1} = \log c_2 - e_{l.2}, \\ \log c_1 - e_{l.1} = \log c_3 - e_{l.3}, \end{cases}$$

ou :

$$\begin{cases} -e_{l.1} + e_{l.2} \qquad + \log c_1 - \log c_2 = 0, \\ -e_{l.1} \qquad + e_{l.3} + \log c_1 - \log c_3 = 0. \end{cases}$$

$\log c_1$, $\log c_2$, $\log c_3$ sont faciles à déterminer. Les mesures des bases ont donné [4] :

Base de San Gabriel.	log côté (80) = 3·81986122,
Base de Riobamba...	log côté (1) = 3·97223930,
Base de Viviate.....	log côté (144) = 3·91487518.

D'autre part, le réseau compensé, calculé en partant de la base de Riobamba,

---

(1) Voir § 64, p. 75 à 77.

(2) §§ 60 à 63, p. 63 à 74.

(3) Planche II : *Arc de méridien équatorial. Chaînes de triangles pour lesquels l'accord des bases a été réalisé.*

(4) Voir Tome II, fascicule 2 : *Bases* et § 66, p. 84 du présent fascicule.

donne :

(Aupate-Yana Ashpa).	log côté (13) $= 4\cdot51130486$[1],
Base de San Gabriel...	log côté (80) $= 3\cdot81985638$[2],
Base de Riobamba....	log côté (1) $= 3\cdot97223930$[3],
Base de Viviate.......	log côté (144) $= 3\cdot91487653$[4].

Par suite, si l'on calcule le réseau en partant de la base de San Gabriel, les logarithmes de tous les côtés seront augmentés de

$$3\cdot81986122 - 3\cdot81985638 = 10^{-8} \times 484 ;$$



Figure *j*.

si on le calcule en partant de la base de Viviate, ils seront diminués de

$$3\cdot91487653 - 3\cdot91487518 = 10^{-8} \times 135.$$

(1) P. B.6.
(2) P. B.13.
(3) P. B.5.
(4) P. B.19.

On a donc :

$$\log c_1 = 4{\cdot}51130970,$$
$$\log c_2 = 4{\cdot}51130486,$$
$$\log c_3 = 4{\cdot}51130351.$$

Les chaînes I, II, III comprennent 20, 3 et 26 triangles; les erreurs moyennes M* de l'unité de poids y sont $\pm 3'',055$, $\pm 2'',195$ et $\pm 3'',312$ [1]. Les poids p_1, p_2, p_3 des inconnues $e_{l.1}$, $e_{l.2}$, $e_{l.3}$ sont donc proportionnels [2] à

$$\frac{1}{20 \times (3,055)^2}, \qquad \frac{1}{3 \times (2,195)^2}, \qquad \frac{1}{26 \times (3,312)^2}.$$

On a adopté :

$$p_1 = 1,53 \qquad p_2 = 19,73 \qquad p_3 = 1.$$

Voici dès lors le calcul des inconnues par la méthode des moindres carrés, en supposant, pour simplifier, que les inconnues comme les termes connus sont exprimés, dans les équations de condition, en unités de la huitième décimale du logarithme :

Équations de condition.

$$\begin{cases} -e_{l.1} + e_{l.2} \qquad + 484 = 0, \\ -e_{l.1} \qquad + e_{l.3} + 619 = 0. \end{cases}$$

Soient :

$$\begin{cases} e'_{l.1} = e_{l.1}\sqrt{p_1} = e_{l.1} \times 1,23693, \\ e'_{l.2} = e_{l.2}\sqrt{p_2} = e_{l.2} \times 4,44185, \\ e'_{l.3} = e_{l.3}\sqrt{p_3} = e_{l.3} \times 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a'_1 = -\frac{1}{\sqrt{p_1}} = -0,80845, \qquad a'_2 = +\frac{1}{\sqrt{p_2}} = +0,22513, \qquad a'_3 = 0, \\ b'_1 = -\frac{1}{\sqrt{p_1}} = -0,80845, \qquad b'_2 = 0, \qquad b'_3 = +\frac{1}{\sqrt{p_3}} = +1. \end{cases}$$

Équations de condition transformées.

$$\begin{cases} -0,80845\, e'_{l.1} + 0,22513\, e'_{l.2} \qquad + 484 = 0, \\ -0,80845\, e'_{l.1} \qquad + e'_{l.3} + 619 = 0. \end{cases}$$

---

(1) Ce sont les erreurs moyennes de l'unité de poids calculées : 1° pour la section nord du réseau primordial; 2° pour le rattachement de la base de Riobamba et de la station astronomique 33 Loma de Quito; 3° pour la section sud du réseau primordial (voir § 96, p. C.5); on a jugé inutile de tenir compte de ce que les triangles [114] et [115] de cette dernière section n'interviennent en rien dans la chaîne III.

(2) Voir § 63, p. 73 et 74.

Équations normales.

$$\begin{cases} +0,704275\,\lambda_1 + 0,653591\,\lambda_2 + 484 = 0, \\ +0,653591\,\lambda_1 + 1,653591\,\lambda_2 + 619 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = -536,70263, \\ \lambda_2 = -162,20197. \end{cases}$$

$$\begin{cases} e'_{l.1} = +565,02942, \\ e'_{l.2} = -120,82786, \\ e'_{l.3} = -162,20197. \end{cases}$$

$$\begin{cases} e_{l.1} = +10^{-8} \times 457, \\ e_{l.2} = -10^{-8} \times 27, \\ e_{l.3} = -10^{-8} \times 162. \end{cases}$$

On en déduit, pour la valeur définitive c du côté (13) (Aupate-Yana Ashpa) :

$$\log c = 4{\cdot}51130513.$$

Considérant à présent ce côté comme une base de longueur mesurée c, il reste à effectuer l'accord des bases c et B_1 dans la chaîne I, c et B_2 dans la chaîne II, c et B_3 dans la chaîne III. On a employé la méthode qui consiste à laisser invariable l'angle C de chaque triangle, en appliquant aux angles A et B les corrections x et $y = -x$, données par la formule (191) (¹).

Les valeurs e_l à employer dans le calcul sont faciles à déterminer. En se reportant aux valeurs (indiquées plus haut) des logarithmes des côtés (80), (1), (144) dans le réseau compensé, calculé en partant de la longueur mesurée de la base de Riobamba, et remarquant que dans ce même réseau, calculé en partant du côté (13), considéré comme une base de longueur mesurée c, les logarithmes des mêmes côtés doivent avoir des valeurs égales aux précédentes augmentées de

$$4{\cdot}51130513 - 4{\cdot}51130486 = 10^{-8} \times 27,$$

on obtient pour ces dernières valeurs :

Base de San Gabriel.	log côté (80) $= 3{\cdot}81985665$,
Base de Riobamba ..	log côté (1) $= 3{\cdot}97223957$,
Base de Viviate	log côté (144) $= 3{\cdot}91487680$.

Comparant ces valeurs à celles fournies par les mesures des bases, on en déduit :

Chaîne I.	Base de San Gabriel.	$e_l = -10^{-8} \times 457$,
Chaîne II.	Base de Riobamba..	$e_l = +10^{-8} \times 27$,
Chaîne III.	Base de Viviate....	$e_l = +10^{-8} \times 162$.

(¹) § 62, p. 70 et 71. On a jugé inutile de tenir compte, dans les calculs relatifs à la chaîne III, de ce que le poids de deux angles finals observés à 65 Punta Arena est légèrement inférieur à celui des autres angles de la chaîne.

Il est d'ailleurs évident, à priori, que les e_l sont respectivement égaux à $-e_{l.1}$, $-e_{l.2}$, $-e_{l.3}$.

Les Tableaux ci-après résument le calcul des nouveaux angles géodésiques.

Les coefficients $\frac{e_l}{\Sigma(\Delta_A + \Delta_B)^2}$, constants pour chaque chaîne, par lesquels il faut multiplier les sommes $(\Delta_A + \Delta_B)$ relatives à chaque triangle, pour avoir les x et y correspondants, sont :

$$\text{Chaîne I.} \quad \frac{-10^{-8} \times 457}{201230,82} = -0,002271,$$

$$\text{Chaîne II.} \quad \frac{+10^{-8} \times 27}{19369,30} = +0,001394,$$

$$\text{Chaîne III.} \quad \frac{+10^{-8} \times 162}{269624,39} = +0,000601.$$

CHAÎNE I

Du côté (Aupate-Yana Ashpa) à la base de San Gabriel.

Calcul des corrections à apporter aux angles compensés pour réaliser l'accord des bases c et B_1.

Numéros et sommets des triangles.		Angles compensés des triangles plans.	Δ_A. $10^{-8}\times$	Δ_B. $10^{-8}\times$	$\Delta_A+\Delta_B$. $10^{-8}\times$	$(\Delta_A+\Delta_B)^2$. $10^{-16}\times$	x et $-x$, corrections aux angles compensés.
1.	[10]	G "					"
	A. Chimborazo	72.7612,951	+ 31,1		+ 60,0	3600,00	−0,1363
	B. Yana Ashpa........	74.4680,352		+ 28,9			+0,1363
2.	[16]						
	A. Mulmul...........	82.7734,307	+ 18,9		+ 81,5	6642,25	−0,1851
	B. Aupate............	52.7351,697		+ 62,6			+0,1851
3.	[17]						
	A. Cahuito...........	111.6971,879	− 12,7		+ 32,0	1024,00	−0,0727
	B. Chimborazo	63.0434,194		+ 44,7			+0,0727
4.	[18]						
	A. Huicotango........	41.2828,343	+ 90,0		+ 87,5	7656,25	−0,1987
	B. Mulmul.	102.2880,231		− 2,5			+0,1987
5.	[19]						
	A. Sagoatoa..........	101.7064,043	− 1,8		+100,3	10060,09	−0,2278
	B. Cahuito...........	37.4954,759		+102,1			+0,2278
6.	[22]						
	A. Huangotasin.......	46.5251,952	+ 76,1		+ 93,9	8817,21	−0,2132
	B. Huicotango........	83.7700,221		+ 17,8			+0,2132
7.	[23]						
	A. Milin.............	66.1842,230	+ 40,1		+ 86,8	7534,24	−0,1971
	B. Sagoatoa..........	61.7883,352		+ 46,7			+0,1971
8.	[32]						
	A. Corazon...........	36.5447,544	+105,4		+150,8	22740,64	−0,3425
	B. Huangotasin.......	62.6303,804		+ 45,4			+0,3425
9.	[34]						
	A. Cerro Ami Grande..	98.7624,884	+ 1,3		+101,1	10221,21	−0,2296
	B. Milin.............	38.1801,700		+ 99,8			+0,2296
10.	[35]						
	A. Sincholagua sud...	56.6042,772	+ 55,3		+ 64,7	4186,09	−0,1469
	B. Cerro Ami Grande..	91.2161,859		+ 9,4			+0,1469

NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.		ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	Δ_A. $10^{-8}\times$	Δ_B. $10^{-8}\times$	$\Delta_A+\Delta_B$. $10^{-8}\times$	$(\Delta_A+\Delta_B)^2$. $10^{-16}\times$	x et $-x$, CORRECTIONS aux angles compensés.
11.	[39] A. Pichincha......... B. Corazon...........	G 45.3314,869" 84.2976,984	+ 79,1	+ 17,2	+ 96,3	9273,69	−0,2187" +0,2187
12.	[40] A. Pambamarca....... B. Sincholagua sud...	61.1189,946 52.0432,018	+ 47,8	+ 63,9	+111,7	12476,89	−0,2537 +0,2537
13.	[41] A. Pusag Cocha....... B. Pichincha.........	57.7192,115 67.2926,960	+ 53,4	+ 38,5	+ 91,9	8445,61	−0,2087 +0,2087
14.	[49] A. El Redondo........ B. Pambamarca......	63.9597,408 66.6243,920	+ 43,3	+ 39,5	+ 82,8	6855,84	−0,1880 +0,1880
15.	[50] A. Yana Urcu........ B. Pusag Cocha.......	92.8537,256 61.3554,868	+ 7,7	+ 47,4	+ 55,1	3036,01	−0,1251 +0,1251
16.	[51] A. El Pelado......... B. Yana Urcu........	47.8882,952 69.6732,548	+ 72,9	+ 35,2	+108,1	11685,61	−0,2455 +0,2455
17.	[56] A. Mirador........... B. El Redondo.......	75.2754,405 38.6413,327	+ 27,9	+ 98,2	+126,1	15901,21	−0,2864 +0,2864
18.	[59] A. Troya............. B. El Pelado.........	99.0096,775 35.8748,650	+ 1,1	+108,0	+109,1	11902,81	0,2478 +0,2478
19.	[62] A. Terme nord....... B. Troya............	51.0576,331 49.8301,799	+ 66,0	+ 68,6	+134,6	18117,16	−0,3057 +0,3057
20.	[64] A. Terme sud........ B. Mirador...........	101.4775,299 27.7049,104	− 1,6	+146,7	+145,1	21054,01	−0,3295 +0,3295

CHAÎNE II

Du côté (Aupate-Yana Ashpa) à la base de Riobamba.

CALCUL DES CORRECTIONS À APPORTER AUX ANGLES COMPENSÉS POUR RÉALISER L'ACCORD DES BASES c ET B_2.

	NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	Δ_A. $10^{-8}\times$	Δ_B. $10^{-8}\times$	$\Delta_A+\Delta_B$. $10^{-8}\times$	$(\Delta_A+\Delta_B)^2$. $10^{-16}\times$	x et $-x$, CORRECTIONS aux angles compensés.
3.	[9]						
	A. Igualata..........	95.6074,771 (G, ")	+ 4,7		+111,9	12521,61	+0,1560 (")
	B. Yana Ashpa.......	36.0824,099		+107,2			−0,1560
2.	[2]						
	A. Terme est.........	119.1977,584	−21,2		+ 42,0	1764,00	+0,0585
	B. Aupate...........	52.4392,347		+ 63,2			−0,0585
1.	[3]						
	A. Terme ouest.......	98.6840,261	+ 1,4		+ 71,3	5083,69	+0,0994
	B. Igualata..........	49.2547,864		+ 69,9			−0,0994

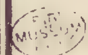
CHAÎNE III

Du côté (Aupate-Yana Ashpa) à la base de Viviate.

CALCUL DES CORRECTIONS À APPORTER AUX ANGLES COMPENSÉS POUR RÉALISER L'ACCORD DES BASES c ET B_3.

	NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	Δ_A. $10^{-8}\times$	Δ_B. $10^{-8}\times$	$\Delta_A+\Delta_B$. $10^{-8}\times$	$(\Delta_A+\Delta_B)^2$. $10^{-16}\times$	x et $-x$, CORRECTIONS aux angles compensés.
1.	[12]						
	A. Zagrun...........	74.0034,535 (G, ")	+29,5		+53,4	2851,56	+0,0321 (")
	B. Aupate...........	78.5044,035		+23,9			−0,0321
2.	[13]						
	A. Lanlanguso........	95.1519,754	+ 5,2		+76,5	5852,25	+0,0460
	B. Yana Ashpa.......	48.6249,100		+71,3			−0,0460
3.	[71]						
	A. Shiniguallay.......	70.6289,708	+33,9		+62,8	3943,84	+0,0377
	B. Zagrun...........	74.4861,229		+28,9			−0,0377
4.	[72]						
	A. Danas.............	58.4873,862	+52,1		+75,4	5685,16	+0,0453
	B. Lanlanguso........	79.0569,598		+23,3			−0,0453
5.	[75]						
	A. Tio Loma.........	63.7015,662	+43,8		+59,5	3540,25	+0,0357
	B. Shiniguallay.......	85.5675,959		+15,7			−0,0357

NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.		ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	Δ_A. $10^{-8}\times$	Δ_B. $10^{-8}\times$	$\Delta_A + \Delta_B$. $10^{-8}\times$	$(\Delta_A + \Delta_B)^2$. $10^{-16}\times$	x et $-x$, CORRECTIONS aux angles compensés.
6.	[76] A. Ñaupan........... B. Danas............	G '' 85.7972,923 56.5193,881	+ 15,5	+ 55,5	+ 71,0	5041,00	'' +0,0427 −0,0427
7.	[77] A. Quinua Loma...... B. Tio Loma....	80.4026,823 63.3477,872	+ 21,7	+ 44,3	+ 66,0	4356,00	+0,0397 −0,0397
8.	[78] A. Bueran........... B. Ñaupan...	49.3716,244 96.3379,599	+ 69,6	+ 4,0	+ 73,6	5416,96	+0,0442 −0,0442
9.	[79] A. Yausai............ B. Quinua Loma.. ...	94.9220,058 52.7581,781	+ 5,5	+ 62,6	+ 68,1	4637,61	+0,0409 −0,0409
10.	[82] A. Ñamurelte......... B. Bueran............	64.1712,761 100.6203,671	+ 43,0	− 0,6	+ 42,4	1797,76	+0,0255 −0,0255
11.	[83] A. Borma............ B. Yausai...........	61.4750,442 56.5765,431	+ 47,2	+ 55,4	+102,6	10526,76	+0,0616 −0,0616
12.	[89] A. Soldados.......... B. Ñamurelte.........	58.6535,546 78.5239,022	+ 51,8	+ 24,0	+ 75,8	5745,64	+0,0455 −0,0455
13.	[90] A. Tinajillas...... ... B. Borma............	64.0506,212 77.5629,396	+ 43,2	+ 25,1	+ 68,3	4664,89	+0,0410 −0,0410
14.	[91] A. Minas............. B. Soldados.....	67.2183,175 82.3111,584	+ 38,6	+ 19,5	+ 58,1	3375,61	+0,0349 −0,0349
15.	[92] A. Fierro Urcu....... B. Tinajillas..........	37.6107,272 83.0951,582	+101,7	+ 18,6	+120,3	14472,09	+0,0723 −0,0723
16.	[96] A. Chilla Cocha....... B. Minas.............	102.2023,572 37.2455,990	− 2,3	+103,0	+100,7	10140,49	+0,0605 −0,0605



NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.		ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.	Δ_A. $10^{-8}\times$	Δ_B. $10^{-8}\times$	$\Delta_A + \Delta_B$. $10^{-8}\times$	$(\Delta_A + \Delta_B)^2$. $10^{-16}\times$	x et $-x$, CORRECTIONS aux angles compensés.
17.	[99]						
	A. Guachanama.......	35.8609,021 (G, ″)	+108,0		+120,2	14448,04	+0,0722 (″)
	B. Chilla Cocha.......	88.7491,140		+ 12,2			−0,0722
18.	[100]						
	A. Colambo..........	80.1185,271	+ 22,0		+ 76,0	5776,00	+0,0457
	B. Fierro Urcu.......	57.3443,880		+ 54,0			−0,0457
19.	[103]						
	A. Los Pozos.........	60.0895,039	+ 49,4		+ 90,3	8154,09	+0,0543
	B. Colambo..........	65.6333,400		+ 40,9			−0,0543
20.	[104]						
	A. La Masa..........	66.6045,833	+ 39,5		+107,5	11556,25	+0,0646
	B. Guachanama.......	50.1294,719		+ 68,0			−0,0646
21.	[105]						
	A. Erco.............	64.8904,076	+ 42,0		+138,6	19209,96	+0,0833
	B. Los Pozos.........	39.1622,740		+ 96,6			−0,0833
22.	[106]						
	A. El Buitre..........	43.7283,643	+ 83,2		+161,3	26017,69	+0,0969
	B. La Masa..........	45.7010,079		+ 78,1			−0,0969
23.	[107]						
	A. Punta Arena.......	81.5698,432	+ 20,3		+ 71,4	5097,96	+0,0429
	B. Erco.............	59.0557,527		+ 51,1			−0,0429
24.	[108]						
	A. El Ahorcado.......	50.4572,387	+ 67,2		+ 69,4	4816,36	+0,0417
	B. Punta Arena.......	97.9766,869		+ 2,2			−0,0417
25.	[109]						
	A. Terme est.........	92.5028,945	+ 8,1		+ 80,9	6544,81	+0,0486
	B. El Buitre..........	47.9304,696		+ 72,8			−0,0486
26.	[110]						
	A. Terme ouest.......	73.5662,166	+ 30,1		+275,6	75955,36	+0,1656
	B. El Ahorcado.......	17.2572,781		+245,5			−0,1656

Le calcul des 49 triangles qui composent les trois chaînes I, II, III, a été refait en adoptant les nouveaux angles géodésiques et partant de la valeur définitive calculée pour le côté (Aupate-Yana Ashpa). On a obtenu pour les trois bases, comme il fallait s'y attendre, des valeurs égales à leurs longueurs mesurées.

Voici les Tableaux qui résument ce calcul de triangles, tout en permettant de comparer l'enchaînement dans lequel l'accord des bases a été réalisé à l'enchaînement correspondant, extrait du réseau compensé sans accord des bases :

COMPARAISON

DE L'ENCHAÎNEMENT DANS LEQUEL L'ACCORD DES BASES A ÉTÉ RÉALISÉ A L'ENCHAÎNEMENT CORRESPONDANT EXTRAIT DU RÉSEAU COMPENSÉ SANS ACCORD DES BASES.

CHAÎNE I. — Du côté (Aupate-Yana Ashpa) à la base de San Gabriel.

Renvois aux stations (t. III, fasc. 1).	Numéros et sommets des triangles.	Angles observés des triangles géodésiques.	Corrections aux angles et erreurs de fermeture.		Angles compensés et excès des triangles géodésiques.			Angles compensés des triangles plans.			Côtés. Logarithmes.			Côtés. Longueurs.			Numéros.
			Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	
	1 [10]	G "	"	"	G "	"	"	G "	"	"			10⁻⁸×	m	m	m	
30	A. Chimborazo......	72.7612,094	+2,9185	+2,7822	72.7615,0125	14,8762	−0,1363	72.7612,951	12,815	−0,136	4·51130486	4·51130513	+ 27	32456,737	32456,757	+0,020	(13)
36	B. Yana Ashpa......	74.4683,010	−0,5961	−0,4598	74.4682,4139	82,5502	+0,1363	74.4680,352	80,488	+0,136	4·51642757	4·51642793	+ 36	32841,847	32841,874	+0,027	(10)
35	C. Aupato..........	52.7708,640	+0,1186	+0,1186	52.7708,7586	08,7586	0,0000	52.7706,697	06,697	0,000	4·41991966	4·41991997	+ 31	26297,815	26297,833	+0,018	(14)
		200.0003,744	−2,441	−2,441	6,185	6,185											
	2 [16]																
29	A. Mulmul..........	82.7734,819	+1,3240	+1,1389	82.7736,1430	35,9579	−0,1851	82.7734,307	34,122	−0,185	4·51642757	4·51642793	+ 36	32841,847	32841,874	+0,027	(10)
35	B. Aupato..........	52.7352,209	+1,3240	+1,5091	52.7353,5330	53,7181	+0,1851	52.7351,697	51,882	+0,185	4·39988964	4·39989015	+ 51	25112,482	25112,512	+0,030	(22)
30	C. Chimborazo......	64.4914,508	+1,3240	+1,3240	64.4915,8320	15,8320	0,0000	64.4913,996	13,996	0,000	4·46114576	4·46114615	+ 39	28916,502	28916,528	+0,026	(21)
		200.0001,536	−3,972	−3,972	5,508	5,508											
	3 [17]																
28	A. Cahuito..........	111.6973,156	−0,7340	−0,8067	111.6972,4220	72,3493	−0,0727	111.6971,879	71,806	−0,073	4·39988964	4·39989015	+ 51	25112,482	25112,512	+0,030	(22)
30	B. Chimborazo......	63.0435,472	−0,7340	−0,6613	63.0434,7380	34,8107	+0,0727	63.0434,194	34,267	+0,073	4·32956277	4·32956331	+ 54	21358,108	21358,134	+0,026	(23)
29	C. Mulmul..........	25.2595,205	−0,7340	−0,7340	25.2594,4710	94,4710	0,0000	25.2593,927	93,927	0,000	3·99434942	3·99434992	+ 50	9870,733	9870,745	+0,012	(24)
		200.0003,833	+2,202	+2,202	1,631	1,631											
	4 [18]																
27	A. Huicotango.......	41.2831,743	−1,8653	−2,0640	41.2829,8777	29,6790	−0,1987	41.2828,343	28,144	−0,199	4·32956277	4·32956331	+ 54	21358,108	21358,134	+0,026	(23)
29	B. Mulmul..........	102.2883,255	−1,4896	−1,2909	102.2881,7654	81,9641	+0,1987	102.2880,231	80,430	+0,199	4·54826895	4·54826967	+ 72	35340,195	35340,254	+0,059	(26)
28	C. Cahuito..........	56.4294,235	−1,2751	−1,2751	56.4292,9599	92,9599	0,0000	56.4291,426	91,426	0,000	4·43773493	4·43773565	+ 72	27399,013	27399,059	+0,046	(25)
		200.0009,233	+4,630	+4,630	4,603	4,603											
	5 [19]																
26	A. Sagoatoa.........	101.7065,403	+0,1260	−0,1018	101.7065,5290	65,3012	−0,2278	101.7064,043	63,815	−0,228	4·54826895	4·54826967	+ 72	35340,195	35340,254	+0,059	(26)
28	B. Cahuito..........	37.4959,515	−3,2692	−3,0414	37.4956,2458	56,4736	+0,2278	37.4954,759	54,987	+0,228	4·29311776	4·29311871	+ 95	19638,927	19638,970	+0,043	(27)
27	C. Huicotango.......	60.7980,959	+1,7252	+1,7252	60.7982,6842	82,6842	0,0000	60.7981,198	81,198	0,000	4·46028658	4·46028730	+ 72	28859,352	28859,400	+0,048	(28)
		200.0005,877	+1,418	+1,418	4,459	4,459											
	6 [22]																
25	A. Huangotasin......	46.5251,127	+2,1294	+1,9162	46.5253,2564	53,0432	−0,2132	46.5251,952	51,739	−0,213	4·29311776	4·29311871	+ 95	19638,927	19638,970	+0,043	(27)
27	B. Huicotango.......	83.7700,451	+1,0738	+1,2870	83.7701,5248	01,7380	+0,2132	83.7700,221	00,434	+0,213	4·45441219	4·45441334	+115	28471,621	28471,696	+0,075	(31)
26	C. Sagoatoa.........	69.7049,c04	+0,1268	+0,1268	69.7049,1308	49,1308	0,0000	69.7047,827	47,827	0,000	4·41752996	4·41753107	+111	26153,509	26153,576	+0,067	(30)
		200.0000,582	−3,330	−3,330	3,912	3,912											

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.		ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.			ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.			CÔTÉS. Logarithmes.			CÔTÉS. Longueurs.			NUMÉROS.
			Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	
		G "	"	"	G "	"	"	G "	"	"			$10^{-8}\times$	m	m	m	
	7 [23]																
23	A. Milin............	66.1841,790	+2,2826	+2,0855	66.1844,0726	43,8755	−0,1971	66.1842,230	42,033	−0,197	4·45441219	4·45441334	+115	28471,621	28471,696	+0,075	(31)
26	B. Sagoatoa.........	61.7885,339	−0,1450	+0,0521	61.7885,1940	85,3911	+0,1971	61.7883,352	83,549	+0,197	4·43536139	4·43536271	+132	27249,679	27249,762	+0,083	(32)
25	C. Huangotasin......	72.0280,272	−4,0116	−4,0116	72.0276,2604	76,2604	0,0000	72.0274,418	74,418	0,000	4·47545202	4·47545324	+122	29884,915	29884,999	+0,084	(33)
		200.0007,401	+1,874	+1,874	5,527	5,527											
	8 [32]																
20	A. Corazon..........	36.5453,453	−2,9215	−3,2640	36.5450,5315	50,1890	−0,3425	36.5447,544	47,201	−0,343	4·43536139	4·43536271	+132	27249,679	27249,762	+0,083	(32)
25	B. Huangotasin......	62.6302,376	+4,4147	+4,7572	62.6306,7907	07,1332	+0,3425	62.6303,804	04,147	+0,343	4·62097535	4·62097718	+183	41780,665	41780,841	+0,176	(42)
23	C. Milin............	100.8251,122	+0,5168	+0,5168	100.8251,6388	51,6388	0,0000	100.8248,652	48,652	0,000	4·70049952	4·70050120	+168	50176,402	50176,597	+0,195	(41)
		200.0016,951	−2,010	−2,010	8,961	8,961											
	9 [34]																
22	A. Cerro Ami Grande.	98.7628,575	−1,5291	−1,7587	98.7627,0459	26,8163	−0,2296	98.7624,884	24,654	−0,230	4·62097535	4·62097718	+183	41780,665	41780,841	+0,176	(42)
23	B. Milin............	38.1801,798	+2,0645	+2,2941	38.1803,8625	04,0921	+0,2296	38.1801,700	01,930	+0,230	4·37266123	4·37266328	+205	23586,377	23586,488	+0,111	(43)
20	C. Corazon..........	63.0576,257	−0,6784	−0,6784	63.0575,5786	75,5786	0,0000	63.0573,416	73,416	0,000	4·54342030	4·54342214	+184	34947,837	34947,985	+0,148	(39)
		200.0006,630	+0,143	+0,143	6,487	6,487											
	10 [35]																
21	A. Sincholagua sud..	56.6045,502	−1,3697	−1,5166	56.6044,1323	43,9854	−0,1469	56.6042,772	42,625	−0,147	4·37266123	4·37266328	+205	23586,377	23586,488	+0,111	(43)
22	B. Cerro Ami Grande.	91.2164,589	−1,3696	−1,2227	91.2163,2194	63,3663	+0,1469	91.2161,859	62,006	+0,147	4·47835655	4·47835870	+215	30085,453	30085,601	+0,148	(45)
20 et 20bis	C. Corazon..........	52.1798,100	−1,3697	−1,3697	52.1796,7303	96,7303	0,0000	52.1795,369	95,369	0,000	4·34635938	4·34636151	+213	22200,328	22200,436	+0,108	(44)
		200.0008,191	+4,109	+4,109	4,082	4,082											
	11 [39]																
16 et 16bis	A. Pichincha........	45.3315,776	+2,2429	+2,0242	45.3318,0189	17,8002	−0,2187	45.3314,869	14,650	−0,219	4·47835655	4·47835870	+215	30085,453	30085,601	+0,148	(45)
20 et 20bis	B. Corazon..........	84.2983,265	−3,1316	−2,9129	84.2980,1334	80,3521	+0,2187	84.2976,984	77,203	+0,219	4·64983161	4·64983397	+236	44651,043	44651,286	+0,243	(52)
21	C. Sincholagua sud..	70.3711,409	−0,1123	−0,1123	70.3711,2967	11,2967	0,0000	70.3708,147	08,147	0,000	4·61433886	4·61434118	+232	41147,064	41147,284	+0,220	(53)
		200.0010,450	+1,001	+1,001	9,449	9,449											
	12 [40]																
15 et F	A. Pambamarca......	61.1194,682	−0,1781	−0,4318	61.1194,5039	94,2502	−0,2537	61.1189,946	89,692	−0,254	4·64983161	4·64983397	+236	44651,043	44651,286	+0,243	(52)
21	B. Sincholagua sud..	52.0434,834	+1,7423	+1,9960	52.0436,5763	36,8300	+0,2537	52.0432,018	32,272	+0,254	4·59941485	4·59941749	+264	39757,114	39757,355	+0,241	(54)
16 et 16bis	C. Pichincha........	86.8384,495	−1,9002	−1,9002	86.8382,5948	82,5948	0,0000	86.8378,036	78,036	0,000	4·72708035	4·72708283	+248	53343,357	53343,662	+0,305	(48)
		200.0014,011	+0,336	+0,336	13,675	13,675											
	13 [41]																
11	A. Pusag Cocha......	57.7195,708	+0,6437	+0,4350	57.7196,3517	96,1430	−0,2087	57.7192,115	91,906	−0,209	4·59941485	4·59941749	+264	39757,114	39757,355	+0,241	(54)
16	B. Pichincha........	67.2929,190	+2,0069	+2,2156	67.2931,1969	31,4056	+0,2087	67.2926,960	27,169	+0,209	4·64316358	4·64316641	+283	43970,720	43971,007	+0,287	(55)
15	C. Pambamarca.......	74.9884,814	+0,3484	+0,3484	74.9885,1624	85,1624	0,0000	74.9880,925	80,925	0,000	4·66877684	4·66877959	+275	46641,966	46642,261	+0,295	(56)
		200.0009,712	−2,999	−2,999	12,711	12,711											

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.		ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.		
			Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.
	14 [49]	G "	"	"	G "	"	"
10	A. El Redondo......	63.9604,657	—2,6346	—2,8226	63.9602,0224	01,8344	—0,1880
15	B. Pambamarca......	66.6247,539	+0,9951	+1,1831	66.6248,5341	48,7221	+0,1880
11	C. Pusag Cocha......	69.4157,894	+5,3915	+5,3915	69.4163,2855	63,2855	0,0000
		200.0010,090	—3,752	—3,752	13,842	13,842	
	15 [50]						
8	A. Yana Urcu.......	92.8539,144	+1,0190	+0,8939	92.8540,1630	40,0379	—0,1251
11	B. Pusag Cocha......	61.3563,165	—5,3908	—5,2657	61.3557,7742	57,8993	+0,1251
10	C. El Redondo.......	45.7905,678	+5,1048	+5,1048	45.7910,7828	10,7828	0,0000
		200.0007,987	—0,733	—0,733	8,720	8,720	
	16 [51]						
3*bis*	A. El Pelado.... ...	47.8886,225	+1,2898	+1,0443	47.8887,5148	87,2693	—0,2455
8	B. Yana Urcu.......	69.6734,823	+2,2885	+2,5340	69.6737,1115	37,3570	+0,2455
10	C. El Redondo......	82.4388,716	+0,3467	+0,3467	82.4389,0627	89,0627	0,0000
		200.0009,764	—3,925	—3,925	13,689	13,689	
	17 [56]						
5	A. Mirador.........	75.2755,615	+2,5007	+2,2143	75.2758,1157	57,8293	—0,2864
10	B. El Redondo.......	38.6415,446	+1,5921	+1,8785	38.6417,0381	17,3245	+0,2864
3	C. El Pelado........	86.0835,213	+0,7652	+0,7652	86.0835,9782	35,9782	0,0000
		200.0006,274	—4,858	—4,858	11,132	11,132	
	18 [59]						
2	A. Troya...........	99.0095,791	+2,0525	+1,8047	99.0097,8435	97,5957	—0,2478
3	B. El Pelado........	35.8751,318	—1,5995	—1,3517	35.8749,7185	49,9663	+0,2478
5	C. Mirador........ .	65.1159,240	—3,5970	—3,5970	65.1155,6430	55,6430	0,0000
		200.0006,349	+3,144	+3,144	3,205	3,205	
	19 [62]						
6	A. Termo nord.....	51.0578,304	—1,3172	—1,6229	51.0576,9868	76,6811	—0,3057
2	B. Troya...........	49.8302,645	—0,1902	+0,1155	49.8302,4548	02,7605	+0,3057
5	C. Mirador.........	99.1127,650	—5,1236	—5,1236	99.1122,5264	22,5264	0,0000
		200.0008,599	+6,631	+6,631	1,968	1,968	
	20 [64]						
7	A. Terme sud.......	101.4771,863	+3,6791	+3,3496	101.4775,5421	75,2126	—0,3295
5	B. Mirador.........	27.7047,060	+2,2876	+2,6171	27.7049,3476	49,6771	+0,3295
6	C. Terme nord... ..	70.8172,243	+3,5973	+3,5973	70.8175,8403	75,8403	0,0000
		199.9991,166	—9,564	—9,564	0,730	0,730	

NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.			CÔTÉS. Logarithmes.			CÔTÉS. Longueurs.			NUMÉROS.
	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	
14 [49]	G "	"	"			$10^{-8}\times$	m	m	m	
A. El Redondo	63.9597,408	97,220	—0,188	4·64316358	4·64316641	+283	43970,720	43971,007	+0,287	(55)
B. Pambamarca	66.6243,920	44,108	+0,188	4·65419084	4·65419382	+298	45101,485	45101,794	+0,309	(61)
C. Pusag Cocha	69.4158,672	58,672	0,000	4·66465423	4·66465714	+291	46201,303	46201,613	+0,310	(59)
15 [50]										
A. Yana Urcu	92.8537,256	37,131	—0,125	4·65419084	4·65419382	+298	45101,485	45101,794	+0,309	(61)
B. Pusag Cocha	61.3554,868	54,993	+0,125	4·57145992	4·57146297	+305	37278,628	37278,890	+0,262	(64)
C. El Redondo	45.7907,876	07,876	0,000	4·47571492	4·47571790	+298	29903,011	29903,216	+0,205	(63)
16 [51]										
A. El Pelado	47.8882,952	82,706	—0,246	4·57145992	4·57146297	+305	37278,628	37278,890	+0,262	(64)
B. Yana Urcu	69.6732,548	32,794	+0,246	4·68560742	4·68561074	+332	48485,002	48485,373	+0,371	(65)
C. El Redondo	82.4384,500	84,500	0,000	4·72013140	4·72013463	+323	52496,627	52497,017	+0,390	(66)
17 [56]										
A. Mirador	75.2754,405	54,119	—0,286	4·68560742	4·68561074	+332	48485,002	48485,373	+0,371	(65)
B. El Redondo	38.6413,327	13,613	+0,286	4·47538794	4·47539162	+368	29880,506	29880,759	+0,253	(73)
C. El Pelado	86.0832,268	32,268	0,000	4·70875780	4·70876120	+340	51139,656	51140,056	+0,400	(72)
18 [59]										
A. Troya	99.0096,775	96,527	—0,248	4·47538794	4·47539162	+368	29880,506	29880,759	+0,253	(73)
B. El Pelado	35.8748,650	48,898	+0,248	4·20311684	4·20312079	+395	15963,086	15963,231	+0,145	(75)
C. Mirador	65.1154,575	54,575	0,000	4·40668796	4·40669164	+368	25508,679	25508,895	+0,216	(76)
19 [62]										
A. Termo nord	51.0576,331	76,025	—0,306	4·20311684	4·20312079	+395	15963,086	15963,231	+0,145	(75)
B. Troya	49.8301,799	02,105	+0,306	4·19485877	4·19486312	+435	15662,417	15662,573	+0,156	(79)
C. Mirador	99.1121,870	21,870	0,000	4·34649312	4·34649727	+415	22207,165	22207,377	+0,212	(78)
20 [64]										
A. Terme sud	101.4775,299	74,969	—0,330	4·19485877	4·19486312	+435	15662,417	15662,573	+0,156	(79)
B. Mirador	27.7049,104	49,434	+0,330	3·81985638	3·81986122	+484	6604,750	6604,824	+0,074	(80)
C. Terme nord	70.8175,597	75,597	0,000	4·14765349	4·14765784	+435	14049,261	14049,402	+0,141	(74)

CHAÎNE II.

Du côté (Aupate-Yana Ashpa) à la base de Riobamba.

Renvois aux stations (t. III, fasc. 1).	Numéros et sommets des triangles.	Angles observés des triangles géodésiques.	Corrections aux angles et erreurs de fermeture.		Angles compensés et excès des triangles géodésiques.			Angles compensés des triangles plans.			Côtés. Logarithmes.			Côtés. Longueurs.			Numéros.
			Sans accord des bases.	avec accord des bases.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	
	3. [9]	G "	"	"	G "	"	"	G "	"	"			$10^{-8}\times$	m	m	m	
31	A. Igualata..........	95.6076,458	−0,3802	−0,2242	95.6076,0778	76,2338	+0,1560	95.6074,771	74,927	+0,156	4·51130486	4·51130513	+27	32456,737	32456,757	+0,020	(13)
36	B. Yana Ashpa.......	36.0826,773	−1,3672	−1,5232	36.0825,4058	25,2498	−0,1560	36.0824,099	23,943	−0,156	4·24224848	4·24224858	+10	17468,213	17468,217	+0,004	(5)
35	C. Aupate...........	68.3103,721	−1,2836	−1,2836	68.3102,4374	02,4374	0,0000	68.3101,130	01,130	0,000	4·45615191	4·45615217	+26	28585,903	28585,920	+0,017	(12)
		200.0006,952	+3,031	+3,031	3,921	3,921											
	2. [2]																
34	A. Terme est.........	119.1978,858	−1,0092	−0,9507	119.1977,8488	77,9073	+0,0585	119.1977,584	77,643	+0,059	4·24224848	4·24224858	+10	17468,213	17468,217	+0,004	(5)
35	B. Aupate...........	52.4395,599	−2,9873	−3,0458	52.4392,6117	92,5532	−0,0585	52.4392,347	92,288	−0,059	4·12780523	4·12780531	+ 8	13421,629	13421,632	+0,003	(2)
31	C. Igualata.........	28.3634,644	−4,3095	−4,3095	28.3630,3345	30,3345	0,0000	28.3630,069	30,069	0,000	3·89671045	3·89671057	+12	7883,344	7883,346	+0,002	(4)
		200.0009,101	+8,306	+8,306	0,795	0,795											
	1. [1]																
32	A. Terme ouest.......	98.6838,382	+2,1197	+2,2191	98.6840,5017	40,6011	+0,0994	98.6840,261	40,360	+0,099	4·12780523	4·12780531	+ 8	13421,629	13421,632	+0,003	(2)
31	B. Igualata..........	49.2545,074	+3,0309	+2,9315	49.2548,1049	48,0055	−0,0994	49.2547,864	47,765	−0,099	3·97223930	3·97223930	0	9380,787	9380,787	0,000	(1)
34	C. Terme est........	52.0609,840	+2,2764	+2,2764	52.0612,1164	12,1164	0,0000	52.0611,875	11,875	0,000	3·99099847	3·99099854	+ 7	9794,865	9794,867	+0,002	(3)
		199.9393,296	−7,427	−7,427	0,723	0,723											

CHAÎNE III.

Du côté (Aupate-Yana Ashpa) à la base de Viviate.

Renvois aux stations (t. III, fasc. 1).	Numéros et sommets des triangles.	Angles observés des triangles géodésiques.	Corrections aux angles et erreurs de fermeture.		Angles compensés et excès des triangles géodésiques.		
			Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.
	1 [12]	G	"	"	G	"	"
37	A. Zagrun...........	74.0036",855	−0",3913	−0",3592	74.0036",4637	36",4958	+0",0321
35	B. Aupate...........	78.5048,301	−2,3381	−2,3702	78.5045,9629	45,9308	−0,0321
36	C. Yana Ashpa.......	47.4923,663	−0,3046	−0,3046	47.4923,3584	23,3584	0,0000
		200.0008,819	+3,034	+3,034	5,785	5,785	
	2 [13]						
38	A. Lanlanguso.......	95.1519,814	+1,5062	+1,5522	95.1521,3202	21,3662	+0,0460
36	B. Yana Ashpa.......	48.6250,428	+0,2384	+0,1924	48.6250,6664	50,6204	−0,0460
37	C. Zagrun...........	56.2231,351	+1,3604	+1,3604	56.2232,7114	32,7114	0,0000
		200.0001,593	−3,105	−3,105	4,698	4,698	
	3 [71]						
39	A. Shiniguallay......	70.6290,358	+0,4473	+0,4850	70.6290,8053	90,8430	+0,0377
37	B. Zagrun...........	74.4861,879	+0,4473	+0,4096	74.4862,3263	62,2886	−0,0377
38	C. Lanlanguso.......	54.8849,713	+0,4474	+0,4474	54.8850,1604	50,1604	0,0000
		200.0001,950	−1,342	−1,342	3,292	3,292	
	4 [72]						
40	A. Danas............	58.4874,227	+1,1060	+1,1513	58.4875,3330	75,3783	+0,0453
38	B. Lanlanguso.......	79.0569,962	+1,1060	+1,0607	79.0571,0680	71,0227	−0,0453
39	C. Shiniguallay......	62.4556,905	+1,1060	+1,1060	62.4558,0110	58,0110	0,0000
		200.0001,094	−3,318	−3,318	4,412	4,412	
	5 [75]						
41	A. Tio Loma.........	63.7016,878	+0,5288	+0,5645	63.7017,4068	17,4425	+0,0357
39	B. Shiniguallay......	85.5676,529	+1,1742	+1,1385	85.5677,7032	77,6675	−0,0357
40	C. Danas............	50.7309,665	+0,4580	+0,4580	50.7310,1230	10,1230	0,0000
		200.0003,072	−2,161	−2,161	5,233	5,233	
	6 [76]						
42	A. Ñaupan..........	85.7971,181	+3,5097	+3,5524	85.7974,6907	74,7334	+0,0427
40	B. Danas............	56.5192,615	+3,0330	+2,9903	56.5195,6480	95,6053	−0,0427
41	C. Tio Loma.........	57.6834,871	+0,0923	+0,0923	57.6834,9633	34,9633	0,0000
		199.9998,667	−6,635	−6,635	5,302	5,302	

Numéros et sommets des triangles.	Angles compensés des triangles plans.			Côtés. Logarithmes.			Côtés. Longueurs.			Numéros.
	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	
1 [12]	G	"	"			10⁻⁸×	m	m	m	
A. Zagrun	74.0034",535	34",567	+0",032	4·51130486	4·51130513	+27	32456,737	32456,757	+0,020	(13)
B. Aupate	78.5044,035	44,003	−0,032	4·52332613	4·52332639	+26	33367,689	33367,709	+0,020	(17)
C. Yana Ashpa	47.4921,430	21,430	0,000	4·38025240	4·38025266	+26	24002,275	24002,289	+0,014	(16)
2 [13]										
A. Lanlanguso	95.1519,754	19,800	+0,046	4·52332613	4·52332639	+26	33367,689	33367,709	+0,020	(17)
B. Yana Ashpa	48.6249,100	49,054	−0,046	4·36448533	4·36448556	+23	23146,500	23146,512	+0,012	(19)
C. Zagrun	56.2231,146	31,146	0,000	4·41262142	4·41262167	+25	25859,577	25859,592	+0,015	(18)
3 [71]										
A. Shiniguallay	70.6289,708	89,746	+0,038	4·36448533	4·36448556	+23	23146,500	23146,512	+0,012	(19)
B. Zagrun	74.4861,229	61,191	−0,038	4·37659146	4·37659167	+21	23800,795	23800,806	+0,011	(87)
C. Lanlanguso	54.8849,063	49,063	0,000	4·29281850	4·29281872	+22	19625,399	19625,409	+0,010	(88)
4 [72]										
A. Danas	58.4873,862	73,907	+0,045	4·37659146	4·37659167	+21	23800,795	23800,806	+0,011	(87)
B. Lanlanguso	79.0569,598	69,553	−0,045	4·45238358	4·45238377	+19	28338,939	28338,951	+0,012	(90)
C. Shiniguallay	62.4556,540	56,540	0,000	4·39596451	4·39596470	+19	24886,539	24886,550	+0,011	(89)
5 [75]										
A. Tio Loma	63.7015,662	15,698	+0,036	4·45238358	4·45238377	+19	28338,939	28338,951	+0,012	(90)
B. Shiniguallay	85.5675,959	75,923	−0,036	4·51591403	4·51591419	+16	32803,035	32803,048	+0,013	(95)
C. Danas	50.7308,379	08,379	0,000	4·38158504	4·38158520	+16	24076,039	24076,048	+0,009	(94)
6 [76]										
A. Ñaupan	85.7972,923	72,966	+0,043	4·51591403	4·51591419	+16	32803,035	32803,048	+0,013	(95)
B. Danas	56.5193,881	93,838	−0,043	4·41649973	4·41649986	+13	26091,541	26091,549	+0,008	(93)
C. Tio Loma	57.6833,196	33,196	0,000	4·42284059	4·42284075	+16	26475,282	26475,291	+0,009	(91)

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.		ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.			ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.			CÔTÉS. Logarithmes.			CÔTÉS. Longueurs.			NUMÉROS.
			Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	
	7 [77]	G "	"	"	G "	"	"	G "	"	"			$10^{-8}\times$	m	m	m	
43	A. Quinua Loma	80.4031,109	—3,0706	—3,0309	80.4028,0384	28,0781	+0,0397	80.4026,823	26,863	+0,040	4·41649973	4·41649986	+13	26091,541	29091,549	+0,008	(93)
41	B. Tio Loma....	63.3482,158	—3,0707	—3,1104	63.3479,0873	79,0476	—0,0397	63.3477,872	77,832	—0,040	4·36106585	4·36106595	+10	22964,968	22964,974	+0,006	(96)
42	C. Ñaupan......	56.2499,591	—3,0707	—3,0707	56.2496,5203	96,5203	0,0000	56.2495,305	95,305	0,000	4·32559317	4·32559329	+12	21163,777	21163,783	+0,006	(97)
		200.0012,858	+9,212	+9,212	3,646	3,646											
	8 [78]																
44	A. Bueran..........	49.3719,085	—1,3547	—1,3105	49.3717,7303	17,7745	+0,0442	49.3716,244	16,288	+0,044	4·36106585	4·36106595	+10	22964,968	22964,974	+0,006	(96)
42	B. Ñaupan......	96.3382,439	—1,3546	—1,3988	96.3381,0844	81,0402	—0,0442	96.3379,599	79,555	—0,044	4.51519123	4·51519129	+ 6	32748,486	32748,491	+0,005	(99)
43	C. Quinua Loma......	54.2906,998	—1,3547	—1,3547	54.2905,6433	05,6433	0,0000	54.2904,157	04,157	0,000	4.39277436	4·39277442	+ 6	24704,403	24704,406	+0,003	(98)
		200.0008,522	+4,064	+4,064	4,458	4,458											
	9 [79]																
45	A. Yausai..........	94.9223,158	—1,5764	—1,5355	94.9221,5816	21,6225	+0,0409	94.9220,058	20,099	+0,041	4·51519123	4·51519129	+ 6	32748,486	32748,491	+0,005	(99)
43	B. Quinua Loma......	52.7584,881	—1,5763	—1,6172	52.7583,3047	83,2638	—0,0409	52.7581,781	81,740	—0,041	4·38408261	4·38408265	+ 4	24214,896	24214,898	+0,002	(100)
44	C. Bueran..........	52.3201,261	—1,5763	—1,5763	52.3199,6847	99,6847	0,0000	52.3198,161	98,161	0,000	4·38132164	4·38132170	+ 6	24061,442	24061,445	+0,003	(101)
		200.0009,300	+4,729	+4,729	4,571	4,571											
	10 [82]																
46	A. Ñamurelte........	64.1715,968	—2,2513	—2,2258	64.1713,7167	13,7422	+0,0255	64.1712,761	12,787	+0,026	4·38408261	4·38408265	+ 4	24214,896	24214,898	+0,002	(100)
44	B. Bueran..........	100.6205,547	—0,9211	—0,9466	100.6204,6259	04,6004	—0,0255	100.6203,671	03,645	—0,026	4·45681153	4·45681156	+ 3	28629,353	28629,355	+0,002	(106)
45	C. Yausai	35.2083,251	+1,2724	+1,2724	35.2084,5234	84,5234	0,0000	35.2083,568	83,568	0,000	4·17722825	4·17722828	+ 3	15039,322	15039,323	+0,001	(104)
		200.0004,766	+1,900	+1,900	2,866	2,866											
	11 [83]																
49	A. Borma	61.4745,288	+7,1030	+7,1646	61.4752,3910	52,4526	+0,0616	61.4750,442	50,504	+0,062	4·45681153	4·45681156	+ 3	28629,353	28629,355	+0,002	(106)
45	B. Yausai..........	56.5765,809	+1,5706	+1,5090	56.5767,3796	67,3180	—0,0616	56.5765,431	65,369	—0,062	4·43172315	4·43172312	— 3	27022,352	27022,350	—0,002	(105)
46	C. Ñamurelte	81.9484,966	+1,1094	+1,1094	81.9486,0754	86,0754	0,0000	81.9484,127	84,127	0,000	4·52402083	4·52402083	0	33421,107	33421,107	0,000	(103)
		199.9996,063	—9,783	—9,783	5,846	5,846											
	12 [89]																
48	A. Soldados...	58.6538,759	—1,3195	—1,2740	58.6537,4395	38,4850	+0,0455	58.6535,546	35,592	+0,046	4·43172315	4·43172312	— 3	27022,352	27022,350	—0,002	(105)
46	B. Ñamurelte........	78.5248,734	—7,8180	—7,8635	78.5240,9160	40,8705	—0,0455	78.5239,022	38,976	—0,046	4·50539370	4·50539363	— 7	32017,963	32017,958	—0,005	(114)
49	C. Borma	62.8227,420	—0,0945	—0,0945	62.8227,3255	27,3255	0,0000	62.8225,432	25,432	0,000	4·45189754	4·45189747	— 7	28307,241	28307,236	—0,005	(112)
		200.0014,913	+9,232	+9,232	5,681	5,681											
	13 [90]																
52	A. Tinajillas........	64.0502,903	+5,6814	+5,7224	64.0508,5844	08,6254	+0,0410	64.0506,212	06,253	+0,041	4·50539370	4·50539363	— 7	32017,963	32017,958	—0,005	(114)
49	B. Borma	77.5630,712	+1,0567	+1,0157	77.5631,7687	31,7277	—0,0410	77.5629,396	29,355	—0,041	4·55111317	4·55111307	—10	35572,400	35572,392	—0,008	(113)
48	C. Soldados	58.3862,375	+4,3889	+4,3889	58.3866,7639	66,7639	0,0000	58.3864,392	64,392	0,000	4·47840799	4·47840790	— 9	30089,017	30089,010	—0,007	(111)
		199.9995,990	—11,127	—11,127	7,117	7,117											

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture. Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques. Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.
		G "	"	"	G "	"	"
	14 [91]						
50	A. Minas........ ...	67.2183,321	+2,4667	+2,5016	67.2185,7877	85,8226	+0,0349
48	B. Soldados.........	82.3111,731	+2,4666	+2,4317	82.3114,1976	14,1627	—0,0349
52	C. Tinajillas.........	50.4705,387	+2,4667	+2,4667	50.4707,8537	07,8537	0,0000
		200.0000,439	—7,400	—7,400	7,839	7,839	
	15 [92]						
55	A. Fierro Urcu......	37.6115,744	—1,8186	—1,7463	37.6113,9254	13,9977	+0,0723
52	B. Tinajillas.........	83.0956,203	+2,0325	+1,9602	83.0958,2355	58,1632	—0,0723
50	C. Minas............	79.2945,940	+1,8601	+1,8601	79.2947,8001	47,8001	0,0000
		200.0017,887	—2,074	—2,074	19,961	19,961	
	16 [96]						
54	A. Chilla Cocha......	102.2029,313	—0,2693	—0,2088	102.2029,0437	29,1042	+0,0605
50	B. Minas............	37.2465,668	—4,2065	—4,2670	37.2461,4615	61,4010	—0,0605
55	C. Fierro Urcu.......	60.5525,244	+0,6658	+0,6658	60.5525,9098	25,9098	0,0000
		200.0020,225	+3,810	+3,810	16,415	16,415	
	17 [99]						
56	A. Guachanama.. ...	35.8614,556	+0,8069	+0,8791	35.8615,3629	15,4351	+0,0722
54	B. Chilla Cocha......	88.7500,639	—3,1578	—3,2300	88.7497,4812	97,4090	—0,0722
55	C. Fierro Urcu......	75.3907,695	—1,5151	—1,5151	75.3906,1799	06,1799	0,0000
		200.0022,890	+3,866	+3,866	19,024	19,024	
	18 [100]						
57	A. Colambo.........	80.1196,089	—2,1709	—2,1252	80.1193,9181	93,9638	+0,0457
55	B. Fierro Urcu..... .	57.3448,550	+3,9780	+3,9323	57.3452,5280	52,4823	—0,0457
56	C. Guachanama......	62.5381,552	—2,0551	—2,0551	62.5379,4969	79,4969	0,0000
		200.0026,191	+0,248	+0,248	25,943	25,943	
	19 [103]						
59	A. Los Pozos........	60.0904,223	—0,8444	—0,7901	60.0903,3786	03,4329	+0,0543
57	B. Colambo.........	65.6342,584	—0,8443	—0,8986	65.6341,7397	41,6854	—0,0543
56	C. Guachanama......	74.2780,744	—0,8443	—0,8443	74.2779,8997	79,8997	0,0000
		200.0027,551	+2,533	+2,533	25,018	25,018	
	20 [104]						
58	A. La Masa.........	66.6055,336	—1,9090	—1,8444	66.6053,4270	53,4916	+0,0646
56	B. Guachanama.... .	50.1304,222	—1,9090	—1,9736	50.1302,3130	02,2484	—0,0646
59	C. Los Pozos........	83.2668,952	—1,9090	—1,9090	83.2667,0430	67,0430	0,0000
		200.0028,510	+5,727	+5,727	22,783	22,783	

ANGLES COMPENSÉS des triangles plans. Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	CÔTÉS. Logarithmes. Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Longueurs. Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	NUMÉROS.
G "	"	"			$10^{-8}\times$	m	m	m	
67.2183,175	83,210	+0,035	4·55111317	4·55111307	—10	35572,400	35572,392	—0,008	(113)
82.3111,584	11,549	—0,035	4·59444661	4·59444649	—12	39304,892	39304,881	—0,011	(116)
50.4705,241	05,241	0,000	4·46410271	4·46410260	—11	29114,056	29114,048	—0,008	(115)
37.6107,272	07,344	+0,072	4·59444661	4·59444649	—12	39304,892	39304,881	—0,011	(116)
83.0951,582	51,510	—0,072	4·83308443	4·83308422	—21	68090,172	68090,139	—0,033	(117)
79.2941,146	41,146	0,000	4·82519137	4·82519117	—20	66863,849	66863,818	—0,031	(118)
102.2023,572	23,633	+0,061	4·83308443	4·83308422	—21	68090,172	68090,139	—0,033	(117)
37.2455,990	55,929	—0,061	4·57547470	4·57547443	—27	37624,843	37624,820	—0,023	(124)
60.5520,438	20,438	0,000	4·74401330	4·74401309	—21	55464,269	55464,243	—0,026	(119)
35.8609,021	09,093	+0,072	4·57547470	4·57547443	—27	37624,843	37624,820	—0,023	(124)
88.7491,140	91,068	—0,072	4·84113138	4·84113103	—35	69363,561	69363,505	—0,056	(126)
75.3899,839	99,839	0,000	4·81465692	4·81465658	—34	65261,480	65261,429	—0,051	(125)
80.1185,271	85,317	+0,046	4·84113138	4·84113103	—35	69363,561	69363,505	—0,056	(126)
57.3443,880	43,834	—0,046	4·75686914	4·75686876	—38	57130,647	57130,597	—0,050	(127)
62.5370,849	70,849	0,000	4·78267847	4·78267811	—36	60628,729	60628,679	—0,050	(128)
60.0895,039	95,093	+0,054	4·75686914	4·75686876	—38	57130,647	57130,597	—0,050	(127)
65.6333,400	33,346	0,054	4·78185252	4·78185210	—42	60513,535	60513,476	—0,059	(130)
74.2771,561	71,561	0,000	4·81200842	4·81200802	—40	64864,701	64864,641	—0,060	(131)
66.6045,833	45,898	+0,065	4·78185252	4·78185210	—42	60513,535	60513,476	—0,059	(130)
50.1294,719	94,654	—0,065	4·69493314	4·69493264	—50	49537,392	49537,335	—0,057	(133)
83.2659,448	59,448	0,000	4·82938703	4·82938658	—45	67512,941	67512,871	—0,070	(132)

RENVOIS aux stations (t. III, fasc. 1).	NUMÉROS ET SOMMETS des triangles.	ANGLES OBSERVÉS des triangles géodésiques.	CORRECTIONS aux angles et ERREURS de fermeture.		ANGLES COMPENSÉS et EXCÈS des triangles géodésiques.			ANGLES COMPENSÉS des triangles plans.			CÔTÉS. Logarithmes.			CÔTÉS. Longueurs.			NUMÉROS.
			Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	Sans accord des bases.	Avec accord des bases.	Différences.	
	21 [105]	G "	"	"	G "	"	"	G "	"	"			$10^{-8}\times$	m	m	m	
61	A. Ereo............	64.8908,204	+0,2247	+0,3080	64.8908,4287	08,5120	+0,0833	64.8904,076	04,159	+0,083	4·69493314	4·69493264	— 50	49537,392	49537,335	—0,057	(133)
59	B. Los Pozos	39.1626,868	+0,2247	+0,1414	39.1627,0927	27,0094	—0,0833	39.1622,740	22,657	—0,083	4·52586907	4·52586845	— 62	33563,641	33563,594	—0,047	(134)
58	C. La Masa.......	95.9477,313	+0,2246	+0,2246	95.9477,5376	77,5376	0,0000	95.9473,184	73,184	0,000	4·76374580	4·76374526	— 54	58042,459	58042,386	—0,073	(135)
		200.0012,385	—0,674	—0,674	13,059	13,059											
	22 [106]																
60	A. El Buitre........	43.7287,266	—0,5993	—0,5024	43.7286,6667	86,7636	+0,0969	43.7283,643	83,740	+0,097	4·52586907	4·52586845	— 62	33563,641	33563,594	—0,047	(134)
58	B. La Masa..........	45.7013,701	—0,5993	—0,6962	45.7013,1017	13,0048	—0,0969	45.7010,079	09,982	—0,097	4·54177215	4·54177138	— 77	34815,461	34815,399	—0,062	(137)
61	C. Ereo............	110.5709,901	—0,5994	—0,5994	110.5709,3016	09,3016	0,0000	110.5706,278	06,278	0,000	4.71767587	4·71767517	— 70	52200,645	52200,561	—0,084	(136)
		200.0010,868	+1,798	+1,798	9,070	9,070											
	23 [107]																
65	A. Punta Arena......	81.5703,360	—2,7954	—2,7525	81.5700,5646	00,6075	+0,0429	81.5698,432	98,475	+0,043	4·54177215	4·54177138	— 77	34815,461	34815,399	—0,062	(137)
61	B. Ereo....	59.0561,337	—1,6773	—1,7202	59.0559,6597	59,6168	—0,0429	59.0557,527	57,484	—0,043	4·46343546	4·46343465	— 81	29069,359	29069,305	—0,054	(138)
60	C. El Buitre.	59.3747,851	—1,6773	—1,6773	59.3746,1737	46,1737	0,0000	59.3744,041	44,041	0,000	4·46505614	4·46505536	— 78	29178,042	29177,989	—0,053	(139)
		200.0012,548	+6,150	+6,150	6,398	6,398											
	24 [108]																
69	A. El Ahorcado......	50.4573,129	+1,5112	+1,5529	50.4574,6402	74,6819	+0,0417	50.4572,387	72,429	+0,042	4·46343546	4·46343465	— 81	29069,359	29069,305	—0,054	(138)
65	B. Punta Arena......	97.9766,604	+2,5186	+2,4769	97.9769,1226	69,0809	—0,0417	97.9766,869	66,827	—0,042	4·61063415	4·61063331	— 84	40797,556	40797,477	—0,079	(140)
60	C. El Buitre.........	51.5661,486	+1,5112	+1,5112	51.5662,9972	62,9972	0,0000	51.5660,744	60,744	0,000	4·47076350	4·47076266	— 84	29564,021	29563,964	—0,057	(141)
		200.0001,219	—5,541	—5,541	6,760	6,760											
	25 [109]																
63	A. Terme est........	92.5031,446	—0,0804	—0,0318	92.5031,3656	31,4142	+0,0486	92.5028,945	28,994	+0,049	4·61063415	4·61063331	— 84	40797,556	40797,477	—0,079	(140)
60	B. El Buitre....	47.9307,196	—0,0803	—0,1289	47.9307,1157	07,0671	—0,0486	47.9304,696	04,647	—0,049	4·44855031	4·44854942	— 89	28089,908	28089,850	—0,058	(143)
69	C. El Ahorcado	59.5668,859	—0,0803	—0,0803	59.5668,7787	68,7787	0,0000	59.5666,359	66,359	0,000	4·51944693	4.51944608	— 85	33070,970	33070,905	—0,065	(142)
		200.00 7,501 0	+0,241	+0,241	7,260	7,260											
	26 [110]																
66	A. Terme ouest......	73.5662,695	+0,0705	+0,2361	73.5662,7655	62,9311	+0,1656	73.5662,166	62,332	+0,166	4·44855031	4.44854942	— 89	28089,908	28089,850	—0,058	(143)
69	B. El Ahorcado......	17.2575,524	—2,1434	—2,3090	17.2573,3806	73,2150	—0,1656	17.2572,781	72,615	—0,166	3·91487653	3·91487518	—135	8220,089	8220,064	—0,025	(144)
63	C. Terme est........	109.1766,054	—0,4021	—0,4021	109.1765,6519	65,6519	0,0000	109.1765,053	65,053	0,000	4·48258879	4·48258785	— 94	30380,071	30380,006	—0,065	(145)
		200,0004,273	+2,475	+2,475	1,798	1,798											

IV. — CONCLUSIONS GÉNÉRALES.

103. Au terme de la longue suite de calculs et de discussions, dont le présent fascicule, si étendu qu'il puisse être, ne saurait donner qu'un résumé, il convient d'en préciser la portée et les résultats, en écartant toute considération étrangère à la triangulation primordiale (1) qui assure l'enchaînement entre les deux stations astronomiques extrêmes, Tulcan et Payta.

Tout d'abord, il a été fait choix de la surface de niveau à étudier et de l'ellipsoïde de référence auquel elle sera comparée, choix dans lequel une large part est forcément abandonnée à l'arbitraire. La surface de niveau a été définie comme passant par un point déterminé. L'ellipsoïde de référence a été fixé en position et en dimensions (2).

Dès lors, l'objet essentiel des calculs et des discussions ultérieurs était de parvenir à la connaissance des angles et des côtés d'un réseau géodésique, constitué par des lignes géodésiques de l'ellipsoïde, reliant les pieds des normales menées à celui-ci par les sommets de la triangulation.

Le problème n'a pas été complètement résolu. En effet, les déviations des verticales, par rapport aux normales à l'ellipsoïde, ne sont point connues, même approximativement, tant qu'on n'a pu procéder à quelque comparaison des coordonnées des sommets du réseau, calculées sur l'ellipsoïde, avec les coordonnées correspondantes observées astronomiquement aux stations de la triangulation. Il en résulte que les bases et les angles qu'on déduit, par le calcul, des bases et des angles azimutaux mesurés sur la surface géographique terrestre, et que l'on considère comme bases et angles mesurés du réseau précédemment défini, ne correspondent pas en toute rigueur à ce dernier (3). Une compensation du réseau ainsi obtenu a bien pour effet de le rendre géométrique, c'est-à-dire exactement applicable sur l'ellipsoïde, mais ce réseau géodésique n'est point réellement le réseau cherché. Pour les applications courantes d'une triangulation de premier ordre, cette différence, minime, ne vaut point la peine d'être prise en considération. En revanche, pour toutes les recherches de haute Géodésie relatives à la surface de niveau, aux longueurs et amplitudes des arcs de méridien, total ou partiels, qui doivent intervenir ultérieurement dans la détermination de l'ellipsoïde terrestre général, tous les calculs relatifs à la projection du réseau de l'espace sur l'ellipsoïde doivent être repris,

---

(1) 63 sommets, 152 côtés et 115 triangles.

(2) § 65, p. 77 à 81.

(3) § 52, p. 51.

dès qu'il aura été possible d'obtenir des valeurs suffisamment approchées des déviations. Cette nouvelle réduction est particulièrement essentielle pour une triangulation parcourant une contrée aussi accidentée que la région andine, de Tulcan à Payta, où les déviations peuvent être parfois considérables. Il faut donc regarder le réseau obtenu comme devant être soumis à une revision ultérieure, susceptible de le déformer, mais évidemment dans de très étroites limites.

Sous cette réserve, comment a été effectuée sa compensation et quelles conclusions en dégager?

En ne tenant aucun compte des deux bases de vérification mesurées aux extrémités nord et sud de la triangulation, en considérant la base centrale de Riobamba comme fondamentale et mesurée sans erreur, on a fait porter les corrections, nécessaires pour rendre le réseau géométrique, uniquement sur les éléments de ce réseau déduits des observations azimutales. Ces éléments ont été les angles et non les directions, à cause de la possibilité qu'on se créait ainsi, étant donnée la configuration spéciale du réseau, de le décomposer en figures plus faciles à compenser séparément, tout en obtenant, par ces compensations partielles, les mêmes corrections qu'eût données une compensation d'ensemble, autrement plus pénible [1]. Les corrections aux angles ont été ainsi déterminées par les conditions géométriques du réseau et par la condition que la somme de leurs carrés soit minima.

L'erreur moyenne d'un angle final observé, déduite des calculs de compensation, a une valeur absolue plus faible dans la section nord du réseau que dans la section sud (différence des deux valeurs : **0",257**, *soit* **0",083**). Ce résultat peut être attribué, avec quelque vraisemblance, au fait que les observations du Sud ont été effectuées dans les dernières années de la Mission, avec plus de nervosité, par des observateurs pour la plupart déjà éprouvés par le climat ou les fatigues de l'expédition.

Pour l'ensemble du réseau, la valeur absolue de l'erreur moyenne d'un angle final observé, déduite des calculs de compensation, est égale à **3",051**; *soit* **0",988**. Cette valeur est environ le double de la valeur absolue calculée pour la même erreur d'après les seules observations azimutales. Il fallait s'y attendre, en raison des erreurs systématiques qui subsistent forcément dans celles-ci [2].

Les erreurs moyennes des logarithmes d'un certain nombre de côtés du réseau, calculés en partant de la base fondamentale, toujours supposée mesurée sans erreur, ont été obtenues par une méthode spéciale et au prix de calculs qui ne laissent pas d'être assez laborieux, mais dont les résultats méritent de retenir un instant l'attention.

En premier lieu, il faut remarquer combien la précision, en réalité non infinie, mais

---

(1) § 55, p. 55 et 56 et § 73, p. 97.
(2) § 38, p. 36 et 37.

considérable grâce à la mesure directe, avec laquelle est connue la longueur de la base fondamentale, s'abaisse déjà brusquement pour les longueurs calculées des côtés extrêmes (vers le Nord et vers le Sud) de la figure de rattachement. Tandis que la longueur de la base fondamentale, par suite des erreurs de la mesure, n'est affectée que d'une erreur relative estimée $\frac{\pm 1}{507241}$, ces longueurs calculées des côtés extrêmes sont, du seul fait des erreurs des observations azimutales, affectées d'erreurs moyennes relatives $\frac{\pm 1}{196915}$ et $\frac{\pm 1}{172276}$. Et cependant, l'erreur moyenne d'un angle final observé a, dans la figure de rattachement, une valeur absolue plus faible que dans la plupart des figures du réseau (2",195, soit 0",711). On trouve ici une confirmation de la nécessité d'apporter tous les soins possibles au rattachement d'une base mesurée avec une haute précision, si l'on ne veut point perdre tout le bénéfice de celle-ci.

En ne tenant point compte des erreurs commises dans la mesure de la base fondamentale, erreurs dont l'influence est des plus faibles, les erreurs moyennes relatives des longueurs calculées pour les bases de vérification nord et sud, obtenues par le calcul des erreurs précité, sont $\pm \frac{1}{45144}$ *et* $\pm \frac{1}{42974}$, *fractions qui correspondent à des erreurs moyennes* $\pm 0^{m},146$ et $\pm 0^{m},191$. Or, les longueurs, comptées suivant l'axe de la triangulation, qui séparent ces bases de la base centrale et fondamentale, sont respectivement 270 et 465 kilomètres environ. On aurait donc pu s'attendre à un plus grand écart entre les deux erreurs moyennes relatives précédentes. La conclusion qui s'impose est l'excellence de l'enchaînement dans la section sud. Bien que l'erreur moyenne d'un angle final observé y soit supérieure à la même erreur dans la section nord, bien que la distance de la base de vérification à la base fondamentale y dépasse de 195 kilomètres la distance correspondante de l'autre section, l'erreur moyenne relative de la longueur calculée pour la base de vérification est à peine plus forte qu'au Nord. En particulier, l'enchaînement extrême sud, composé presque uniquement de triangles, est tel que la précision avec laquelle les longueurs des côtés sont connues, dans l'hypothèse où la base fondamentale serait mesurée sans erreur, tombe seulement du $\frac{1}{49659}$ au $\frac{1}{42974}$ entre le côté (127) (Guachanama-Colambo) et la base de Viviate, sur 170 kilomètres environ, comptés le long de l'axe de la triangulation.

Les fermetures sur les bases de vérification nord et sud sont $\frac{-1}{89764}$ *et* $\frac{+1}{320470}$, *fractions qui correspondent à des différences, longueur calculée moins longueur mesurée, égales à* $-0^{m},07358$ *et* $+0^{m},02565$ (¹).

(¹) L'importance à attacher réellement à une fermeture dépend évidemment de la précision avec laquelle est connue l'altitude moyenne H_m des portées de la base de vérification correspondante, par rapport à l'ellipsoïde de référence. Cette précision sera étudiée, pour les deux bases de vérification de San Gabriel et de Viviate, dans le fascicule 5 du Tome III : *Nivellement trigonométrique*

Les valeurs absolues de ces différences expérimentales sont inférieures à celles des erreurs moyennes calculées correspondantes, $0^m,146$ et $0^m,191$, mais les unes et les autres peuvent, en somme, être considérées comme du même ordre de grandeur. Néanmoins, une anomalie est à signaler. Les erreurs moyennes relatives calculées, $\pm\frac{1}{45144}$ et $\pm\frac{1}{42974}$, qui sont, en réalité, fonctions de l'erreur moyenne d'un angle final observé, de la distance comprise entre la base de vérification et la base fondamentale, enfin de la configuration de l'enchaînement qui les unit, sont de nature à faire prévoir une fermeture plus forte pour la base sud que pour la base nord; or, c'est le contraire qui a lieu. La faible valeur de la fermeture sur la base sud est remarquable. Au Nord, en donnant encore toute satisfaction, la fermeture est telle que la longueur mesurée de la base de vérification surpasse de $0^m,07$ environ sa longueur calculée.

Faut-il incriminer la première de ces longueurs, qui résulte de deux mesures seulement, exécutées dans des circonstances particulièrement difficiles [1], à l'aide d'un appareil Jaderin du modèle le plus ancien, comportant un fil de laiton et un fil en acier invar, métal récemment découvert, peut-être encore incomplètement étudié et connu à l'époque de l'opération (décembre 1901-janvier 1902)? Faut-il, au contraire, incriminer la triangulation de la section nord, où cependant l'erreur moyenne d'un angle final observé est plus faible que dans la section sud? Dans le premier cas, doit-on se féliciter de n'avoir pas introduit dans la compensation générale du réseau les équations de condition qui expriment l'accord des bases? Dans le second cas, doit-on le regretter? Questions certainement à peu près impossibles à résoudre.

Mais, quoi qu'il en soit, l'erreur moyenne d'un angle final observé, les erreurs moyennes relatives théoriques des longueurs calculées des bases de vérification et les fermetures expérimentales sur celles-ci ont des valeurs suffisamment faibles pour permettre d'affirmer que, sous le rapport de la précision, la triangulation du nouvel arc équatorial est comparable aux meilleures triangulations modernes.

D'ailleurs, en raison même des faibles valeurs des fermetures, et comme le montre la comparaison de l'enchaînement simple de triangles pour lesquels l'accord des bases a été réalisé à titre d'indication, avec l'enchaînement correspondant extrait du réseau compensé sans accord des bases [2], les valeurs absolues des différences entre les logarithmes d'un même côté dans les deux enchaînements ne sauraient dépasser :

$10^{-8}\times 484$ pour la chaîne I (du côté Aupate-Yana Ashpa à la base de San Gabriel),
$10^{-8}\times 27$ pour la chaîne II (du côté Aupate-Yana Ashpa à la base de Riobamba),
$10^{-8}\times 135$ pour la chaîne III (du côté Aupate-Yana Ashpa à la base de Viviate).

---

(1) Voir t. I : *Historique de la Mission*, et t. II, fasc. 2 : *Bases*.
(2) § **102**, p. C.24 et suiv.

Par suite, les valeurs absolues des différences entre les longueurs d'un même côté dans les deux enchaînements, rapportées à ce côté même, ne sauraient dépasser :

$$10^{-8} \times 484 \times \frac{1}{M} = \frac{1}{89730} \text{ pour la chaîne I,}$$

$$10^{-8} \times 27 \times \frac{1}{M} = \frac{1}{1608498} \text{ pour la chaîne II,}$$

$$10^{-8} \times 135 \times \frac{1}{M} = \frac{1}{321700} \text{ pour la chaîne III.}$$

Tout en se réservant d'introduire plus tard, s'il y a lieu, les conditions de l'accord des bases dans une nouvelle compensation générale du réseau, au cours de sa revision après obtention des déviations de la verticale, il est donc permis de n'attribuer à cet accord qu'une importance secondaire dans la comparaison finale de la surface de niveau avec l'ellipsoïde de référence et dans le calcul des longueurs des arcs, total ou partiels, à utiliser pour la détermination de l'ellipsoïde terrestre général.

De l'ensemble des résultats qui viennent d'être exposés, le géodésien appelé à dresser un plan général pour la partie purement géodésique d'une mesure d'arc, peut retirer quelques enseignements. Il n'oubliera surtout point l'importance d'une judicieuse répartition des bases dans la triangulation. Connaissant les erreurs moyennes relatives des longueurs mesurées, et des angles finals observés dans un réseau normalement conformé, susceptibles d'être obtenues par les instruments et méthodes qu'on se propose d'employer, il est à même de pouvoir, par des comparaisons avec les opérations déjà exécutées et par des calculs provisoires approchés, se faire une idée des erreurs moyennes relatives à craindre sur les logarithmes des côtés calculés et de la loi suivant laquelle elles augmentent à mesure qu'on s'éloigne d'une base de départ. Il fixera alors la répartition des bases de manière que ces erreurs ne dépassent pas, d'une base à la suivante, la limite préalablement assignée. Inversement, si la répartition des bases est à peu près imposée par la configuration du réseau et les exigences du terrain, les instruments et méthodes seront choisis en conséquence, de manière à atteindre néanmoins dans le calcul des côtés la précision requise.

C'est sous la condition absolue d'une semblable étude préliminaire et si l'exécution du travail répond ensuite à sa conception, que la triangulation sera, pour ainsi dire, bien équilibrée. Alors, dans tout enchaînement reliant entre elles deux bases consécutives, la fermeture expérimentale obtenue sera minime et l'accord des bases n'apportera que de faibles changements au réseau déjà compensé sans se préoccuper de cet accord.

Ces résultats sont obtenus dans les deux sections que comprennent entre elles les trois bases de la triangulation du nouvel arc équatorial.

Capitaine Georges PERRIER,
Du Service géographique de l'Armée.

TABLE DES MATIÈRES [1].

INTRODUCTION (1 à 94).

PREMIÈRE SECTION (1 à 63).

COMPENSATION D'UN RÉSEAU GÉODÉSIQUE, CALCUL DES TRIANGLES GÉODÉSIQUES. (RAPPEL DE THÉORIES ET NOTATIONS).

Pages.

I. Considérations générales (1 à 3) 1

1. Problème de la compensation d'un réseau géodésique envisagé dans toute sa généralité (1) 1

2. Simplification du problème obtenue en le limitant à la compensation des angles (ou directions) (2) 2

3. Deux manières d'envisager le rôle des bases, suivant qu'on réalise ou non leur accord par la compensation (3) 3

II. Compensation des angles (ou directions) sans accord des bases et calcul des côtés des triangles d'un réseau géodésique (4 à 51) 5

1. Équations de condition en général. Équations aux angles et équations aux côtés, leur nature et leur nombre (4) 5

2. Formation des équations de condition (5 à 18) 7

a. Calcul des excès des triangles géodésiques (6 à 12) 7

Théorème de Legendre généralisé (7) 8

Notations (8) 8

Formules fondamentales (9) 9

Calcul des excès par approximations successives (10 à 12) 10

Première approximation (10) 10

Deuxième approximation (11) 12

Nombre de décimales à employer dans le calcul (12) 12

b. Notations (13) 13

c. Formation des équations aux angles (14) 13

d. Formation des équations aux côtés (15 à 18) 13

Forme générale non linéaire des équations aux côtés (15) 13

Forme générale linéaire des équations aux côtés (16) 15

Exemple : Équation aux côtés d'un quadrilatère (17) 16

Remarque : On a le droit de multiplier ou de diviser les équations aux côtés linéaires par un nombre quelconque, ce qui facilite les calculs (18) 19

3. Traitement des équations de condition par la méthode des moindres carrés (19 à 28) 19

a. Problème général de la compensation de quantités observées assujetties à des équations de condition (19) 19

b. Théorème fondamental sur le minimum d'une fonction de variables assujetties à des équations de condition (20) 21

(1) Les numéros entre parenthèses sont ceux des paragraphes du texte.

Pages.
c. Méthode des quantités corrélatives (21) 22
d. Simplification des calculs par la formation immédiate des équations de condition auxquelles doivent satisfaire les corrections cherchées (22) 23
e. Cas où les poids des quantités observées sont inégaux (23) 24
f. Résumé : Systèmes d'équations à considérer dans tous les cas (24) 25
g. Résolution des équations normales (25 à 27) 26
Méthode des éliminations successives (26) 27
Méthode des coefficients indéterminés (27) 27
h. Différence des résultats de la compensation des angles et de la compensation des directions (28) 29
4. Calcul des côtés des triangles géodésiques (29) 30
5. Critériums de la précision des observations (30 à 48) 30
a. Erreur moyenne de l'unité de poids (31 à 38) 31
Considérations générales (31) 31
Calcul de Σ (32 à 35) 32
Premier procédé (32) 32
Deuxième procédé (33) 32
Troisième procédé (34) 32
Quatrième procédé (35) 33
Formule approchée de l'Association géodésique internationale (36) 34
Exemple numérique (37) 36
Comparaison des deux valeurs de l'erreur moyenne de l'unité de poids, calculées l'une d'après les observations azimutales, l'autre d'après la compensation du réseau (38) 36
b. Erreur moyenne d'une fonction des quantités compensées (39 à 47) 37
Théorie générale (39) 37
Calcul de [ΦΦ] (40 à 43) 40
Premier procédé (40) 40
Deuxième procédé (41) 40
Troisième procédé (42) 40
Exemple numérique (43) 41
Lois de formation des erreurs des côtés dans une triangulation (44 à 47) 41
Rappel de formules fondamentales (44) 41
Cas d'un seul réseau géodésique compensé (45) 42
Cas d'un réseau géodésique divisé en réseaux partiels compensés séparément (46) 42
Cas d'une chaîne de triangles (47) 43
c. Fermetures sur les bases de vérification (48) 45
6. Pratique des calculs (49 à 51) 46
a. Exemple numérique. Compensation des angles et calcul des triangles d'un pentagone (49) 46
b. Vérifications à effectuer au cours des calculs (50) 47
c. Nombre de décimales à employer dans les calculs (51) 49

III. Compensation d'un réseau étendu et complexe par division en réseaux partiels compensés séparément (52 à 55) 50
1. Impossibilité et illégitimité d'une compensation d'ensemble d'un réseau étendu et complexe (52) 50
2. Équations de condition supplémentaires exprimant que les divers réseaux partiels se raccordent (53). 53
3. Équations de condition supplémentaires dans le cas d'un réseau s'appuyant sur un ou plusieurs côtés d'une triangulation déjà compensée (54) 55
4. Cas d'un réseau décomposable en réseaux partiels accolés, dont chacun n'a avec le précédent qu'un côté commun (55) 55

IV. Compensations à effectuer dans les déterminations d'azimuts astronomiques de départ (56 à 59) 56

Pages.
1. Considérations générales (56) 56
2. Premier cas (57) 59
3. Deuxième cas (58) 59
4. Troisième cas (59) 62

V. Corrections à apporter aux angles déja compensés d'une chaîne de triangles, pour réaliser l'accord des bases (60 à 63) 63
1. Historique (60) 63
2. Cas d'une chaîne de triangles dont les deux côtés extrêmes sont des bases mesurées (61 et 62) 64
a. On corrige les trois angles de chaque triangle. Formules de Laplace et Puissant (61) 64
b. On ne corrige que deux angles de chaque triangle. Formules simplifiées (62) 70
3. Cas d'une chaîne de triangles comportant plusieurs bases mesurées, rattachées chacune par une chaîne spéciale (63) 70

DEUXIÈME SECTION (64 à 94).

APPLICATION DES THÉORIES EXPOSÉES DANS LA PREMIÈRE SECTION AU RÉSEAU GÉODÉSIQUE DU NOUVEL ARC ÉQUATORIAL.

I. Véritable importance de la compensation du réseau géodésique correspondant, sur un ellipsoïde de référence choisi a priori, a la triangulation du nouvel arc équatorial (64) 75

II. Surface de niveau et ellipsoïde de référence considérés (65) 77

III. Quantités observées intervenant comme données dans la compensation des angles et le calcul des triangles du réseau géodésique du nouvel arc équatorial (66 et 67) 82
1. Bases (66) 82
2. Angles géodésiques (67) 85

IV. Méthode générale suivie dans la compensation du réseau géodésique du nouvel arc équatorial (68 et 69) 86
1. Pas de corrections aux bases (68) 86
2. Pas d'accord des bases (69) 86

V. Configuration générale du réseau géodésique du nouvel arc équatorial; ses raisons (70 et 71) 87
1. Inclinaison du réseau par rapport à la direction Nord-Sud (70) 87
2. Allongement des côtés du réseau aux extrémités nord et sud (71) 88

VI. Figures constituant le réseau géodésique du nouvel arc équatorial. Poids des observations azimutales, unité de poids adoptée dans les calculs de compensation du réseau (72 à 89) 93
1. Division du réseau en réseau primordial et figures supplémentaires (72) 93
2. Réseau primordial (73) 96
3. Figures supplémentaires (74 à 89) 99
a. Ensemble des figures supplémentaires (74) 99
b. Figures I, II et triangle [124] : Rattachement des mires méridiennes des stations astronomiques 1 Tulcan et 9 Pinllar (75 à 82) 101
Coup d'œil d'ensemble sur les observations d'azimuts astronomiques effectuées au cours des opérations du nouvel arc équatorial et sur les observations géodésiques relatives aux signaux dont l'azimut astronomique a été déterminé (75) 101
Stations où les observations astronomiques d'azimut ont été effectuées au grand cercle méridien (76) 101

Pages.

Stations où les observations astronomiques d'azimut ont été effectuées au cercle azimutal à quatre microscopes ou au théodolite à microscopes (77 et 78) 107
Azimuts astronomiques observés (80) 110
Azimut astronomique de départ adopté pour le calcul des coordonnées géodésiques des sommets du réseau (81) 114
Signaux auxiliaires dont l'azimut astronomique a été déterminé et qui sont rattachés à la triangulation (82) 116
c. Figure III : Rattachement de Padre Urcu (83) 116
d. Triangles [125], [126], [127] et [128] : Rattachement de 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire) et 19 Poingasi (84) 119
e. Figure IV : Rattachement de Sincholagua nord (85) 130
f. Figure V : Rattachement de Terme moyen de la base de Riobamba et de Huaira Urcu (86) 130
g. Figure VI : Rattachement de Chujuj (87) 133
h. Triangle [143] : Rattachement de 53 Machala (88) 134
i. Figure VII : Rattachement de 64 Terme moyen de la base de Viviate et de 67 Viviate (89) 134

VII. Particularités relatives aux calculs effectués et aux tableaux numériques publiés (90 à 93) 135
a. Particularités relatives aux calculs effectués (91) 135
b. Tableaux numériques de la première Partie : Compensation des angles (92) 137
c. Tableaux numériques de la deuxième Partie : Triangles (93) 138

PREMIÈRE PARTIE.

COMPENSATION DES ANGLES.

RÉSEAU PRIMORDIAL.

Figure 1. [Tulcan — Troya — El Pelado — Machines — Mirador — Terme nord de la base de San Gabriel — Terme sud de la base de San Gabriel — El Redondo] A.3
Figure 2. [El Pelado — Yana Urcu — Pinllar — El Redondo] A.9
Figure 3. [Yana Urcu — El Redondo — Pusag Cocha — Culangal — Pambamarca — Pichincha — Panecillo — Corazon — Sincholagua sud] A.11
Figure 4. [Corazon — Cerro Ami Grande — Milin — Latacunga — Huangotasin — Sagoatoa — Huicotango] A.17
Figure 5. [Sagoatoa — Huicotango — Cahuito — Mulmul] A.22
Figure 6. [Chimborazo — Igualata — Terme ouest de la base de Riobamba — Loma de Quito — Terme est de la base de Riobamba — Aupate — Yana Ashpa — Zagrun — Lanlanguso] A.24
Figure 7. [Shiniguallay — Danas — Tio Loma — Ñaupan] A.30
Figure 8. [Bucran — Yausai — Ñamurelte — Cuenca — Soldados — Borma — Tinajillas] A.32
Figure 9. [Minas — Ñarihuiña — Tinajillas — Chilla Cocha — Fierro Urcu] A.36
Figure 10. [Chilla Cocha — Fierro Urcu — Guachanama — Colambo] A.39
Figure 11. [Terme est de la base de Viviate — Terme ouest de la base de Viviate — El Ahorcado — Chocan] A.41

FIGURES SUPPLÉMENTAIRES.

Figure I. Rattachement de la mire méridienne nord de la station astronomique 1 Tulcan, (Angasmayo) A.45
Figure II. Rattachement de la mire méridienne sud de la station astronomique 1 Tulcan, (La Rinconada) A.47
Figure III. Rattachement de Padre Urcu A.49
Figure IV. Rattachement de Sincholagua nord A.51
Figure V. Rattachement de Terme moyen de la base de Riobamba et de Huaira Urcu A.56
Figure VI. Rattachement de Chujuj A.59
Figure VII. Rattachement de 64 Terme moyen de la base de Viviate et de 67 Viviate A.62

DEUXIÈME PARTIE.

TRIANGLES.

TRIANGLES DU RÉSEAU PRIMORDIAL.

Pages.

I. Rattachement de la base de Riobamba et de la station astronomique 33 Loma de Quito. Figure 6 ..... B.5
II. Section nord. Triangles [16] et [17] B.7
Figure 5 ..... B.7
Figure 4 ..... B.8
Triangle [35] B.9
Figure 3 ..... B.9
Figure 2 ..... B.11
Figure 1 ..... B.12
III. Section sud. Triangles [71] et [72] B.14
Figure 7 ..... B.14
Triangles [77] à [79] B.14
Figure 8 ..... B.15
Triangle [91] B.16
Figure 9 ..... B.16
Figure 10 ..... B.17
Triangles [103] à [109] B.18
Figure 11 ..... B.19
Triangles [114] et [115] B.19

TRIANGLES SUPPLÉMENTAIRES.

Figure I. Rattachement de la mire méridienne nord de la station astronomique 1 Tulcan, (Angasmayo) .. B.23
Figure II. Rattachement de la mire méridienne sud de la station astronomique 1 Tulcan, (La Rinconada). B.23
Figure III. Rattachement de Padre Urcu B.24
Triangle [124]. Rattachement de la mire méridienne sud de la station astronomique 9 Pinllar, (Cunrro) .. B.24
Triangles [125], [126], [127] et [128]. Rattachement de 13 Cayambe, 14 Casitagua, 17 Quito (Observatoire) et 19 Poingasi B.24
Figure IV. Rattachement de Sincholagua nord B.25
Figure V. Rattachement de Terme moyen de la base de Riobamba et de Huaira Urcu B.26
Figure VI. Rattachement de Chujuj B.26
Triangle [143]. Rattachement de Machala B.27
Figure VII. Rattachement de 64 Terme moyen de la base de Viviate et de 67 Viviate B.27

CONCLUSIONS (95 à 103).

I. Erreur moyenne de l'unité de poids (96 à 98) C.3
1. Calcul par formules rigoureuses d'après la compensation du réseau (96) C.3
2. Calcul par la formule approchée de l'Association géodésique internationale (97) C.5
3. Comparaison des deux valeurs de l'erreur moyenne de l'unité de poids (angle final observé), calculées l'une d'après les observations azimutales, l'autre d'après la compensation du réseau (98) C.6

II. Erreurs relatives des longueurs des bases de vérification de San Gabriel et Viviate, calculées par la triangulation, en partant de la longueur mesurée de la base fondamentale de Riobamba (99 à 101) C.8
1. Calcul par les fermetures sur les bases de vérification (100) C.8
2. Calcul par la compensation du réseau (101) C.9

Pages.
III. Corrections à apporter, pour réaliser l'accord des bases, aux angles déja compensés d'un enchaînement simple de triangles extraits du réseau primordial (102) C.13

IV. Conclusions générales (103) C.40

TABLEAUX ET PLANCHES.

TABLEAUX HORS TEXTE.

EXTRAIT DES REGISTRES DE CALCUL. — COMPENSATION DES ANGLES DU POLYGONE [MINAS — ÑARIHUIÑA — TINAJILLAS — CHILLA COCHA — FIERRO URCU].

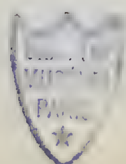
Tableau I. — Préparation des équations de condition ([1]).
Tableau II. — Formation des équations de condition.
Tableau III. — Récapitulation des équations de condition.
Tableau IV. — Formation des équations normales.
Tableau V. — Résolution des équations normales : 1° Méthode des éliminations successives;
2° Méthode des coefficients indéterminés.
Tableau VI. — Calcul des corrections aux angles par substitution des quantités corrélatives dans les équations corrélatives.
Tableau VII. — Calcul des angles des triangles géodésiques.
Tableau VIII. — Calcul définitif des triangles ([1]).
Tableau IX. — Calcul de l'erreur moyenne de l'unité de poids.
Tableau X. — Calcul de l'erreur moyenne d'une fonction des quantités compensées.
Premier exemple : Calcul de l'erreur moyenne de l'angle J compensé.
Tableau X *bis*. — Calcul de l'erreur moyenne d'une fonction des quantités compensées.
Deuxième exemple : Calcul de l'erreur moyenne du logarithme du côté (124) (Chilla Cocha-Fierro Urcu) compensé et déduit du côté (116) (Minas-Tinajillas) supposé exactement connu.

PLANCHES

(Dans une enveloppe à la fin du fascicule).

Planche I. — Arc de méridien équatorial. Ensemble des figures du réseau primordial et des figures supplémentaires.
Planche II. — Arc de méridien équatorial. Chaînes de triangles pour lesquels l'accord des bases a été réalisé.

([1]) Il est commode d'accoler les Tableaux I et VIII; c'est ce qui a été fait.



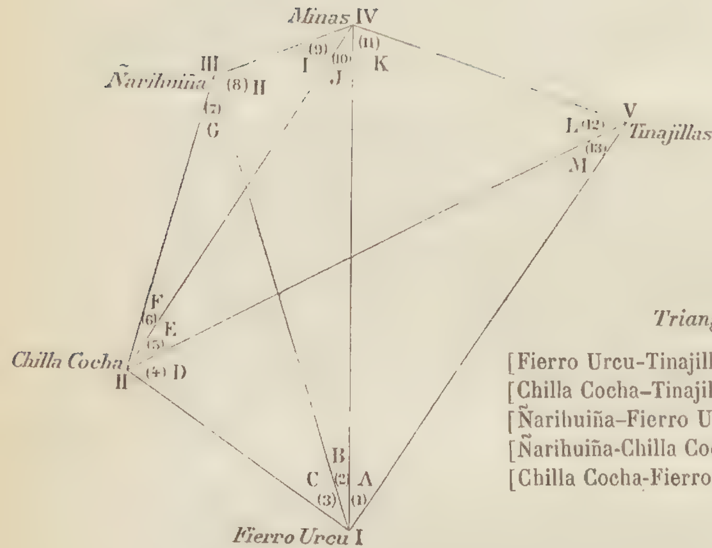
EXTRAIT DES REGISTRES DE CALCUL.

COMPENSATION DES ANGLES DU POLYGONE

[MINAS-ÑARIHUIÑA-TINAJILLAS-CHILLA COCHA-FIERRO URCU].

(FIGURE 9, PAGES A.36 À A.38.)

II. — Formation des équations de condition.



1° Équations aux angles.

Triangles.		*Équations.*
[Fierro Urcu-Tinajillas-Minas]	(1)	$(1)+(11)+(12)+(13)\quad -2'',074=0$
[Chilla Cocha-Tinajillas-Minas]	(2)	$(5)+(10)+(11)+(12)\quad -0,047=0$
[Ñarihuiña-Fierro Urcu-Minas]	(3)	$(2)+(8)+(9)+(10)\quad +0,073=0$
[Ñarihuiña-Chilla Cocha-Minas]	(4)	$(6)+(7)+(8)+(9)\quad +2,488=0$
[Chilla Cocha-Fierro Urcu-Minas]	(5)	$(2)+(3)+(4)+(5)+(10)+3,810=0$

2° Équations aux côtés.

$$1=\frac{\sin \text{II.I.V}\ \sin \text{II.V.IV}\ \sin \text{I.IV.II}}{\sin \text{I.V.II}\ \sin \text{II.IV.V}\ \sin \text{II.I.IV}}$$

II.I.V $= 98^G.1634'',390+(1)+(2)+(3)$ — log sin $=\bar{1}\cdot 99981926+\ \ 2,0\,[(1)+(2)+(3)]$

II.V.IV $= 50.0290,354+(12)$ — » $=\bar{1}\cdot 84968299+\ 68,1\,(12)$

I.IV.II $= 37.2460,197+(10)$ — » $=\bar{1}\cdot 74213467+103,0\,(10)$

$\bar{1}\cdot 59163692$

I.V.II $= 33^G.0653'',724+(13)$ — log sin $=\bar{1}\cdot 69578835+119,3\,(13)$

II.IV.V $= 116.5406,080+(10)+(11)$ — » $=\bar{1}\cdot 98517329-\ 18,1\,[(10)+(11)]$

II.I.IV $= 60.5519,772+(2)+(3)$ — » $=\bar{1}\cdot 91066862+\ 48,7\,[(2)+(3)]$

$\bar{1}\cdot 59163026$

$$(6)\quad +0,020\,(1)-0,467\,(2)-0,467\,(3)+1,211\,(10)+0,181\,(11)+0,681\,(12)-1,193\,(13)+6,66=0$$

$$1=\frac{\sin \text{I.II.III}\ \sin \text{I.III.IV}\ \sin \text{I.IV.II}}{\sin \text{I.III.II}\ \sin \text{I.IV.III}\ \sin \text{I.II.IV}}$$

I.II.III $= 121^G.5139'',873+(4)+(5)+(6)$ — log sin $=\bar{1}\cdot 97471398-\ 24,0\,[(4)+(5)+(6)]$

I.III.IV $= 102.2799,794+(8)$ — » $=\bar{1}\cdot 99972142-\ \ 2,5\,(8)$

I.IV.II $= 37.2460,197+(10)$ — » $=\bar{1}\cdot 74213467+103,0\,(10)$

$\bar{1}\cdot 71657007$

I.III.II $= 37^G.2665'',962+(7)$ — log sin $=\bar{1}\cdot 74234650+102,9\,(7)$

I.IV.III $= 78.3882,682+(9)+(10)$ — » $=\bar{1}\cdot 97447908+\ 24,1\,[(9)+(10)]$

I.II.IV $= 102.2023,841+(4)+(5)$ — » $=\bar{1}\cdot 99974006-\ \ 2,3\,[(4)+(5)]$

$\bar{1}\cdot 71656564$

$$(7)\quad -0,217\,(4)-0,217\,(5)-0,240\,(6)-1,029\,(7)-0,025\,(8)-0,241\,(9)+0,789\,(10)+4,43=0$$

III. — Récapitulation des équations de condition.

	(1). −1,81857	(2). +3,53700	(3). −2,87109	(4). −2,19877	(5). +1,92946	(6). −5,13527	(7). +2,05072	(8). −0,68534	(9) +1,28193	(10). −4,20644	(11). +1,86008	(12). +0,46387	(13). +1,56864	w.	FERMETURES
(1) *a.*	+1,										+1,	+1,	+1,	−2,074	+0,00002
(2) *b.*					+1,					+1,	+1,	+1,		−0,047	−0,00003
(3) *c.*		+1,						+1,	+1,	+1,				+0,073	+0,00015
(4) *d.*						+1,	+1,	+1,	+1,					+2,488	+0,00006
(5) *e.*		+1,	+1,	+1,	+1,					+1,				+3,810	+0,00016
(6) *f.*	+0,020	−0,467	−0,467							+1,211	+0,181	+0,681	−1,193	+6,660	−0,00017
(7) *g.*				−0,217	−0,217	−0,240	−1,029	−0,025	−0,241	−0,789				−4,430	+0,00002

IV. — Formation des équations normales.

	a. λ1. −1,76272	*b.* λ2. +4,12823	*c.* λ3. +6,40809	*d.* λ4. −7,32112	*e.* λ5. −4,17515	*f.* λ6. −2,79242	*g.* λ7. −9,10772	w.	FERMETURES
(I) *a.*	+1, +1, +1, +1, +4,	+1, +1, +2,				+0,020 +0,181 +0,681 −1,193 −0,311		−2,074	+0,00002
(II) *b.*	+1, +1, +2,	+1, +1, +1, +1, +4,	+1, +1,		+1, +1, +2,	+1,211 +0,181 +0,681 +2,073	−0,217 +0,789 +0,572	−0,047	−0,00003
(III) *c.*		+1, +1,	+1, +1, +1, +1, +4,	+1, +1, +2,	+1, +1, +2,	−0,467 +1,211 +0,744	−0,025 −0,241 +0,789 +0,523	+0,073	+0,00015
(IV) *d.*			+1, +1, +2,	+1, +1, +1, +1, +4,			−0,240 −1,029 −0,025 −0,241 −1,535	+2,488	+0,00005
(V) *e.*		+1, +1, +2,	+1, +1, +2,		+1, +1, +1, +1, +1, +5,	−0,467 −0,467 +1,211 +0,277	−0,217 −0,217 +0,789 +0,355	+3,810	+0,00015
(VI) *f.*	+0,020 +0,181 +0,681 −1,193 −0,311	+1,211 +0,181 +0,681 +2,073	−0,467 +1,211 +0,744		−0,467 −0,467 +1,211 +0,277	$+0,00040_0$ $+0,21808_9$ $+0,21808_9$ $+1,46652_1$ $+0,03276_1$ $+0,46376_1$ $+1,42341_9$ +3,82287	+0,95548 +0,95548	+6,660	−0,00017
(VII) *g.*		−0,217 +0,789 +0,572	−0,025 −0,241 +0,789 +0,523	−0,240 −1,029 −0,025 −0,241 −1,535	−0,217 −0,217 +0,789 +0,355	+0,95548 +0,95548	$+0,04708_9$ $+0,04708_9$ $+0,05760_0$ $+1,05884_1$ $+0,00062_5$ $+0,05808_1$ $+0,62252_1$ +1,89185	+4,430	−0,00002

V. — Résolution des équations normales (1).

(1) Pour bien faire saisir la marche du calcul et la loi de formation des coefficients des systèmes successifs, on a ajouté ici les expressions de ces coefficients d'après les notations de Gauss, expressions qu'un calculateur exercé n'a pas besoin d'écrire.

1° Méthode des éliminations successives.

A. — Éliminations.

a (λ_1)	b (λ_2)	c (λ_3)	d (λ_4)	e (λ_5)	f	g	l	s	Sommes
[aa] +4,00000	[ab] +2,00000	[ac] 0,00000	[ad] 0,00000	[ae] 0,00000	[af] −0,31100	[ag] 0,00000	[al] −2,07400	[as] 3,61500	0,00000
	[bb] 4,0000 $-\frac{[ab]}{[aa]}[ab]$ −1,00000	[bc] +1,00000 $\frac{[ab]}{[aa]}[ac]$ 0,00000	[bd] 0,00000 $-\frac{[ab]}{[aa]}[ad]$ 0,00000	[be] +2,00000 $-\frac{[ab]}{[aa]}[ae]$ 0,00000	[bf] [illegible] $\frac{[ab]}{[aa]}[af]$ +0,15550	[bg] [illegible] $-\frac{[ab]}{[aa]}[ag]$ 0,00000	[bl] [illegible] $-\frac{[ab]}{[aa]}[al]$ [illegible]	[bs] [illegible] $\frac{[ab]}{[aa]}[as]$ [illegible]	[illegible]
		[cc] +4,00000 0,00000	[cd] +2,00000 $-\frac{[ac]}{[aa]}[ad]$ 0,00000	[ce] +2,00000 $-\frac{[ac]}{[aa]}[ae]$ 0,00000	[cf] +0,71400 $\frac{[ac]}{[aa]}[af]$ 0,00000	[cg] +0,52300 $-\frac{[ac]}{[aa]}[ag]$ 0,00000	[cl] +0,07300 $-\frac{[ac]}{[aa]}[al]$ 0,00000	[cs] 10,34000 $-\frac{[ac]}{[aa]}[as]$ 0,00000	0,00000
			[dd] +4,00000 $\frac{[ad]}{[aa]}[ad]$ 0,00000	[de] 0,00000 $\frac{[ad]}{[aa]}[ae]$ [illegible]	[df] 0,00000 [illegible]	[dg] −1,53500 [illegible]	[dl] +2,48800 [illegible]	[ds] −6,95300 [illegible]	0,00000
				[ee] +5,00000 $\frac{[ae]}{[aa]}[ae]$ 0,00000	[ef] +0,27700 $-\frac{[ae]}{[aa]}[af]$ 0,00000	[eg] +0,35500 $\frac{[ae]}{[aa]}[ag]$ 0,00000	[el] +3,81000 $-\frac{[ae]}{[aa]}[al]$ 0,00000	[es] −13,44200 $-\frac{[ae]}{[aa]}[as]$ 0,00000	0,00000
					[ff] +3,82287 $\frac{[af]}{[aa]}[af]$ [illegible]	[fg] +0,95548 $\frac{[af]}{[aa]}[ag]$ 0,00000	[fl] +6,06000 [illegible]	[fs] −14,22135 [illegible]	0,00000
						[gg] +1,89185 $\frac{[ag]}{[aa]}[ag]$ 0,00000	[gl] +4,43000 [illegible]	[gs] 7,19233 [illegible]	0,00000
							[ll] 0,00000 $\frac{[al]}{[aa]}[al]$ 1,07537	[ls] −15,34000 $-\frac{[al]}{[aa]}[as]$ −1,87438	0,00000
	[bb.1] +3,00000	[bc.1] +1,00000	[bd.1] 0,00000	[be.1] +2,00000	[bf.1] +2,22850	[bg.1] +0,57200	[bl.1] +0,99000	[bs.1] −9,79050	0,00000
		[cc.1] +4,00000 $-\frac{[bc.1]}{[bb.1]}[bc.1]$ −0,33333	[cd.1] +2,00000 $-\frac{[bc.1]}{[bb.1]}[bd.1]$ 0,00000	[ce.1] +2,00000 $-\frac{[bc.1]}{[bb.1]}[be.1]$ −0,66667	[cf.1] +0,74400 $-\frac{[bc.1]}{[bb.1]}[bf.1]$ −0,74283	[cg.1] +0,52300 $-\frac{[bc.1]}{[bb.1]}[bg.1]$ −0,19067	[cl.1] +0,07300 $-\frac{[bc.1]}{[bb.1]}[bl.1]$ −0,33000	[cs.1] −10,34000 $-\frac{[bc.1]}{[bb.1]}[bs.1]$ +3,26350	0,00000
			[dd.1] +4,00000	[de.1] 0,00000	[df.1] 0,00000	[dg.1] −1,53500	[dl.1] +2,48800	[ds.1] −6,95300	0,00000
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

B. — Calcul des quantités corrélatives par substitutions.

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	λ_5	λ	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	−0,90344	+0,07009	+0,33000	+0,51850
	1,63804	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
		[illegible]	[illegible]	+0,00089	+2,07429	−0,21711
			1,04379	+1,51825	+2,78343	0,00000
				+3,99334	0,00000	0,00000
					−2,13603	0,00000
						[illegible]
9,10772	−2,79242	−4,17515	7,32112	+0,40809	+4,12823	−1,76272

2° Méthode des coefficients indéterminés.

A. — Résolution des équations aux coefficients indéterminés.

a. — Éliminations.

Premier système: Termes constants	s	Sommes	Fermetures
−1,00000	[as] 4,68900	0,00000	+0,00002
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

b. — Calcul des coefficients indéterminés par substitutions.

[illegible]

b. — Calcul des quantités corrélatives par substitutions.

	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[al]	+1,13701	−1,12740	+0,05459	−0,00626	+0,43998	[illegible]	[illegible]
[bl]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[cl]	+0,00192	−0,00114	−0,06352	+0,05473	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[dl]	+0,00731	+0,03632	+1,86518	−2,58227	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[el]	−0,80825	+1,43443	+1,19588	−0,90156	1,73846	[illegible]	[illegible]
[fl]	−2,26220	+3,84056	−0,16970	+0,88305	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[gl]	[illegible]	[illegible]	3,63511	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

VI. — Calcul des corrections aux angles par substitution des quantités corrélatives dans les équations corrélatives.

	(1).	(2).	(3).	(4).	(5).	(6).	(7).	(8).	(9).	(10).	(11).	(12).	(13).
λ_1.	−1,76272										−1,76272	−1,76272	-1,76272
λ_2.					+4,12823					+4,12823	+4,12823	+4,12823	
λ_3.		+6,40809						+6,40809	+6,40809	+6,40809			
λ_4.						−7,32112	−7,32112	−7,32112	−7,32112				
λ_5.		−4,17515	−4,17515	−4,17515	−4,17515					−4,17515			
λ_6.	−0,05585	+1,30406	+1,30406							−3,38162	−0,50543	−1,90164	+3,33136
λ_7.				+1,97638	+1,97638	+2,18585	+9,37184	+0,22769	+2,19496	−7,18599			
	−1,81857	+3,53700	−2,87109	−2,19877	+1,92946	−5,13527	+2,05072	−0,68534	+1,28193	−4,20644	+1,86008	+0,46387	+1,56864

VII. — Calcul des angles des triangles géodésiques.

	Angles observés.	Corrections.	Angles compensés.
	G. ″	″	G. ″
Fierro Urcu............	A_1 = 37.6115,744	(1) = − 1,8186	A = 37.6113,9254
	B_1 = 19.3321,029	(2) = + 3,5370	B = 19.3324,5660
	C_1 = 41.2204,215	(3) = − 2,8711	C = 41.2201,3439
Chilla Cocha............	D_1 = 68.7720,267	(4) = − 2,1988	D = 68.7718,0682
	E_1 = 33.4309,046	(5) = + 1,9295	E = 33.4310,9755
	F_1 = 19.3114,385	(6) = − 5,1353	F = 19.3109,2497
Ñarihuiña..............	G_1 = 37.2669,787	(7) = + 2,0507	G = 37.2671,8377
	H_1 = 102.2803,226	(8) = − 0,6854	H = 102.2802,5406
Minas..................	I_1 = 41.1420,446	(9) = + 1,2819	I = 41.1421,7279
	J_1 = 37.2465,668	(10) = − 4,2065	J = 37.2461,4615
	K_1 = 79.2945,940	(11) = + 1,8601	K = 79.2947,8001
Tinajillas...............	L_1 = 50.0295,882	(12) = + 0,4639	L = 50.0296,3459
	M_1 = 33.0660,321	(13) = + 1,5686	M = 33.0661,8896

Sommets ([1]), latitudes pour servir aux corrections aux angles.	Angles observés des triangles géodésiques ([2]).	Calcul définitif ([3]) des excès ε et des erreurs E.	Angles observés diminués de $\frac{\varepsilon}{3}$.	Log sin ([4]).	Variations de log sin pour 1" ([4]). $10^{-8}\times$	Corrections aux angles	Angles compensés: des triangles géodésiques sur l'ellipsoïde de référence.	Angles compensés: des triangles plans correspondant aux triangles géodésiques.	Calcul des côtés.
S *Fierro Urcu*..................	S_1 37G.6115",744	$\log\frac{1}{2\sin 1'' R_m'^2}$ $\bar{9}$·896011	$S_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 37G.6109",091	.·........	—...,.	−1",8186	S 37G.6113",9254	$S''=S-\frac{\varepsilon}{3}$ 37G.6107",272	log *s* 4·59444661
L − 4G.10' (1)		log *s* 4·594451 log *d* 4·833089							colog sin S″ 0·25413266 log sin D″ $\bar{1}$·98450516
D *Tinajillas*..................	D_1 83.0956,203	$\log\sin\left(G_1-\frac{\varepsilon}{3}\right)$ $\bar{1}$·976612	$D_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 83.0949,549	.·........	—...,.	+2,0325	D 83.0958,2355	$D''=D-\frac{\varepsilon}{3}$ 83.0951,582	log *d* 4·83308443
L − 3G.54' (12)+(13)		log ε 1·300163							log *s* + colog sin S″ 4·84857927 log sin G″ $\bar{1}$·97661210
G *Minas*..................	G_1 79.2945,940	$(S_1+D_1+G_1)-200^G$ +17",887	$G_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 79.2939,286	.·........	—...,.	+1,8601	G 79.2947,8001	$G''=G-\frac{\varepsilon}{3}$ 79.2941,146	log *g* 4·82519137
L − 3G.42' (11)		$\frac{\varepsilon}{3}$ = 6,6537 ε −19,961							
L'm − 3G.69'	200.0017,887	E − 2,074	199.9997,926			−2,074	200.0019,961	200.0000,000	
S *Chilla Cocha*..................	S_1 33G.4309",046	$\log\frac{1}{2\sin 1'' R_m'^2}$ $\bar{9}$·896012	$S_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 33G.4303",519	.·........	—...,.	+1",9295	S 33G.4310",9755	$S''=S-\frac{\varepsilon}{3}$ 33G.4305",448	log *s* 4·59444661
L − 3G.89' (5)		log *s* 4·594451 log *d* 4·744018							colog sin S″ 0·29988338 log sin D″ $\bar{1}$·84968331
D *Tinajillas*..................	D_1 50.0295,882	$\log\sin\left(G_1-\frac{\varepsilon}{3}\right)$ $\bar{1}$·985173	$D_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 50.0290,354	$\bar{1}$·84968299	+ 68,1	+0,4639	D 50.0296,3459	$D''=D-\frac{\varepsilon}{3}$ 50.0290,818	log *d* 4·74401330
L − 3G.54' (12)		log ε 1·219654							log *s* + colog sin S″ 4·89432999 log sin G″ $\bar{1}$·98517371
G *Minas*..................	G_1 116.5411,608	$(S_1+D_1+G_1)-200^G$ +16",536	$G_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 116.5406,080	$\bar{1}$·98517329	− 18,1	−2,3464	G 116.5409,2616	$G''=G-\frac{\varepsilon}{3}$ 116.5403,734	log *g* 4·87950370
L − 3G.42' (10)+(11)		$\frac{\varepsilon}{3}$ = 5,5277 ε −16,583							
L'm − 3G.62'	200.0016,536	E − 0,047	199.9999,953			−0,047	200.0016,583	200.0000,000	
S *Ñarihuiña*..................	S_1 102G.2803",226	$\log\frac{1}{2\sin 1'' R_m'^2}$ $\bar{9}$·896011	$S_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 102G.2799",794	$\bar{1}$·99972142	− 2,5	−0",6854	S 102G.2802",5406	$S''=S-\frac{\varepsilon}{3}$ 102G.2799",109	log *s* 4·83308443
L − 3G.49' (8)		log *s* 4·833089 log *d* 4·309075							colog sin S″ 0·00027856 log sin D″ $\bar{1}$·47570388
D *Fierro Urcu*..................	D_1 19.3321,029	$\log\sin\left(G_1-\frac{\varepsilon}{3}\right)$ $\bar{1}$·974479	$D_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 19.3317,597	.·........	—...,.	+3,5370	D 19.3324,5660	$D''=D-\frac{\varepsilon}{3}$ 19.3321,134	log *d* 4·30906687
L − 4G.10' (2)		log ε 1·012654							log *s* + colog sin S″ 4·83336299 log sin G″ $\bar{1}$·97447837
G *Minas*..................	G_1 78.3886,114	$(S_1+D_1+G_1)-200^G$ +10",369	$G_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 78.3882,682	$\bar{1}$·97447908	+ 24,1	−2,9246	G 78.3883,1894	$G''=G-\frac{\varepsilon}{3}$ 78.3879,757	log *g* 4·80784136
L − 3G.42' (9)+(10)		$\frac{\varepsilon}{3}$ = 3,4320 ε −10,296							
L'm − 3G.67'	200.0010,369	E + 0,073	200.0000,073			+0,073	200.0010,296	200.0000,000	
S *Ñarihuiña*..................	S_1 139G.5473",013	$\log\frac{1}{2\sin 1'' R_m'^2}$ $\bar{9}$·896012	$S_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 139G.5471",227	.·........	—...,.	+1",3654	S 139G.5474",3784	$S''=S-\frac{\varepsilon}{3}$ 139G.5472",593	log *s* 4·74401330
L − 3G.49' (7)+(8)		log *s* 4·744018 log *d* 4·309075							colog sin S″ 0·08981512 log sin D″ $\bar{1}$·47523844
D *Chilla Cocha*..................	D_1 19.3114,385	$\log\sin\left(G_1-\frac{\varepsilon}{3}\right)$ $\bar{1}$·779741	$D_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 19.3112,600	.·........	—...,.	−5,1353	D 19.3109,2497	$D''=D-\frac{\varepsilon}{3}$ 19.3107,464	log *d* 4·30906686
L − 3G.89' (6)		log ε 0·728846							log *s* + colog sin S″ 4·83382842 log sin G″ $\bar{1}$·77974246
G *Minas*..................	G_1 41.1420,446	$(S_1+D_1+G_1)-200^G$ + 7",844	$G_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 41.1418,661	.·........	—...,.	+1,2819	G 41.1421,7279	$G''=G-\frac{\varepsilon}{3}$ 41.1419,943	log *g* 4·61357088
L − 3G.42' (9)		$\frac{\varepsilon}{3}$ = 1,7853 ε − 5,356							
L'm − 3G.60'	200.0007,844	E + 2,488	200.0002,488			+2,488	200.0005,356	200.0000,000	
S *Chilla Cocha*..................	S_1 102G.2029",313	$\log\frac{1}{2\sin 1'' R_m'^2}$ $\bar{9}$·896010	$S_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 102G.2023",841	$\bar{1}$·99974006	− 2,3	−0",2693	S 102G.2029",0437	$S''=S-\frac{\varepsilon}{3}$ 102G.2023",572	log *s* 4·83308443
L − 3G.89' (4)+(5)		log *s* 4·833089 log *d* 4·744018							colog sin S″ 0·00025993 log sin D″ $\bar{1}$·91066894
D *Fierro Urcu*..................	D_1 60.5525,244	$\log\sin\left(G_1-\frac{\varepsilon}{3}\right)$ $\bar{1}$·742135	$D_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 60.5519,772	$\bar{1}$·91066862	+ 48,7	+0,6658	D 60.5525,9098	$D''=D-\frac{\varepsilon}{3}$ 60.5520,438	log *d* 4·74401330
L − 4G.10' (2)+(3)		log ε 1·215252							log *s* + colog sin S″ 4·83334436 log sin G″ $\bar{1}$·74213034
G *Minas*..................	G_1 37.2465,668	$(S_1+D_1+G_1)-200^G$ +20",225	$G_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 37.2460,197	$\bar{1}$·74213467	+103,0	−4,2065	G 37.2461,4615	$G''=G-\frac{\varepsilon}{3}$ 37.2455,990	log *g* 4·57547470
L − 3G.42' (10)		$\frac{\varepsilon}{3}$ = 5,4717 ε −16,415							
L'm − 3G.80'	200.0020,225	E + 3,810	200.0003,810			+3,810	200.0016,415	200.0000,000	
S *Fierro Urcu*..................	S_1 98G.1640",988	$\log\frac{1}{2\sin 1'' R_m'^2}$ $\bar{9}$·896010	$S_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 98G.1634",390	$\bar{1}$·99981926	+ 2,0	−1",1528	S 98G.1639",8352	$S''=S-\frac{\varepsilon}{3}$ 98G.1633",238	log *s* 4·87950370
L − 4G.10' (1)+(2)+(3)		log *s* 4·879508 log *d* 4·575480							colog sin S″ 0·00018077 log sin D″ $\bar{1}$·69579023
D *Tinajillas*..................	D_1 33.0660,321	$\log\sin\left(G_1-\frac{\varepsilon}{3}\right)$ $\bar{1}$·945508	$D_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 33.0653,724	$\bar{1}$·69578835	+119,3	+1,5686	D 33.0661,8896	$D''=D-\frac{\varepsilon}{3}$ 33.0655,292	log *d* 4·57547470
L − 3G.54' (13)		log ε 1·296506							log *s* + colog sin S″ 4·87968447 log sin G″ $\bar{1}$·94550690
G *Chilla Cocha*..................	G_1 68.7720,267	$(S_1+D_1+G_1)-200^G$ +21",576	$G_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 68.7713,669	.·........	—...,.	−2,1988	G 68.7718,0682	$G''=G-\frac{\varepsilon}{3}$ 68.7711,470	log *g* 4·82519137
L − 3G.89' (4)		$\frac{\varepsilon}{3}$ = 6,5977 ε −19,793							
L'm − 3G.84'	200.0021,576	E + 1,783	200.0001,783			+1,783	200.0019,793	200.0000,000	
S *Chilla Cocha*..................	S_1 121G.5143",698	$\log\frac{1}{2\sin 1'' R_m'^2}$ $\bar{9}$·896010	$S_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 121G.5139",873	$\bar{1}$·97471398	− 24,0	−5",4046	S 121G.5138",2934	$S''=S-\frac{\varepsilon}{3}$ 121G.5134",468	log *s* 4·80784136
L − 3G.89' (4)+(5)+(6)		log *s* 4·807842 log *d* 4·613571							colog sin S″ 0·02528472 log sin D″ $\bar{1}$·78044480
D *Fierro Urcu*..................	D_1 41.2204,215	$\log\sin\left(G_1-\frac{\varepsilon}{3}\right)$ $\bar{1}$·742347	$D_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 41.2200,390	.·........	—...,.	−2,8711	D 41.2201,3439	$D''=D-\frac{\varepsilon}{3}$ 41.2197,519	log *d* 4·61357088
L − 4G.10' (3)		log ε 1·059770							log *s* + colog sin S″ 4·83312608 log sin G″ $\bar{1}$·74234862
G *Ñarihuiña*..................	G_1 37.2669,787	$(S_1+D_1+G_1)-200^G$ +17",700	$G_1-\frac{\varepsilon}{3}$ 37.2665,962	$\bar{1}$·74234650	+102,9	+2,0507	G 37.2671,8377	$G''=G-\frac{\varepsilon}{3}$ 37.2668,013	log *g* 4·57547470
L − 3G.49' (7)		$\frac{\varepsilon}{3}$ = 3,8250 ε −11,475							
L'm − 3G.83'	200.0017,700	E + 6,225	200.0006,225			+6,225	200.0011,475	200.0000,000	

Vérification des excès :

19,961 + 16,415 = 16,583 + 19,793
5,356 + 16,415 = 10,296 + 11,475

([1]) S désigne le sommet du triangle opposé au coté connu DG, D le sommet vu à droite par l'observateur placé en S et regardant DG, G le sommet vu à gauche par le même observateur.
([2]) Formés par les différences des directions correspondantes compensées en la station et affectées des corrections de l'altitude et de la ligne géodésique.
([3]) Logarithmes des côtés pris dans le deuxième calcul provisoire des triangles (par logarithmes à sept décimales).
([4]) Ne pas inscrire ces valeurs pour les angles qui n'interviennent pas dans les équations aux côtés.

IX. — Calcul de l'erreur moyenne de l'unité de poids.

Unité de poids : Poids d'un angle final observé à l'aide d'un cercle azimutal du type Brunner frères ou Huetz, à quatre microscopes (diamètre du cercle : $0^m,42$), par 10 couples ou 20 réitérations.

$$M^* = \text{Erreur moyenne de l'unité de poids} = \pm\sqrt{\frac{\Sigma}{7}}.$$

PREMIÈRE MÉTHODE.

$(1) = -1'',81857$	$(1)^2 = +\ 3,30720$
$(2) = +3,53700$	$(2)^2 = 12,51037$
$(3) = -2,87109$	$(3)^2 = 8,24316$
$(4) = -2,19877$	$(4)^2 = 4,83459$
$(5) = +1,92946$	$(5)^2 = 3,72282$
$(6) = -5,13527$	$(6)^2 = 26,37100$
$(7) = +2,05072$	$(7)^2 = 4,20545$
$(8) = -0,68534$	$(8)^2 = 0,46969$
$(9) = +1,28193$	$(9)^2 = 1,64335$
$(10) = -4,20644$	$(10)^2 = 17,69414$
$(11) = +1,86008$	$(11)^2 = 3,45990$
$(12) = +0,46387$	$(12)^2 = 0,21518$
$(13) = +1,56864$	$(13)^2 = 2,46063$
	$\Sigma = +89,13748$

DEUXIÈME MÉTHODE.

$w_1 = -2,074$	$\lambda_1 = -1,76272$	$-w_1\lambda_1 = -\ 3,65588$
$w_2 = -0,047$	$\lambda_2 = +4,12823$	$-w_2\lambda_2 = +\ 0,19403$
$w_3 = +0,073$	$\lambda_3 = +6,40809$	$-w_3\lambda_3 = -\ 0,46779$
$w_4 = +2,488$	$\lambda_4 = -7,32112$	$-w_4\lambda_4 = +18,21495$
$w_5 = +3,810$	$\lambda_5 = -4,17515$	$-w_5\lambda_5 = +15,90732$
$w_6 = +6,660$	$\lambda_6 = -2,79242$	$-w_6\lambda_6 = +18,59752$
$w_7 = +4,430$	$\lambda_7 = -9,10772$	$-w_7\lambda_7 = +40,34720$
		$\Sigma = +89,13735$

TROISIÈME MÉTHODE.

$[al] = -2,07400$	$[al]^2 = +\ 4,301476$	$[aa] = +4,$	$\frac{[al]^2}{[aa]} = +\ 1,07537$
$[bl.1] = +0,99000$	$[bl.1]^2 = 0,980100$	$[bb.1] = +3,$	$\frac{[bl.1]^2}{[bb.1]} = +\ 0,32670$
$[cl.2] = -0,25700$	$[cl.2]^2 = 0,066049$	$[cc.2] = +3,66667$	$\frac{[cl.2]^2}{[cc.2]} = +\ 0,01801$
$[dl.3] = +2,62818$	$[dl.3]^2 = 6,907330$	$[dd.3] = +2,90909$	$\frac{[dl.3]^2}{[dd.3]} = +\ 2,37439$
$[el.4] = +3,90050$	$[el.4]^2 = 15,213900$	$[ee.4] = +3,$	$\frac{[el.4]^2}{[ee.4]} = +\ 5,07130$
$[fl.5] = +7,33623$	$[fl.5]^2 = 53,820271$	$[ff.5] = +1,65586$	$\frac{[fl.5]^2}{[ff.5]} = +32,50291$
$[gl.6] = +5,24487$	$[gl.6]^2 = 27,508661$	$[gg.6] = +0,57587$	$\frac{[gl.6]^2}{[gg.6]} = +47,76887$
			$\Sigma = +89,13755$

QUATRIÈME MÉTHODE (1).

$$\Sigma = -[ll.7] = +89,13752$$

$$M^* = \pm\sqrt{\frac{89,1375}{7}} = \pm 3'',568$$

Formule approchée de l'Association géodésique internationale.

		E	E²
Triangle [92]	[Fierro Urcu — Tinajillas — Minas]	$-2'',074$	$+\ 4,30148$
[93]	[Chilla Cocha — Tinajillas — Minas]	$-0,047$	$0,00221$
[94]	[Ñarihuiña — Fierro Urcu — Minas]	$+0,073$	$0,00533$
[95]	[Ñarihuiña — Chilla Cocha — Minas]	$+2,488$	$6,19014$
[96]	[Chilla Cocha — Fierro Urcu — Minas]	$+3,810$	$14,51610$
[97]	[Fierro Urcu — Tinajillas — Chilla Cocha]	$+1,783$	$3,17909$
[98]	[Chilla Cocha — Fierro Urcu — Ñarihuiña]	$+6,225$	$38,75062$
			$\Sigma E^2 = 66,94497$

$$M_1^* = \pm\sqrt{\frac{\Sigma E^2}{21}} = \pm 1'',785$$

(1) Voir Tableau V.

X. — Calcul de l'erreur moyenne d'une fonction des quantités compensées.

Premier exemple : Calcul de l'erreur moyenne de l'angle J compensé.

$$\varphi(A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M) = J$$

$\varphi_0 = \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4 = \varphi_5 = \varphi_6 = \varphi_7 = \varphi_8 = \varphi_9 = \varphi_{11} = \varphi_{12} = \varphi_{13} = 0$, $\varphi_{10} = 1$.

PREMIÈRE MÉTHODE.

1° Équations aux r

r_1, −0,02029	r_2, +0,00826	r_3, +0,00321	r_4, −0,16102	r_5, −0,16358	r_6, −0,20785	r_7, −0,41542	φ.	Fermetures.
+4,	+2,				−0,311		[aφ] 0,	0,00000
	+4,	+1,		+2,	+2,074	+0,572	[bφ] +1,	+0,00002
		+4,	+2,	+2,	+0,744	+0,523	[cφ] +1,	0,00000
			[illegible]			[illegible]	[dφ] [illegible]	+0,00001
				[illegible]	0,277	[illegible]	[illegible]	0,00000
					[illegible]	[illegible]	[fφ] [illegible]	[illegible]
						[illegible]	[illegible]	−0,00001

2° Résolution des équations aux r par la méthode des éliminations successives.

A. *Éliminations* (¹).

(¹) Ne sont inscrites sur ce Tableau que les expressions des coefficients qui diffèrent des expressions correspondantes du Tableau V (1°, A).

r_1 a	r_2 b	r_3 c	r_4 d	r_5 e	r_6 f	r_7 g	φ		s		[illegible]
4,00000	+2,00000	0,00000	0,00000	0,00000	−0,31100	0,00000	[aφ]	0,00000	[as]	−3,68900	0,00000
	4,00000	−1,00000	0,00000	2,00000	2,67[illegible]	0,572[illegible]	[illegible]	1,00000	[bs]	−12,64300	0,00000
							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
		+4,00000	+2,00000	+2,00000	+0,74400	+0,52300	[cφ]	+1,00000	[cs]	−11,26700	0,00000
							$-\frac{[ac]}{[aa]}[a\varphi]$	0,00000	$-\frac{[ac]}{[aa]}[as]$	0,00000	
			4,00000	0,00000	0,00000	−1,33500	[dφ]	0,00000	[ds]	−4,46500	0,00000
							$\frac{[ad]}{[aa]}[a\varphi]$	0,00000	$-\frac{[ad]}{[aa]}[as]$	0,00000	
				5,00000	+0,27700	+0,35300	[eφ]	+1,00000	[es]	+10,63200	0,00000
							$\frac{[ae]}{[aa]}[a\varphi]$	0,00000	$-\frac{[ae]}{[aa]}[as]$	0,00000	
					3,82287	+0,95548	[fφ]	+1,21100	[fs]	−8,77233	0,00000
							$\frac{[af]}{[aa]}[a\varphi]$	0,00000	$\frac{[af]}{[aa]}[as]$	[illegible]	
						+1,89185	[gφ]	+0,78900	[gs]	[illegible]	0,00000
							[illegible]		[illegible]	[illegible]	
							[φφ]	+1,00000	[φs]	−6,00000	0,00000
							$\frac{[a\varphi]}{[aa]}[a\varphi]$	0,00000	$\frac{[a\varphi]}{[aa]}[as]$	0,00000	
	+3,00000	+1,00000	0,00000	+2,00000	+2,22850	+0,57200	[bφ.1]	+1,00000	[bs.1]	−9,80050	0,00000
		+4,00000	+2,00000	+2,00000	+0,74400	+0,52300	[cφ.1]	+1,00000	[cs.1]	−11,26700	0,00000
							[illegible]	−0,33333	$-\frac{[bc.1]}{[bb.1]}[bs.1]$	+3,26683	
			+4,00000	0,00000	0,00000	−1,33500	[dφ.1]	0,00000	[ds.1]	−4,46500	0,00000
							[illegible]	0,00000	[illegible]	[illegible]	
				+5,00000	+0,27700	+0,35300	[eφ.1]	+1,00000	[es.1]	−10,63200	0,00000
							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
					[illegible]	[illegible]	[fφ.1]	1,21100	[fs.1]	[illegible]	0,00000
							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
						+1,89185	[gφ.1]	+0,78900	[gs.1]	[illegible]	0,00000
							$-\frac{[bg.1]}{[bb.1]}[b\varphi.1]$	−0,19067	$-\frac{[bg.1]}{[bb.1]}[bs.1]$	+1,86866	
							[φφ.1]	+1,00000	[φs.1]	0,00000	0,00000
							[illegible]	0,33333	$-\frac{[b\varphi.1]}{[bb.1]}[bs.1]$	+3,26683	
		+3,66667	+2,00000	+1,33333	+0,06117	+0,33233	[cφ.2]	+0,66667	[cs.2]	−8,00017	+0,00006
			+4,00000	0,00000	0,00000	−1,33500	[dφ.2]	0,00000	[ds.2]	−4,46500	0,00000
							[illegible]	−0,36363	[illegible]	−4,36369	
				3,[illegible]	1,208[illegible]	−0,02633	[eφ.2]	+0,33333	[es.2]	−4,09833	0,00000
							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
					+2,14329	+0,53058	[fφ.2]	+0,46817	[fs.2]	−1,93456	−0,00002
							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
						+1,7827[illegible]	[gφ.2]	+0,59833	[gs.2]	−1,68267	+0,00003
							[illegible]	−0,06043	[illegible]	[illegible]	
							[φφ.2]	[illegible]	[φs.2]	[illegible]	0,00000
							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
			+2,90909	−0,72727	−0,00064	−1,71627	[dφ.3]	0,36363	[ds.3]	−0,10131	−0,00003
				3,18182	−1,20909	[illegible]	[eφ.3]	[illegible]	[es.3]	[illegible]	[illegible]
							$\frac{[de.3]}{[dd.3]}[d\varphi.3]$	[illegible]	[illegible]	−0,02533	
					2,14329	[illegible]	[fφ.3]	+0,46796	[fs.3]	−1,93200	−0,00001
							[illegible]	0,00008	$-\frac{[df.3]}{[dd.3]}[ds.3]$	−0,00002	
						1,75267	[gφ.3]	[illegible]	[gs.3]	[illegible]	+0,00005
							$-\frac{[dg.3]}{[dd.3]}[d\varphi.3]$	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
							[φφ.3]	+0,34546	[φs.3]	1,278[illegible]	0,00002
							[illegible]	−0,04[illegible]	[illegible]	−0,01260	
				3,00000	−1,20927	−0,57623	[eφ.4]	0,00000	[es.4]	−1,21452	−0,00002
					2,14329	[illegible]	[fφ.4]	+0,46788	[fs.4]	−1,93202	−0,00001
							[illegible]	0,00000	[illegible]	−0,48655	
						+0,74012	[gφ.4]	+0,32337	[gs.4]	−1,01731	+0,00002
							[illegible]	0,00000	[illegible]	[illegible]	
							[φφ.4]	+0,50000	[φs.4]	−1,29124	+0,00001
							[illegible]	0,00000	[illegible]	0,00000	
					1,63580	+0,29781	[fφ.5]	+0,46788	[fs.5]	−2,42157	[illegible]
						0,62943	[gφ.5]	0,32337	[gs.5]	[illegible]	[illegible]
							[illegible]	[illegible]	[illegible]	+0,43550	
							[φφ.5]	+0,50000	[φs.5]	−1,29124	+0,00001
							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
						+0,57587	[gφ.6]	[illegible]	[gs.6]	[illegible]	−0,00001
							[φφ.6]	[illegible]	[φs.6]	−0,60700	+0,00003
							[illegible]	0,09938	[illegible]	+0,33861	
							[φφ.7]	0,26842	[φs.7]	−0,20839	+0,00003

PREMIÈRE MÉTHODE (suite).

2° Résolution des équations aux r par la méthode des éliminations successives (suite).

B. *Calcul des r par substitutions.*

r_7	r_6	r_5	r_4	r_3	r_2	r_1
−0,41542	−0,28256	0,00000	+0,12500	−0,18182	−0,33333	0,00000
	+0,07471	−0,07980	−0,24508	+0,03765	+0,07921	0,00000
		0,08378	−0,00005	+0,00007	+0,15540	−0,01616
			−0,04089	+0,05948	+0,10905	0,00000
				+0,08783	0,00000	0,00000
					−0,00107	0,00000
						0,00413
−0,41542	0,20785	−0,16358	−0,16102	+0,00321	+0,00826	0,02029

3° Calcul des Φ et de [ΦΦ].

	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
φ.	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	0,	+1,	0	[illegible]	
r_1	[illegible]										0,020[illegible]	0,02029	0,02029
r_2					+0,00826					+0,00826	+0,00826	+0,00826	
r_3		+0,00321						+0,00321	+0,00321	+0,00321			
r_4						−0,16102	−0,16102	−0,16102	−0,16102				
r_5		[illegible]	[illegible]6358	−0,16358	−0,16358					−0,16358			
r_6	−0,00116	+0,09707	+0,09707							−0,25171	[illegible]	[illegible]	[illegible]
r_7				+0,090[illegible]	+0,09015	+0,09970	+0,41747	+0,01049	+0,10012	−0,32777			
Φ.	−0,02445	−0,06330	−0,06651	−0,07343	−0,06517	−0,06132	+0,26645	−0,14742	−0,05769	+0,26841	−0,04465	0,15358	+0,22768

$\Phi_1^2 = +0,00060$
$\Phi_2^2 = 0,00401$
$\Phi_3^2 = 0,00442$
$\Phi_4^2 = 0,00539$
$\Phi_5^2 = 0,00425$
$\Phi_6^2 = 0,00376$
$\Phi_7^2 = $ [illegible]
$\Phi_8^2 = $ [illegible]
$\Phi_9^2 = $ [illegible]
$\Phi_{10}^2 = 0,07204$
$\Phi_{11}^2 = 0,00246$
$\Phi_{12}^2 = 0,02359$
$\Phi_{13}^2 = $ [illegible]

$[\Phi\Phi] = +0,26841$

DEUXIÈME MÉTHODE.

[illegible]

$\frac{[a\varphi]^2}{[aa]} = 0,00000$

[illegible] $= 0,33333$

[illegible]

[illegible]

$\frac{[e\varphi.4]^2}{[ee.4]} = 0,00000$

[illegible] $= 0,13[illegible]$

$\frac{[g\varphi.6]^2}{[gg.6]} = +0,09938$

$[\Phi\Phi] = $ [illegible] $= +0,26843$

TROISIÈME MÉTHODE (¹).

$[\Phi\Phi] = [\varphi\varphi.7] = +0,26842$

(¹) Voir Tableau A ci-contre.

Valeur de [ΦΦ] adoptée, obtenue par les trois méthodes : $[\Phi\Phi] = +0,26842$

En admettant pour l'erreur moyenne M° de l'unité de poids, dans la figure considérée, la valeur ±3",568 (voir Tableau IX), on a :

log M° [illegible]

et comme :

log [ΦΦ] [illegible]

$\frac{1}{2}$ log [ΦΦ] [illegible]

il vient :

log η [illegible]

η = 0 [illegible]

On a donc finalement :

Erreur moyenne de l'angle J compensé : $\eta = M^\circ \sqrt{[\Phi\Phi]} = \pm 1'',848$,

Poids de l'angle J compensé : $\varpi = \frac{1}{[\Phi\Phi]} = 3,726$

Deuxième exemple : Calcul de l'erreur moyenne du logarithme du côté (124) (Chilla Cocha-Fierro Urcu) compensé et déduit du côté (116) (Minas-Tinajillas) supposé exactement connu.

$$(\text{Chilla Cocha-Fierro Urcu}) = (\text{Minas-Tinajillas})\frac{\sin\left(L+M-\frac{\varepsilon_1}{3}\right)\sin\left(J-\frac{\varepsilon_6}{3}\right)}{\sin\left(A-\frac{\varepsilon_1}{3}\right)\sin\left(D+F-\frac{\varepsilon_6}{3}\right)},$$

$$\log(\text{Chilla Cocha-Fierro Urcu}) = \log(\text{Minas-Tinajillas}) + \log\sin\left(L+M-\frac{\varepsilon_1}{3}\right) + \log\sin\left(J-\frac{\varepsilon_6}{3}\right) - \log\sin\left(A-\frac{\varepsilon_1}{3}\right) - \log\sin\left(D+E-\frac{\varepsilon}{3}\right)$$
$$= \log(\text{Minas-Tinajillas}) + \varphi(A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M).$$

Si l'on suppose le côté (Minas-Tinajillas) exactement connu, l'erreur moyenne e_l de log (Chilla Cocha-Fierro Urcu) est la même que l'erreur moyenne η_l de la fonction φ, (voir formule (131) p. 42).

On a : $L_1 + M_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} = 83°.0949'.549,\quad \Delta = 10^{-8}(+\ 18,6),$

$J - \frac{\varepsilon_6}{3} = 37.2460,197,\quad \Delta = 10^{-8}(+103,0),$

$A - \frac{\varepsilon_1}{3} = 37.6109,091,\quad \Delta = 10^{-8}(+101,7),$

$D_1 + E - \frac{\varepsilon_6}{3} = 102.2023,841,\quad \Delta = 10^{-8}(-\ \ 2,3).$

La fonction φ mise sous forme linéaire est donc (voir § 16, p. 15 et 16) :

$$\varphi(A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M) = \varphi_0 + 10^{-8}[-101,7\,A + 2,3\,D + 2,3\,E + 103,0\,J + 18,6\,L + 18,6\,M]$$

Pour retrouver dans les équations aux r les mêmes coefficients des inconnues que dans les équations normales, on substitue à la fonction φ la fonction $\psi = \varphi \times 10^6$

$$\psi(A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M) = \varphi_0 \times 10^6 - 1,017\,A + 0,023\,D + 0,023\,E + 1,030\,J + 0,186\,L + 0,186\,M.$$

η_l et θ étant les erreurs moyennes de φ et ψ

$$\theta = \eta_l \times 10^6.$$

Au lieu de calculer directement η_l, on calcule θ.

$\psi_1 =$	$-1,017$	$\psi_1^2 =$	$+1,03429$
$\psi_2 =$	$0,000$		
$\psi_3 =$	$0,000$		
ψ_4	$0,023$	$\psi_4^2 =$	$0,00053$
ψ_5	$+0,023$	$\psi_5^2 =$	$0,00053$
ψ_6	$0,000$		
ψ_7	$0,000$		
ψ_8	$0,000$		
ψ_9	$0,$[illegible]		
ψ_{10}	$+1,030$	$\psi_{10}^2 =$	$1,06090$
ψ_{11}	$0,000$		
ψ_{12}	[illegible]	ψ_{12}^2	$0,03460$
ψ_{13}	[illegible]186	$\psi_{13}^2 =$	$0,03460$
		[illegible]	$2,16545$

PREMIÈRE MÉTHODE.

1° Équations aux r.

r_1. $-0,49084$.	r_2. $+0,18920$.	r_3. $+0,05523$	r_4. $-0,18020$.	r_5. $-0,01631$.	r_6. $0,59883$.	r_7. $+0,47538$	ψ.	FERMETURES.
							1,017 +0,186 +0,186	
+[illegible]	+2				0,31[illegible]		[illegible]	0,00002
							+0,023 +1,030 +0,186	
	[illegible]	+1		−2	+2,073	[illegible]	+1,239	+0,00004
		4	2	−2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,0000[illegible]
			1				[dψ] 0,000	+0,00002
							+0,023 +0,023 +1,030	
				[illegible]	[illegible]	[illegible]	[eψ] +1,076	+0,00003
							−0,02034 +1,24733 +0,12667 −0,22190	
					[illegible]82[illegible]	+0,9[illegible]8	[fψ] +1,13176	+0,00002
							−0,00499 −0,00499 0,8[illegible]	
						[illegible]	[gψ] +0,80269	+0,00003

PREMIÈRE MÉTHODE (*suite*).

2° Résolution des équations aux r par la méthode des éliminations successives.

A. *Éliminations* (1).

(1) Ne sont inscrites sur ce Tableau que les expressions des coefficients qui diffèrent des expressions correspondantes du Tableau V (1°, A).

r_1. *a*	r_2. *b*	r_3. *c*	r_4. *d*	r_5. *e*	r_6. *f*	r_7. *g*	ψ.		*s*.		SOMMES.
+4,00000	+2,00000	0,00000	0,00000	0,00000	−0,31100	0,00000	[aψ]	−0,64[illegible]00	[as]	[illegible],04400	0,00000
	+4,00000	+1,00000	0,00000	+2,00000	+2,07300	+0,57200	[bψ]	+1,23900	[bs]	−12,88400	0,00000
							−[ab]/[aa] [aψ]	+0,32250	−[ab]/[aa] [as]	+ 2,52200	
		+4,00000	+2,00000	−2,00000	+0,74400	+0,52300	[cψ]	+1,03000	[cs]	−11,29700	0,00000
							−[ac]/[aa] [aψ]	0,00000	−[ac]/[aa] [as]	0,00000	
			+4,00000	0,00000	0,00000	−1,53500	[dψ]	0,00000	[ds]	− 4,46500	0,00000
							−[ad]/[aa] [aψ]	0,00000	−[ad]/[aa] [as]	0,00000	
				+5,00000	+0,27700	+0,35500	[eψ]	+1,07600	[es]	−10,70800	0,00000
							−[ae]/[aa] [aψ]	0,00000	−[ae]/[aa] [as]	0,00000	
					+3,82287	0,95548	[fψ]	+1,11170	[fs]	− 8,69341	0,00000
							−[af]/[aa] [aψ]	−0,0301[illegible]	−[af]/[aa] [as]	− 0,39217	
						+1,89185	[gψ]	+0,80269	[gs]	− 3,56502	0,00000
							−[ag]/[aa] [aψ]	0,00000	−[ag]/[aa] [as]	0,00000	
							[ψψ]	+2,16545	[ψs]	6,79990	0,00000
							−[aψ]/[aa] [aψ]	−0,10401	−[aψ]/[aa] [as]	− 0,81334	
	+3,00000	+1,00000	0,00000	+2,00000	2,22850	0,57200	[bψ.1]	[illegible]	[bs.1]	10,36200	0,00000
		+4,00000	+2,00000	+2,00000	+0,74400	+0,52300	[cψ.1]	+1,03000	[cs.1]	−11,29700	0,00000
							−[bc.1]/[bb.1] [bψ.1]	−0,52050	−[bc.1]/[bb.1] [bs.1]	+ 3,45397	
			+4,00000	0,00000	0,00000	−1,53500	[dψ.1]	0,00000	[ds.1]	− 4,46500	0,00000
							−[bd.1]/[bb.1] [bψ.1]	0,00000	−[bd.1]/[bb.1] [bs.1]	0,00000	
				+5,00000	+0,27700	+0,35500	[eψ.1]	+1,07600	[es.1]	−10,70800	0,00000
							−[be.1]/[bb.1] [bψ.1]	−1,04100	−[be.1]/[bb.1] [bs.1]	+ 6,90803	
					+3,79869	+0,95548	[fψ.1]	+1,08161	[fs.1]	− 9,08528	0,00000
							−[bf.1]/[bb.1] [bψ.1]	−1,15[illegible]3	−[bf.1]/[bb.1] [bs.1]	+ 7,69720	
						+1,89185	[gψ.1]	+0,80269	[gs.1]	− 3,56502	0,00000
							−[bg.1]/[bb.1] [bψ.1]	−0,29773	−[bg.1]/[bb.1] [bs.1]	+ 1,975[illegible]	
							[ψψ.1]	+2,06144	[ψs.1]	− 7,61324	0,00000
							−[bψ.1]/[bb.1] [bψ.1]	−0,8[illegible]76	−[bψ.1]/[bb.1] [bs.1]	[illegible]	
		+3,66667	+2,00000	+1,33333	+0,00117	+0,33233	[cψ.2]	[illegible]	[cs.2]	− 7,84305	− 0,00003
			+4,00000	0,00000	0,00000	−1,53500	[dψ.2]	0,00000	[ds.2]	− 4,46500	0,00000
							−[cd.2]/[cc.2] [cψ.2]	−0,27791	−[cd.2]/[cc.2] [cs.2]	+ 4,27798	
				+3,66667	−1,20867	−0,0263[illegible]	[eψ.2]	0,0[illegible]	[es.2]	[illegible]	0,0000[illegible]
							−[ce.2]/[cc.2] [cψ.2]	−0,18527	−[ce.2]/[cc.2] [cs.2]	+ 2,85200	
					+2,14329	+0,53058	[fψ.2]	0,07832	[fs.2]	− 1,38808	− 0,00003
							−[cf.2]/[cc.2] [cψ.2]	−0,00016	−[cf.2]/[cc.2] [cs.2]	+ 0,00251	
						+1,78279	[gψ.2]	+0,50496	[gs.2]	− 1,58930	+ 0,00003
							−[cg.2]/[cc.2] [cψ.2]	−0,04618	−[cg.2]/[cc.2] [cs.2]	+ 0,71089	
							[ψψ.2]	+1,24868	[ψs.2]	− 2,21982	0,00000
							−[cψ.2]/[cc.2] [cψ.2]	−0,07080	−[cψ.2]/[cc.2] [cs.2]	+ 1,08079	
			+2,90909	−0,72727	−0,00064	−1,71627	[dψ.3]	−0,27791	[ds.3]	− 0,18702	− 0,00002
				+3,18182	1,20909	−0,14718	[eψ.3]	−0,13027	[es.3]	− 0,94797	+ 0,00004
							−[de.3]/[dd.3] [dψ.3]	0,06948	−[de.3]/[dd.3] [ds.3]	− 0,04676	
					+2,14329	+0,53047	[fψ.3]	0,178[illegible]	[fs.3]	− 1,38357	− 0,00002
							−[df.3]/[dd.3] [dψ.3]	0,00006	−[df.3]/[dd.3] [ds.3]	− 0,0000[illegible]	
						+1,75267	[gψ.3]	+0,48878	[gs.3]	− 0,87841	+ 0,0000[illegible]
							−[dg.3]/[dd.3] [dψ.3]	−0,16396	−[dg.3]/[dd.3] [ds.3]	− 0,11033	
							[ψψ.3]	+1,17788	[ψs.3]	− 1,13063	− 0,0000[illegible]
							−[dψ.3]/[dd.3] [dψ.3]	−0,02655	−[dψ.3]/[dd.3] [ds.3]	[illegible]	
				+3,00000	1,20925	−0,57625	[eψ.4]	−0,21975	[es.4]	0,99473	+ 0,00002
					+2,14329	−0,53009	[fψ.4]	−0,07854	[fs.4]	− 1,38361	− 0,00002
							−[ef.4]/[ee.4] [eψ.4]	−0,08858	−[ef.4]/[ee.4] [es.4]	− 0,40096	
						+0,74012	[gψ.4]	+0,29482	[gs.4]	− 0,98874	+ 0,00004
							−[eg.4]/[ee.4] [eψ.4]	[illegible]	−[eg.4]/[ee.4] [es.4]	0,19108	
							[ψψ.4]	+1,15133	[ψs.4]	− 1,14790	− 0,00004
							−[eψ.4]/[ee.4] [eψ.4]	−0,01610	−[eψ.4]/[ee.4] [es.4]	− 0,07286	
					+1,65386	+0,20781	[fψ.5]	−0,16712	[fs.5]	− 1,78657	0,00002
						+0,6294[illegible]	[gψ.5]	+0,25261	[gs.5]	− 1,17982	+ 0,00003
							−[fg.5]/[ff.5] [fψ.5]	+0,03005	−[fg.5]/[ff.5] [fs.5]	+ 0,32130	
							[ψψ.5]	+1,13523	[ψs.5]	− 1,22076	0,0000[illegible]
							−[fψ.5]/[ff.5] [fψ.5]	−0,01687	−[fψ.5]/[ff.5] [fs.5]	− 0,18032	
						+1,57[illegible]87	[gψ.6]	+0,28206	[gs.6]	− 0,85852	+ 0,00001
							[ψψ.6]	1,118[illegible]	[ψs.6]	− 1,40108	−0,00006
							−[gψ.6]/[gg.6] [gψ.6]	[illegible],13874	−[gψ.6]/[gg.6] [gs.6]	+ 0,42140	
							[ψψ.7]	+0,97962	[ψs.7]	− 0,97168	− 0,00006

PREMIÈRE MÉTHODE (*suite*).

2° Résolution des équations aux r par la méthode des éliminations successives (*suite*).

B. *Calcul des r par substitutions.*

r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7
−0,49084	+0,10093	+0,07325	+0,09553	−0,13895	−0,52050	+0,16125
	+0,08827	−0,09428	−0,28958	+0,04449	+0,09359	0,00000
		+0,07626	+0,00004	−0,00006	−0,14054	+0,01171
			+0,01381	−0,02008	−0,03682	0,00000
				+0,09829	0,00000	0,00000
					+0,00544	0,00000
						+0,[illegible]
−0,49084	+0,18920	+0,05523	−0,18020	−0,01631	−0,59883	+0,47538

3° Calcul des Ψ et de $[\Psi\Psi]$.

	Ψ_1	Ψ_2	Ψ_3	Ψ_4	Ψ_5	Ψ_6	Ψ_7	Ψ_8	Ψ_9	Ψ_{10}	Ψ_{11}	Ψ_{12}	Ψ_{13}
ψ.	−1,01700			+0,02300	+0,02300					−1,03000		+0,18600	+0,18600
r_1	0,[illegible]538										+0,47538	+0,47538	+0,47[illegible]38
r_2					−0,59883					−0,59883	−0,59883	−0,59883	
r_3		−0,01631						0,01631	0,01631	0,01631			
r_4						−0,18020	−0,18020	−0,18020	−0,18020				
r_5		+0,05523	+0,05523	+0,05523	+0,05523					+0,05523			
r_6.	+0,00378	−0,08836	−0,08836							+0,22912	−0,03[illegible]5	+0,12885	−0,2257[illegible]
r_7.				+0,10651	+0,10651	+0,11780	+0,50507	+0,01227	+0,11829	0,38727			
Ψ.	0,53784	−0,04944	0,03313	+0,18474	−0,41409	−0,06240	+0,32487	−0,18424	−0,07822	+0,31194	0,08920	+0,19140	−0,43566

Ψ_1^2	$=$	$+0,28927$
Ψ_2^2		[illegible]
Ψ_3^2	$=$	$0,00110$
Ψ_4^2	$=$	$0,03413$
Ψ_5^2	$=$	$0,17147$
Ψ_6^2	$=$	$0,00389$
Ψ_7^2	$=$	$0,10554$
Ψ_8^2		$0,03394$
Ψ_9^2	$=$	$0,0061$[illegible]
Ψ_{10}^2		[illegible]
Ψ_{11}^2	$=$	$0,00796$
Ψ_{12}^2	$=$	$0,03663$
Ψ_{13}^2	$=$	$0,18980$
$[\Psi\Psi]$		[illegible]

DEUXIÈME MÉTHODE

$[\psi\psi] = +2,1$[illegible] $\frac{[a\psi]^2}{[aa]} = 0,10401$

[illegible]

$\frac{[e\psi.4]^2}{[ee.4]} = +0,016.0$

[illegible]

$$[\Psi\Psi] = +2,16545 - 1,18583 = +0,97962$$

TROISIÈME MÉTHODE (1).

$[\Psi\Psi] = [\psi\psi.7] = +0,97962.$

(1) Voir Tableau A ci contre.

Valeur de $[\Psi\Psi]$ adoptée, obtenue par les trois méthodes : $[\Psi\Psi] = +0,97962$.

En admettant pour l'erreur moyenne M^* de l'unité de poids, dans la figure considérée, la valeur $\pm\ 3'',568$ (Voir Tableau IX), on a :

$\log M^*$ [illegible]

et comme :

[illegible]

il vient

[illegible]

$\theta = M^*\sqrt{[\Psi\Psi]} = \pm\ 3,53$[illegible]

et

$e_l = \eta_l = \theta \times 10^{-6} = \pm\ 0,000\,003\,531\,4,$

$\log e_l = \bar{6}\cdot54795.$

On a encore :

$\log M = \bar{1}\cdot63778,$

colog M [illegible]

log côté (124) (Chilla Cocha-Fierro Urcu) [illegible]

d'où :

$\log(e) = \bar{6}\cdot9101$[illegible]

$\text{colog}(e) = 5\cdot08983,$

$\log e = \bar{1}\cdot48564.$

On a donc finalement :

Erreur moyenne du logarithme du côté (124) (Chilla Cocha-Fierro Urcu) compensé, déduit du côté (116) (Minas-Tinajillas) supposé exactement connu : $e_l = \pm\ 0,000\,003\,531\,4,$

Erreur moyenne relative du côté................ $(e) = \frac{e_l}{M} = \frac{1}{\frac{M}{e_l}} = \frac{1}{122\,981},$

Erreur moyenne du côté..... e [illegible] (e) (Chilla Cocha-Fierro Urcu) $= \pm\ 0^m,30595.$

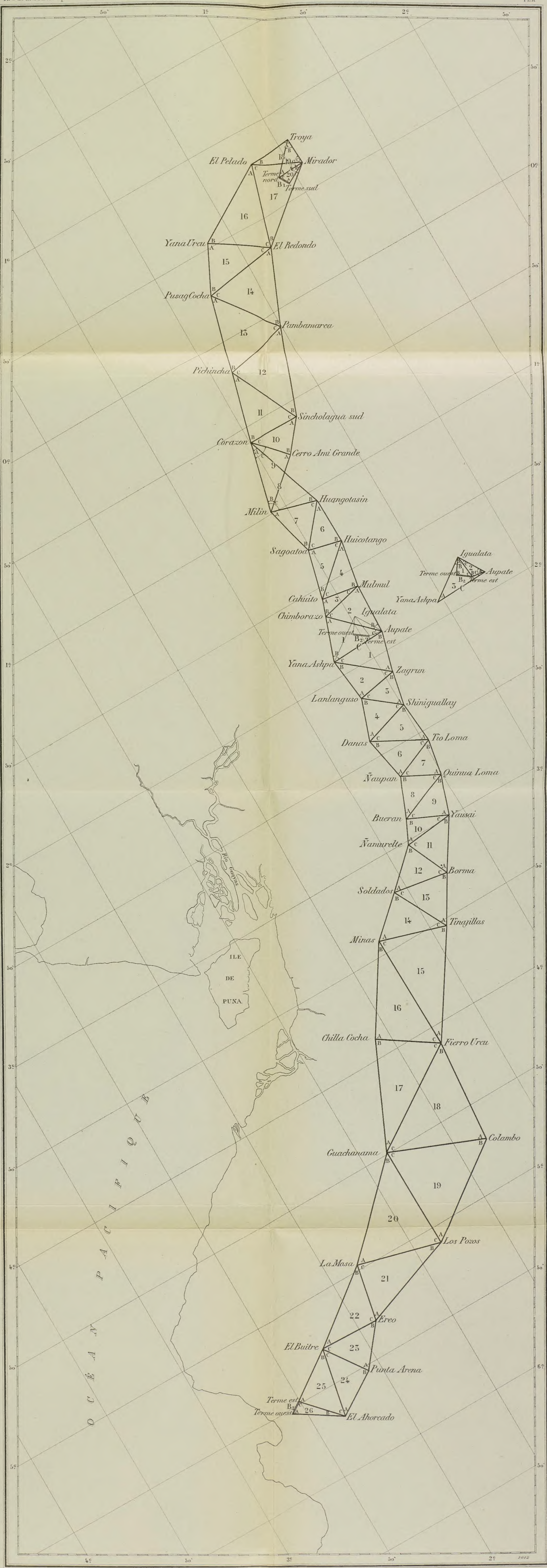
ARC DE MÉRIDIEN ÉQUATORIAL

ENSEMBLE DES FIGURES DU RÉSEAU PRIMORDIAL ET DES FIGURES SUPPLÉMENTAIRES



ARC DE MÉRIDIEN ÉQUATORIAL

CHAÎNES DE TRIANGLES POUR LESQUELS L'ACCORD DES BASES A ÉTÉ RÉALISÉ




ΑΕΙ Ο ΘΕΟΣ ΓΕΟΜΕΤΡΕΙ